



PROGRAM BERMUTU

*Better Education through Reformed Management and
Universal Teacher Upgrading*

PEMBELAJARAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA DI SMP

KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA



Modul Matematika SMP Program BERMUTU

**PEMBELAJARAN KEMAMPUAN
PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA
DI SMP**

Penulis:

Sri Wardhani

Wiworo

Sigit Tri Guntoro

Hanan Windro Sasongko

Penilai:

Muh. Darwis

Edi Prayitno

Editor:

Muchtar Abdul Karim

Layouter:

Muhammad Dwi Soufyanto

**Kementerian Pendidikan Nasional
Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan
Tenaga Kependidikan
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan
Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika
2010**

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia, petunjuk, dan bimbingan-Nya sehingga Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dapat mewujudkan modul pengelolaan pembelajaran matematika untuk guru SD dan SMP. Pada penyusunan modul untuk tahun 2010 telah tersusun sebanyak dua puluh judul, terdiri dari sepuluh judul untuk guru SD dan sepuluh judul lainnya untuk guru SMP.

Modul-modul ini disusun dalam rangka memfasilitasi peningkatan kompetensi guru SD dan SMP di forum Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), khususnya KKG dan MGMP yang dikelola melalui program *Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading* (BERMUTU). Modul yang telah tersusun, selain didistribusikan dalam jumlah terbatas ke KKG dan MGMP, juga dapat diakses melalui *website* PPPPTK Matematika dengan alamat www.p4tkmatematika.com.

Penyusunan modul diawali dengan kegiatan *workshop* yang menghasilkan kesepakatan tentang daftar judul modul, sistematika penulisan modul, dan garis besar (*outline*) isi tiap judul modul. Selanjutnya secara berturut-turut dilakukan kegiatan penulisan, penilaian (telaah), *editing*, dan *layouting* modul.

Penyusunan modul melibatkan beberapa unsur, meliputi Widyaiswara dan staf PPPPTK Matematika, Dosen Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK), Widyaiswara Lembaga Penjaminan Mutu Pendidikan (LPMP), Guru SD dan Guru Matematika SMP dari berbagai propinsi. Untuk itu, kami sampaikan penghargaan dan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya penyusunan modul tersebut.

Mudah-mudahan dua puluh modul tersebut dapat bermanfaat optimal dalam peningkatan kompetensi para guru SD dan SMP dalam mengelola pembelajaran matematika, sehingga dapat meningkatkan kualitas dan kuantitas hasil belajar matematika siswa SD dan SMP di seluruh Indonesia.

Kami sangat mengharapkan masukan dari para pembaca untuk menyempurnakan modul-modul ini, demi peningkatan mutu layanan kita dalam upaya peningkatan mutu pendidikan matematika di Indonesia.

Akhirnya, kami ucapkan selamat membaca dan menggunakan modul ini dalam mengelola pembelajaran matematika di sekolah.

Yogyakarta, Maret 2010

Kepala PPPPTK Matematika



Herry Sukarman, M.Sc.Ed.

NIP.195006081975031002

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan	2
C. Peta Kompetensi	3
D. Ruang Lingkup	5
E. Saran Cara Penggunaan Modul di MGMP	5
MODUL 1 MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA	7
A. Kegiatan Belajar 1: Memecahkan Masalah dalam Pembelajaran Matematika	9
B. Kegiatan Belajar 2: Tipe Masalah Matematika dan Faktor Sulitnya Memecahkan Masalah	16
C. Ringkasan	26
D. Tugas dan Latihan	28
Daftar Pustaka	29
MODUL 2 PEMBELAJARAN STRATEGI UMUM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA	31
A. Kegiatan Belajar 1: Strategi Umum Memecahkan Masalah Matematika dari Polya	32
B. Kegiatan Belajar 2: Membelajarkan Empat Langkah Strategi Memecahkan Masalah Matematika dari Polya di SMP	34
1. Pembelajaran <i>Memahami Masalah</i> (Langkah 1)	36
2. Pembelajaran Membuat Rencana Pemecahan Masalah (Langkah 2)	37
3. Pembelajaran Melaksanakan Rencana Pemecahan Masalah (Langkah 3)	38
4. Pembelajaran Melihat (Mengecek) Kembali	39
C. Kegiatan Belajar 3: Pemilihan Masalah untuk Pembelajaran Memecahkan Masalah Matematika di SMP	42
D. Ringkasan	44
E. Tugas atau Latihan	45
Daftar Pustaka	47
MODUL 3 PEMBELAJARAN STRATEGI MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA	49
A. Kegiatan Belajar: Pembelajaran Strategi Pemecahan Masalah Matematika di SMP	50
1. Membuat gambar atau diagram	51
2. Menemukan pola	52
3. Membuat daftar yang terorganisasi	54
4. Membuat tabel	55
5. Menyederhanakan masalah	57
6. Mencoba-coba	58

7. Melakukan eksperimen	59
8. Memeragakan (memerankan) masalah	61
9. Bergerak dari belakang	62
10. Menulis persamaan	64
11. Menggunakan deduksi	66
B. Ringkasan	68
C. Tugas atau Latihan.....	69
Daftar Pustaka.....	72
PENUTUP	73
A. Rangkuman	73
B. Penilaian	75
LAMPIRAN	77

PENDAHULUAN



PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pada POM (*Project Operating Manual*) program BERMUTU (*Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading*), PPPPTK (Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan), termasuk PPPPTK Matematika, bertanggungjawab dalam mengembangkan modul-modul pelatihan yang akan digunakan dalam kegiatan di KKG (Kelompok Kerja Guru) dan MGMP (Musyawarah Guru Mata Pelajaran) serta menyelenggarakan pelatihan untuk PCT (*Provincial Core Team*) dan DCT (*District Core Team*). Di samping itu PPPPTK juga bertanggungjawab dalam mengkoordinasikan pelaksanaan Monitoring dan Evaluasi kegiatan KKG dan MGMP secara regional.

Dalam rangka implementasi program BERMUTU, sesuai dengan tanggung jawabnya, PPPPTK Matematika menyelenggarakan kegiatan penyusunan dan pengembangan modul. Kegiatan itu dilaksanakan dalam rangka menyediakan sumber belajar terkait pengelolaan pembelajaran matematika untuk para guru yang belajar di MGMP Matematika Sekolah Menengah Pertama, khususnya yang melalui program BERMUTU.

Pada bulan Februari 2010 PPPPTK Matematika menyelenggarakan kegiatan *Workshop* Pengembangan Modul dan Sistem Pelatihan. Kegiatan tersebut dimaksudkan antara lain untuk menjaring aspirasi kebutuhan sumber belajar para guru yang diwakili oleh guru pemandu mata pelajaran matematika dari KKG dan MGMP di berbagai wilayah yang mengikuti program BERMUTU. Salah satu aspirasi yang muncul dari para guru adalah agar kegiatan belajar di KKG dan MGMP difasilitasi sumber belajar tentang pembelajaran matematika yang bertujuan mengembangkan dan melatih kemampuan memecahkan masalah.

Aspirasi guru tersebut wajar karena pada bagian latar belakang dan tujuan mata pelajaran matematika dalam Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMP (2006) diisyaratkan bahwa penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah (*problem solving*) dan komunikasi (*communication*) merupakan kompetensi atau kemampuan yang harus dikuasai siswa

setelah siswa belajar matematika. Kemampuan-kemampuan tersebut tidak hanya dibutuhkan para siswa ketika belajar matematika atau mata pelajaran lain, namun sangat dibutuhkan setiap manusia pada umumnya pada saat siswa memecahkan suatu masalah atau membuat keputusan. Kemampuan yang demikian memerlukan pola pikir yang memadai. Pola pikir yang memadai dalam memecahkan masalah adalah pola pikir yang melibatkan pemikiran kritis, sistematis, logis dan kreatif. Pola pikir seperti itu dikembangkan dan dibina dalam belajar matematika.

Mengingat hal-hal tersebut maka modul dengan judul Pembelajaran Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika di Sekolah Menengah Pertama (SMP) ini diharapkan dapat memenuhi harapan para guru dalam memenuhi kebutuhan sumber belajar terkait pembelajaran kemampuan memecahkan masalah matematika. Modul ini sekaligus dimaksudkan sebagai payung atau dasar bagi modul lain yang ditulis dengan maksud yang sama dalam kajian-kajian matematika tertentu, yaitu modul Pembelajaran Kemampuan Memecahkan Masalah dalam Kajian Bangun Datar di SMP dan modul Pembelajaran Kemampuan Memecahkan Masalah dalam Kajian Aljabar di SMP.

B. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini para guru peserta, guru pemandu, atau pembaca modul umumnya diharapkan memiliki kompetensi yang meningkat dibanding sebelum mereka membaca modul ini, khususnya terkait hal-hal sebagai berikut.

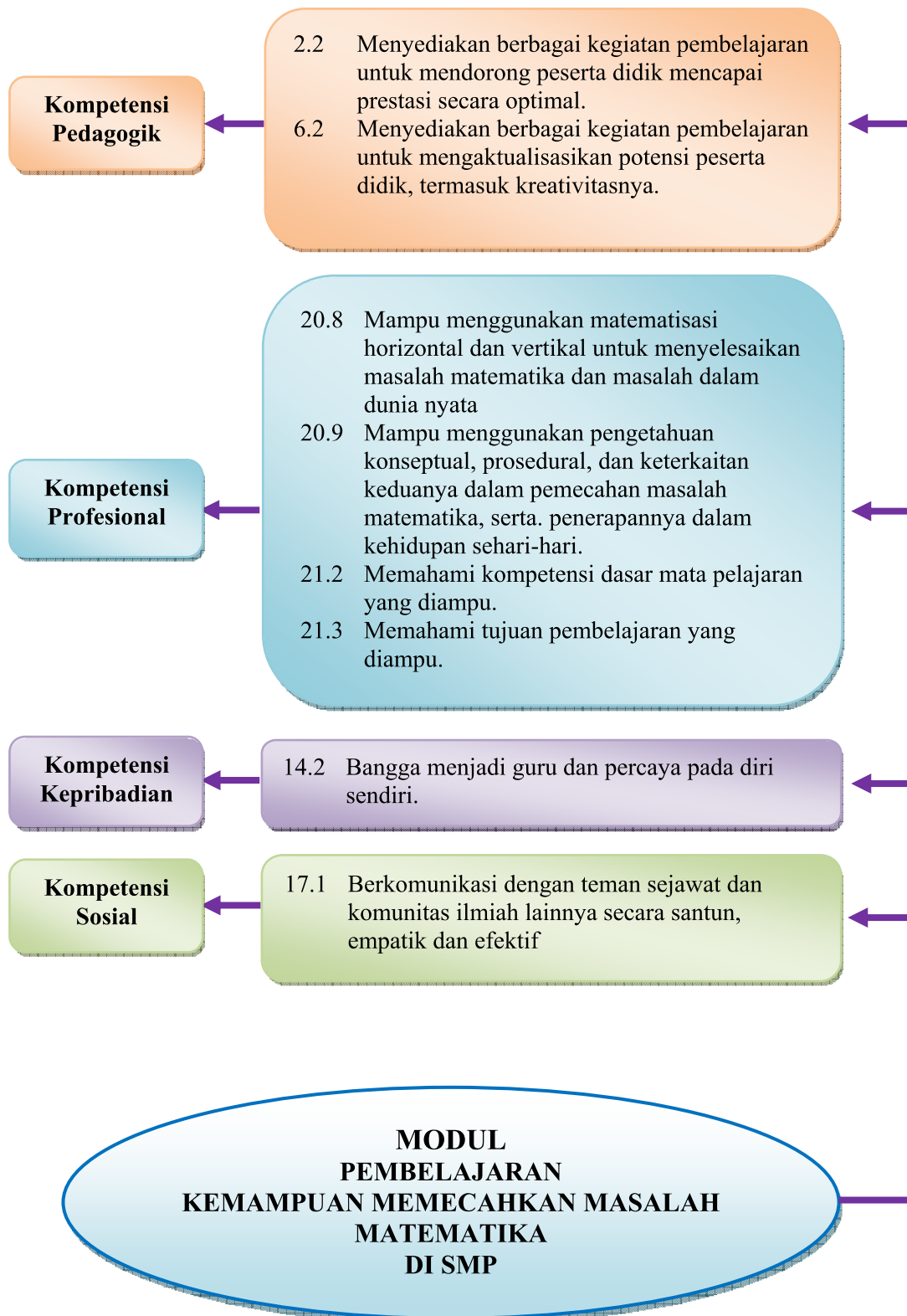
1. Memahami pengertian masalah matematika dalam konteks proses pembelajaran kemampuan memecahkan masalah.
2. Memahami strategi umum dalam memecahkan masalah matematika dan proses pembelajarannya.
3. Memahami strategi memecahkan masalah matematika dan proses pembelajarannya.

C. Peta Kompetensi

Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kompetensi Guru memuat daftar kompetensi yang harus dikuasai guru kelas dan guru mata pelajaran. Daftar kompetensi tersebut mencakup kompetensi pedagogik, profesional, kepribadian, dan sosial. Pada Diagram 1 dicantumkan daftar kompetensi yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini.

1. Kompetensi Pedagogik: memfasilitasi pengembangan potensi peserta didik untuk mengaktualisasikan berbagai potensi yang dimiliki.
2. Kompetensi Profesional: (1) menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu dan mengembangkan materi pembelajaran yang diampu secara kreatif, serta (2) menguasai Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar mata pelajaran atau bidang pengembangan yang diampu.
3. Kompetensi Kepribadian Khususnya: Bangga menjadi guru dan percaya pada diri sendiri.
4. Kompetensi Sosial khususnya: Berkomunikasi dengan teman sejawat dan komunitas ilmiah lainnya secara santun, empatik dan efektif.

Diagram 1 Kompetensi yang Akan Ditingkatkan melalui Proses Belajar dengan Menggunakan Modul ini



D. Ruang Lingkup

Yang dibahas dalam modul ini adalah pengelolaan pembelajaran matematika SMP yang bertujuan mengembangkan dan membina kemampuan memecahkan masalah matematika. Agar pembahasan dalam modul ini dapat mendalam maka pembahasan difokuskan pada maksud dari pembelajaran kemampuan memecahkan masalah matematika dan saran proses pembelajarannya.

Bahasan dalam modul ini mencakup: (1) pengertian dan tipe masalah matematika, (2) strategi pemecahan masalah matematika dan saran proses pembelajarannya, (3) metode pemecahan masalah matematika dan saran proses pembelajarannya. Pembahasan dikemas dalam 3 modul, yaitu Modul 1, Modul 2, dan Modul 3 yang saling berkaitan.

Pembahasan dalam modul ini belum mencakup teknis penyediaan dan penyajian masalah matematika sebagai media utama dalam proses pembelajaran kemampuan memecahkan masalah. Pembahasan juga belum mencakup penilaian hasil belajar kemampuan memecahkan masalah matematika.

E. Saran Cara Penggunaan Modul di MGMP

Modul ini dapat digunakan pada kegiatan-kegiatan di MGMP melalui program BERMUTU atau di luar program BERMUTU. Alternatif penggunaan modul yang disarankan adalah sebagai berikut.

1. Modul ini dapat dibahas dalam kegiatan *In-service Training* sebelum pelaksanaan pertemuan-pertemuan kegiatan belajar di MGMP melalui program BERMUTU.
2. Modul ini dimanfaatkan sebagai bahan rujukan dalam menyelesaikan tugas terstruktur atau tugas mandiri pada 16 pertemuan MGMP yang telah dijadwalkan dan dibiayai Dana Bantuan Langsung (DBL) BERMUTU atau dana pendamping dari pemerintah daerah.
3. Modul ini dapat dipelajari dalam pertemuan rutin MGMP yang tidak dibiayai program BERMUTU.

4. Modul ini digunakan sebagai referensi belajar secara pribadi atau dengan teman sejawat di sekolah atau di MGMP, baik MGMP yang dikelola dengan program BERMUTU maupun yang dikelola secara rutin dengan swadana atau dengan bantuan pihak lain yang bukan program BERMUTU.

Apapun cara penggunaan yang dilakukan, dalam mempelajari modul ini diperlukan waktu minimal 12×50 menit di luar waktu menyelesaikan tugas pada tiap modul yang bersifat praktek di kelas. Asumsi untuk alokasi waktu tersebut adalah 6×50 menit untuk mempelajari Modul 1 dan 2, dan 6×50 menit untuk mempelajari Modul 3.

Modul ini dapat diakses pada situs PPPPTK Matematika dengan alamat www.p4tkmatematika.com. Bila ada permasalahan yang belum dapat diselesaikan dalam proses mempelajari modul ini atau ada hal yang akan dikomunikasikan kepada penulis, Anda dapat menghubungi alamat berikut ini.

1. Alamat surat:

PPPPTK Matematika

Jl. Kaliurang Km 6 Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, D.I. Yogyakarta

Kotak Pos 31 Yk-Bs 55281.

Telepon: (0274) 881717, 885725, Faksimili: (0274) 885752.

2. Alamat e-mail:

p4tkmatematika@yahoo.com

wardhani.p4tkm@yahoo.com

sigittri926@yahoo.co.id

percussionline@yahoo.com

MODUL 1
MEMECAHKAN
MASALAH MATEMATIKA
DI SEKOLAH MENENGAH
PERTAMA



MODUL 1

MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Pak, saya punya masalah seperti ini

$$\frac{24}{\frac{K}{A 2009 B}} x$$

tentukan nilai A dan B

Bagi saya, ini bukan masalah

Lho, kok bukan masalah, lalu ... masalah itu apa?



Apa tujuan siswa belajar matematika? Sebagai guru di Sekolah Menengah Pertama (SMP), pernahkah Anda berpikir untuk apa hakikatnya siswa belajar matematika? Apakah agar siswa mampu menyelesaikan soal-soal matematika sehingga mereka mendapat nilai yang tinggi dalam ujian? Ataukah tidak sekedar hal itu, karena siswa perlu juga mampu memecahkan masalah matematika, sehingga nantinya mereka mampu berpikir sistematis, logis dan kritis serta gigih dalam memecahkan masalah kehidupan yang dihadapinya?

Kemampuan memecahkan masalah menjadi tujuan utama di antara beberapa tujuan belajar matematika. Mengapa demikian? Menurut Holmes (1995), latar belakang atau alasan seseorang perlu belajar memecahkan masalah matematika adalah adanya fakta bahwa orang yang mampu memecahkan masalah akan hidup dengan produktif dalam abad dua puluh satu ini. Menurut Holmes, orang yang terampil memecahkan masalah akan mampu berpacu dengan kebutuhan hidupnya, menjadi pekerja yang lebih produktif, dan memahami isu-isu kompleks yang berkaitan dengan masyarakat

global. Apakah siswa Anda sudah dilatih kemampuannya dalam memecahkan masalah matematika secara optimal?

Yang diuraikan dalam Modul 1 ini adalah maksud memecahkan masalah pada pembelajaran matematika di SMP. Setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan mampu:

1. Mengidentifikasi tipe masalah dalam pembelajaran matematika di SMP;
2. Mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi kesulitan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di SMP;
3. Mendeskripsikan pengertian memecahkan masalah dalam pembelajaran matematika di SMP; dan
4. Mengidentifikasi Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD) terkait pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di SMP.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul 1 ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam dua Kegiatan Belajar (KB) sebagai berikut.

KB 1: Memecahkan Masalah dalam Pembelajaran Matematika

KB 2: Tipe Masalah Matematika dan Faktor Sulitnya Memecahkan Masalah

Cermati uraian pada masing-masing kegiatan belajar dan kemudian selesaikan tugas sebagai latihan pada akhir Modul 1 ini. Bila Anda masih ragu terhadap penyelesaian tugas yang telah Anda kerjakan, atau ada hal lain yang perlu diklarifikasi, berdiskusilah dengan teman sejawat atau dengan fasilitator Anda. Pada akhir proses belajar Modul 1 ini Anda perlu melakukan refleksi diri terkait penguasaan Anda terhadap bahasan dalam modul ini.

Dalam mempelajari Modul 1 ini hendaknya Anda juga mencermati naskah Peraturan Menteri Pendidikan Nasional (Permendiknas) Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi (SI) Mata Pelajaran Matematika SMP. Kecuali itu Anda disarankan menggunakan buku-buku teks matematika yang ada di sekitar Anda sebagai bahan rujukan atau referensi, terutama yang diterbitkan oleh Pusat Perbukuan Nasional.

A. Kegiatan Belajar 1: Memecahkan Masalah dalam Pembelajaran Matematika



Pernahkah Anda membaca tujuan mata pelajaran matematika di SMP? Tujuan tersebut dimuat dalam SI Mata Pelajaran Matematika SMP pada Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006. Dalam SI tersebut dinyatakan lima tujuan mata pelajaran matematika. Salah satu dari lima tujuan tersebut adalah agar siswa mampu memecahkan masalah matematika yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Oleh karena itu setiap guru SMP yang mengelola pembelajaran matematika perlu memahami maksud dari memecahkan masalah matematika dan melatih ketrampilannya dalam membantu siswa belajar memecahkan masalah matematika.

Sebelum mempelajari pengertian memecahkan masalah matematika, terlebih dahulu mari kita maknai arti kata masalah matematika, karena kita akan menggunakannya secara berulang-ulang dalam modul ini. Untuk itu, perhatikan kasus berikut ini.

Pak Yoga menyodorkan sekumpulan uang logam kepada siswa-siswanya di Kelas VII. Kumpulan uang logam tersebut terdiri atas 3 (tiga) keping uang duaratusan rupiah, 2 (dua) keping uang limaratusan rupiah, dan 1 (satu) keping uang seribuan rupiah.



Gambar 1.2.

Selanjutnya Pak Yoga mengajukan pertanyaan berikut ini kepada siswa-siswanya.

1. Ada berapa macam keping uang pada kumpulan uang logam itu?
2. Ada berapa keping uang pada kumpulan uang logam itu?
3. Berapa total nilai uang pada kumpulan uang logam itu?
4. Kelompok keping uang manakah yang nilainya paling besar? Kelompok keping uang manakah yang nilainya paling kecil?
5. Ada berapa macam nilai uang berbeda yang dapat ditentukan dari kumpulan keping-keping uang yang semacam?
6. Ada berapa macam nilai uang berbeda yang dapat ditentukan dari kumpulan keping-keping uang tersebut?
7. Apakah dari kumpulan uang tersebut dapat disusun uang sehingga jumlahnya senilai Rp2.500,00?

Dalam beberapa kesempatan, Pak Yoga mendapatkan data bahwa para siswa sangat cepat dalam menemukan jawaban benar untuk pertanyaan Nomor 1 sampai dengan 4, namun tidak demikian halnya untuk Nomor 5, 6 dan 7. Untuk tiga pertanyaan terakhir bahkan hanya sedikit siswa yang mampu menjawabnya dengan benar.

Apakah Anda juga mampu menjawab pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7 dengan benar dalam waktu yang relatif cepat? Cobalah. Setelah mencobanya, Anda akan memahami alasan mengapa hanya segelintir siswa Pak Yoga yang mampu menjawab dengan benar pertanyaan nomor 5, 6 dan 7. Apakah Anda sudah menemukan alasannya? Coba Anda jawab pertanyaan berikut ini.

- a. Apakah tingkat kesulitan empat pertanyaan pertama berbeda dengan kualitas tiga pertanyaan berikutnya?

- b. Apakah proses menjawab pertanyaan Nomor 1 sampai dengan 4 memang relatif berbeda bila dibandingkan dengan menjawab pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7?
- c. Manakah pertanyaan yang dapat diselesaikan dengan pengecekan sederhana?
- d. Manakah pertanyaan yang tidak dapat diselesaikan dengan proses rutin atau proses yang biasa dilakukan, karena dalam menyelesaikannya siswa dituntut kreativitasnya sehingga diperoleh pemecahan yang tepat?

Perhatikan tujuh pertanyaan dalam kasus Pak Yoga. Tingkat kesulitan empat pertanyaan pertama berbeda dengan tingkat kesulitan dua pertanyaan berikutnya. Pertanyaan Nomor 1 sampai dengan 4 dapat diselesaikan dengan pengecekan sederhana pada bendanya atau dengan prosedur berhitung rutin (yang biasa dilakukan). Sedangkan pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7 tidak dapat diselesaikan dengan prosedur rutin. Dalam menyelesaikannya, siswa terlebih dahulu harus menentukan metode penyelesaian yang tepat. Untuk menjawab pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7 diperlukan kreativitas, karena situasinya berbeda (baru) bila dibandingkan dengan menjawab pertanyaan Nomor 1 sampai dengan 4. Ada banyak metode penyelesaian untuk menjawab pertanyaan Nomor 5 dan 6, misalnya dengan membuat diagram, membuat tabel, dan mendaftar nilai uang. Di sisi lain, Nomor 7 dapat dilihat langsung dari Nomor 6. Berikut ini contoh proses menjawab pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7. Metode yang digunakan adalah metode mendaftar.

Pertanyaan Nomor 5

Ada berapa macam nilai uang berbeda yang dapat ditentukan dari satu keping uang atau kumpulan keping uang yang semacam?

Penyelesaian

Cara penyelesaian dengan mendaftar

Keping uang dua ratusan: $200, 400 = 200+200, 600 = 200+200+200$

Keping uang lima ratusan: $500 = 500, 1.000 = 500+500$

Keping uang seribuan: 1.000

Ada 5 macam nilai uang berbeda dari kumpulan uang semacam yaitu 200, 400, 500, 600 dan 1.000.

Penyelesaian dengan mendaftar dalam tabel:

Macam keping uang	Nilai uang yang diperoleh (Rp)	Nilai uang dari kepingan yang semacam
Dua ratusan	200, 400 = 200+200 dan 600 = 200+200+200	Ada 5 macam, yaitu: 200, 400, 500, 600, dan 1000
Lima ratusan	500 dan 1.000 = 500+500	
Seribuan	1000	

Pertanyaan Nomor 6

Ada berapa macam nilai uang berbeda yang dapat ditentukan dari kumpulan keping-keping uang tersebut?

Penyelesaian

Dengan mendaftar dalam tabel

Macam keping uang	Nilai uang yang diperoleh (Rp)	Macam nilai uang yang berbeda
Dua ratusan	200, 400 = 200+200, 600 = 200+200+200	1. 200 2. 400 3. 600 4. 700 5. 900 6. 1.000 7. 1.100 8. 1.200 9. 1.400 10. 1.500 11. 1.600 12. 1.700 13. 1.900 14. 2.000 15. 2.100 16. 2.200 17. 2.400 18. 2.600
Lima ratusan	500, 1.000 = 500+500	
Seribuan	1.000	
Dua ratusan, Lima ratusan	700 = 200+500, 900 = 400+500, 1.100 = 600+500, 1.200 = 1.000+200, 1.400 = 1.000+400, 1.600 = 1.000+600	
Dua ratusan, Seribuan	1.200 = 1.000+200, 1.400 = 1.000+400, 1.600 = 1.000+600	
Lima ratusan, Seribuan	1.500 = 1.000+500, 2.000 = 1.000+1.000	
Dua ratusan, Lima ratusan, Seribuan	1.700 = 1.000+500+200, 1.900 = 1.000+500+400, 2.100 = 1.000+500+600, 2.200 = 1.000+1.000+200, 2.400 = 1.000+1.000+400, 2.600 = 1.000+1.000+600	

Perhatikan bahwa dalam proses menemukan jawaban pertanyaan Nomor 6, siswa sekaligus dilatih agar mampu berpikir yang sistematis, khususnya dalam hal menentukan urutan keping uang yang nilainya akan dijumlahkan dengan yang lain. Bila urutannya tidak sistematis dapat terjadi nilai uang hasil penjumlahan tidak sebanyak yang seharusnya. Silakan Anda menyelesaikan masalah tersebut dengan cara Anda sendiri.

Untuk soal **Nomor 7** kita tinggal melihat hasil pengerjaan Nomor 6 yaitu tidak mungkin kita dapat menyusun kepingan uang dengan nilai 2.500 rupiah dari keping yang telah disediakan.

Kembali pada tujuh pertanyaan dalam kasus Pak Yoga. Setelah Anda mencermati proses menemukan jawaban dari pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7, apakah Anda setuju bahwa tuntutan tingkat kemampuan dalam menjawab pertanyaan nomor 1 sampai dengan 4 dengan pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7 cukup signifikan berbeda? Apakah Anda setuju bahwa pertanyaan Nomor 1, 2, 3 dan 4 tidak termasuk kategori masalah matematika karena prosedur penyelesaiannya sudah biasa dilakukan siswa atau sudah dipelajari siswa? Apakah Anda setuju bahwa pertanyaan Nomor 5, 6 dan 7 termasuk kategori masalah matematika karena penyelesaiannya tidak langsung tampak sehingga untuk menyelesaikannya diperlukan suatu kreativitas untuk menentukan metode penyelesaiannya? Jika demikian, apakah yang dimaksud dengan masalah matematika?

Lenchner (1983) menyatakan bahwa setiap penugasan kepada siswa dalam belajar matematika dapat dikelompokkan ke dalam dua hal, yaitu sebagai: (1) soal biasa/latihan (*drill exercise*), dan (2) masalah (*problem*) untuk dipecahkan. Menurutnya *exercise is a task for which a procedure for solving is already known, frequently an exercise can be solved by the direct application of one or more computational algorithms*. Jika diterjemahkan kurang lebih bermakna “latihan adalah suatu tugas yang cara atau prosedur penyelesaiannya telah diketahui, seringkali suatu latihan dapat diselesaikan dengan langsung menerapkan satu atau lebih algoritma komputasi”.

Misalnya

Isilah titik-titik di sebelah ini
$$\begin{array}{r} 23545 \\ 42344 \times \\ \hline \end{array}$$

.....

Soal ini sekedar latihan/*exercise* saja sebab cara penyelesaiannya langsung dapat diketahui walaupun pengerjaannya panjang dan memerlukan waktu. Berbeda dengan masalah, menurut Lenchner *a problem is more complex because the strategy for solving is not immediately apparent; solving a problem requires some degree of creativity or originality on the part of the problem solver*. Jika diterjemahkan kurang lebih bermakna

“suatu masalah adalah lebih kompleks karena strategi untuk menyelesaikannya tidak langsung terlihat; menyelesaikan suatu masalah menuntut tingkat kreativitas atau keoriginalitas dari penyelesaian masalah”.

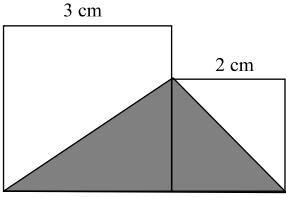
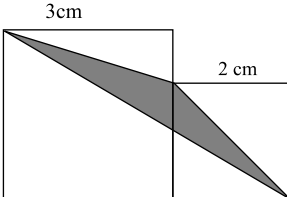
Misalnya

Perhatikan $\frac{A2009B}{24} = K$. Jika K bilangan bulat, berapa nilai A dan B ?

Cara penyelesaian tugas/pertanyaan semacam ini tidak bisa langsung terlihat sehingga perlu diselidiki, dicoba-coba, dilakukan pendugaan dan sebagainya. Oleh karena itu pertanyaan ini merupakan suatu masalah.

Latihan merupakan tugas yang cara atau langkah atau prosedur penyelesaiannya sudah dipelajari atau diketahui siswa. Pada umumnya latihan dapat diselesaikan dengan menerapkan satu atau lebih algoritma yang sebelumnya sudah dipelajari siswa. *Masalah* adalah lebih kompleks daripada latihan. Strategi untuk menyelesaikan masalah tidak langsung tampak. Oleh karena itu diperlukan kreativitas untuk menemukannya.

Contoh 1.1

No.	Latihan	Masalah
1	<p><i>Seorang dokter memberi obat kepada Futi untuk diminum 3 kali sehari masing-masing satu tablet, dimulai dari pagi di keesokan harinya sampai habis. Jika obat yang diberikan 21 tablet, berapa hari obat tersebut habis</i></p>	<p><i>Seorang dokter memberi obat kepada pasien untuk diminum 3 kali sehari masing-masing satu tablet, dimulai dari sore hari setelah periksa. Setelah minum tablet ke-14 pasien sembuh dan tidak minum obat lagi. Pukul berapa kira-kira pasien tersebut minum obat terakhir?</i></p>
2	<p><i>Hitunglah luas daerah yang diarsir pada dua persegi dengan sisi 3 cm dan 2 cm berikut.</i></p> 	<p><i>Hitunglah luas daerah yang diarsir pada dua persegi dengan sisi 3 cm dan 2 cm berikut.</i></p> 

Bagaimana kriteria agar suatu tugas matematika dapat dikelompokkan sebagai masalah? Lenchner (1983) menyatakan dua hal berikut ini terkait masalah.

1. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya *tantangan* yang tidak dapat dipecahkan dengan suatu prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab pertanyaan.
2. Suatu *masalah* bagi Si A belum tentu menjadi masalah bagi Si B jika Si B sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya, sementara Si A belum pernah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya.

Secara sederhana masalah adalah kesenjangan antara kenyataan dengan tujuan yang akan dicapai. Hubungannya dengan soal pada Contoh 1.1, Anda mungkin dapat dengan mudah menjawab soal pada bagian kolom “latihan”. Bagaimana untuk yang ada di kolom “masalah?” Apakah Anda langsung dapat menemukan prosedur penyelesaiannya? Nah, inilah yang dinamakan masalah.

Perlu diingat bahwa dalam konteks proses belajar matematika, masalah matematika adalah masalah yang dikaitkan dengan materi belajar atau materi tugas matematika, bukan masalah yang dikaitkan dengan kendala belajar atau hambatan hasil belajar matematika.

Setelah Anda mengetahui maksud dari masalah dalam proses belajar matematika, selanjutnya apa yang dimaksud dengan memecahkan masalah dalam proses belajar matematika? Menurut Lenchner (1983), memecahkan masalah matematika adalah proses menerapkan pengetahuan matematika yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal. Sementara itu menurut Robert Harris di dalam situs www.vitualsalt.com (diakses 4 Maret 2010) menyatakan bahwa memecahkan masalah adalah *the management of a problem in a way that successfully meets the goals established for treating it*. Jika diterjemahkan kurang lebih bermakna “pengelolaan suatu problem sehingga berhasil memenuhi tujuan yang ditetapkan untuk melakukannya.”

B. Kegiatan Belajar 2: Tipe Masalah Matematika dan Faktor Sulitnya Memecahkan Masalah

Tipe Masalah

Perhatikan dua masalah berikut ini.

1. Suatu pagi Pak Dito berhasil menjual 20 porsi ayam goreng di restorannya. Harga tiap porsi Rp50.000,00. Pajak penjualan untuk satu porsi ayam adalah Rp5.000,00. Berapa rupiah uang yang diterima kasir dari penjualan 20 porsi ayam tersebut?
2. Pak Yafi bermaksud membeli beberapa macam kue di Toko Lezat. Kue tersebut akan digunakan untuk menjamu 10 orang tetangganya pada pertemuan siskamling di rumahnya. Pak Yafi menginginkan agar uang yang dikeluarkan paling banyak Rp100.000,00. Jika di Toko Lezat tersedia kue seperti dalam daftar berikut ini, kombinasi kue apa saja yang dapat disajikan oleh Pak Yafi agar tetangganya dapat menikmati tiga macam kue?

No	Nama Kue	Harga per Biji (Rp)
1	Semir Putih	1.200,00
2	Semir Coklat	1.000,00
3	Lapis Legit	1.100,00
4	Bolu kukus	1.500,00
5	Molen pisang	800,00
6	Bolu panggang	1.400,00

Manakah di antara dua masalah tersebut yang dapat digunakan untuk melatih kemampuan siswa dalam memecahkan masalah? Apakah siswa perlu mempelajari kedua masalah tersebut, ataukah cukup masalah pertama? Apakah tipe masalah pertama berbeda dengan tipe masalah kedua? Jelaskan alasan Anda.

Charles R (1982) mengilustrasikan berbagai tugas matematika dalam enam keadaan, yaitu:

1. *Drill exercise* (soal latihan biasa)

Contoh 2.1

Hitunglah hasil perkalian berikut ini.

$$\begin{array}{r} 348047 \\ 343443 \\ \hline \end{array} \times$$

.....

2. *Simple translation problem* (masalah penerjemahan sederhana)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan agar memberi pengalaman kepada siswa untuk menerjemahkan situasi dunia nyata ke dalam pengalaman matematika.

Contoh 2.2

Bilkis mempunyai 20 ayam ras di dalam kandangnya. Sementara itu Ina mempunyai 25 ayam ras di kandangnya. Berapa lebihnya ayam ras yang dipunyai Ina dari yang dipunyai Bilkis?

3. *Complex translation problem* (masalah penerjemahan kompleks)

Sebenarnya masalah ini mirip dengan penerjemahan yang sederhana, namun di dalamnya menuntut lebih dari satu kali penerjemahan dan ada lebih dari satu operasi hitung yang terlibat.

Contoh 2.3

Suatu produsen lampu sepeda motor mengemas 12 lampu dalam satu *pack*. Setiap 36 *pack* dimasukkan dalam satu kardus. Toko Jabar penjual suku cadang sepeda motor memesan 5.184 lampu kepada perusahaan tersebut. Berapa kardus lampu yang akan diterima oleh Toko Jabar?

4. *Process problem* (masalah proses)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan agar memberi kesempatan kepada siswa untuk dapat menggambarkan proses yang terjadi dalam pikirannya. Siswa dilatih untuk mengembangkan strategi umum untuk memahami, merencanakan, dan memecahkan masalah, sekaligus mengevaluasi hasil pemecahan masalah.

Contoh 2.4

Kelompok penggemar catur yang beranggotakan 15 orang akan mengadakan pertandingan. Jika setiap anggota harus bertanding dengan anggota lain sekali, berapa banyak seluruh pertandingan yang dimainkan?

5. *Applied problem* (masalah penerapan)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada siswa mengeluarkan berbagai keterampilan, proses, konsep dan

Contoh ini merupakan masalah yang sangat umum pada pelajaran matematika di sekolah. Masalah ini sekedar penerjemahan sederhana sebab penyelesaiannya cukup dengan menerjemahkan dalam satu kalimat matematika, yaitu

$25 - 20 = \square$ atau $20 + \square = 25$. Penyelesaian masalah seperti ini sangat terkait dengan mental siswa. Bagi siswa yang telah memiliki mental *problem solving* mungkin secara cepat dapat menyimpulkan bahwa ini hanyalah masalah pengurangan biasa.

Penjelasan Contoh 2.3

Masalah ini mirip dengan Contoh 2.2 hanya saja memerlukan paling tidak 2 langkah penerjemahan ke dalam kalimat matematika. Hal ini yang menjadikan masalah dikatakan penerjemahan kompleks. Dalam contoh 1.4 ini, penyelesaiannya memerlukan 2 langkah penerjemahan, yaitu:

1. $12 \times 36 = 432 \rightarrow 432$ lampu dalam satu kardus
2. $5184 : 432 = 12 \rightarrow 12$ kardus

Penjelasan Contoh 2.4

Masalah pada contoh ini sangat berbeda dengan ketiga masalah di atas. Siswa yang belum pernah menemui masalah ini akan sangat sulit untuk menuangkan dalam kalimat matematika. Sebenarnya, masalah dapat disederhanakan misalnya untuk kelompok dengan 2 anggota, 3 anggota, 4 anggota dan seterusnya kemudian dilihat polanya.

Cara lain dengan membuat tabel seperti berikut.

	Anggota 1	Anggota 2	Anggota 3	...	Anggota 15
Anggota 1		√	√		√
Anggota 2			√		√
Anggota 3					√
....					√
Anggota 15					√

tanda √ : berarti bertanding

atau dengan diagram

$$\begin{aligned}
 &1 - 2, 1 - 3, 1 - 4, \dots, 1 - 15 \\
 &2 - 3, 2 - 4, \dots, 2 - 15 \\
 &3 - 4, \dots, 3 - 15 \\
 &\dots \text{ dst}
 \end{aligned}$$

Masalah ini jelas sangat berbeda dari tiga masalah sebelumnya, karena terdapat banyak cara untuk menyelesaikannya. Lagi pula tidak langsung jelas hasil akhir hitungannya. Sebagai catatan bahwa untuk menyelesaikan masalah tipe seperti ini memerlukan dugaan, coba-coba, mendaftar, memperkirakan dan lain-lain proses berpikir (*thinking process*). Namun cukup disayangkan sangat sedikit masalah seperti ini muncul di pelajaran matematika sekolah.

Penjelasan Contoh 2.5

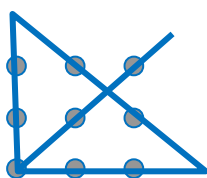
Masalah matematika terapan adalah masalah nyata dalam kehidupan sehari-hari (atau paling tidak masalah kontekstual) yang penyelesaiannya memerlukan keterampilan, fakta, konsep dan prosedur matematika. Matematika menjadi alat (tool) untuk mengorganisasi, menyimpulkan, menyajikan data dan menyediakan bahan untuk membuat keputusan. Masalah pada Contoh 2.5 dapat diilustrasikan sebagai berikut.

Fakta menunjukkan bahwa 250 kg kertas memerlukan kira-kira satu pohon sebagai bahan bakunya. Berapa banyak kertas yang digunakan sekolah Anda setiap hari? Jika satu hari menggunakan 100 lembar kertas maka dalam satu tahun ada $100 \times 365 = 36.500$ lembar. Satu lembar kertas beratnya 5 g, berarti dalam satu tahun menggunakan kertas sebanyak $36.500 \times 5 = 182.500$ g = 182,5 kg. Jika ada 1.000 sekolah maka dalam setahun menghabiskan $1.000 \times 182,5 = 182.500$ kg. Mengingat 250 kg diperlukan satu pohon maka untuk 182.500 kg kertas diperlukan 730 pohon. Bayangkan jika keadaan ini berlangsung dalam puluhan tahun di seluruh dunia. Berapa pohon yang ditebang untuk keperluan membuat kertas? Pertanyaan lebih lanjut, apakah matematika berperan dalam penyajian fakta ini?

Dari sini siswa akan sadar akan kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Inilah sebenarnya esensi *applied problem* dalam kehidupan nyata.

Penjelasan Contoh 2.6

Masalah pada contoh ini merupakan kumpulan masalah (*collection of problem*). Masalah ini terkadang dapat diselesaikan dengan “*luck*” (keberuntungan) atau dengan menggunakan cara yang tidak biasa (*unusual way*). Masalah puzzle berbeda dengan masalah lain. Terkadang prosedur umum tidak mampu menemukan jawaban yang benar. Jawaban yang benar seringkali diperoleh dari sedikit “*trick*.” Siswa terkadang termotivasi (senang) dengan masalah ini bilamana siswa lain tidak mampu menyelesaikan atau bahkan menyerah. Selain itu tipe soal ini sebenarnya sangat membantu membuka wawasan berfikir *divergen* dan kreatif. Namun demikian banyak orang yang tidak suka masalah tipe ini karena seringkali hanya merupakan permasalahan “teka-teki” yang dibuat oleh seseorang. Untuk Contoh 2.6 di atas salah satu penyelesaiannya adalah:



Jelas bahwa penyelesaian ini terlihat di luar prosedur umum dan memuat sedikit “*trick*” untuk menyelesaikannya.

Menurut Holmes (1995), terdapat dua kelompok masalah dalam pembelajaran matematika di SMP yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin. Masalah rutin dapat dipecahkan dengan metode yang sudah ada. Masalah rutin sering disebut sebagai masalah penerjemahan karena deskripsi situasi dapat diterjemahkan dari kata-kata menjadi simbol-simbol. Masalah rutin dapat membutuhkan satu, dua atau lebih langkah pemecahan. Contoh masalah rutin adalah sebagai berikut.

1. *Ovi mempunyai 10 buku baru. Masing-masing buku tebalnya 2 cm. Jika Ovi menumpuk buku-buku tersebut menjadi satu tumpukan, berapa tinggi tumpukan buku tersebut?*
2. *Tentukan perbandingan luas lingkaran yang mempunyai perbandingan jari-jari 1:3*
3. *Tuliskan semua bilangan prima yang kurang dari 50.*

Menurut Charles R. dalam Holmes (1995), masalah rutin memiliki aspek penting dalam kurikulum, karena hidup ini penuh dengan masalah rutin. Oleh karena itu tujuan pembelajaran matematika yang diprioritaskan terlebih dahulu adalah siswa dapat memecahkan masalah rutin. Kouba dkk. dalam Holmes (1995) menyatakan bahwa masalah nonrutin kadang mengarah kepada masalah proses. Masalah nonrutin membutuhkan lebih dari sekadar menerjemahkan masalah menjadi kalimat matematika dan penggunaan prosedur yang sudah diketahui. Masalah mengharuskan pemecah masalah untuk membuat sendiri strategi pemecahan. Dia harus merencanakan dengan seksama bagaimana memecahkan masalah tersebut. Strategi-strategi seperti menggambar, menebak dan melakukan cek, membuat tabel atau urutan kadang perlu dilakukan. Masalah nonrutin kadang memiliki lebih dari satu solusi nonrutin atau pemecahan.

Menurut Holmes (1995), masalah nonrutin kadangkala dapat memiliki lebih dari satu penyelesaian. Masalah tersebut kadang melibatkan situasi kehidupan atau melibatkan berbagai hubungan subjek. Contoh-contoh masalah nonrutin adalah sebagai berikut.

- 1. Suatu pertemuan akan dihadiri oleh 20 peserta. Setiap peserta yang datang disarankan berjabat tangan dengan peserta yang telah hadir. Ternyata semua hadir, namun setelah dihitung ada 191 jabat tangan. Mana yang benar dari pernyataan berikut.*
 - a. Semua peserta telah melakukan jabat tangan satu sama lain tepat satu kali*
 - b. Ada peserta yang tidak melakukan jabat tangan dengan peserta lain*
 - c. Ada peserta yang berjabat tangan dengan peserta lain lebih dari satu kali*
- 2. Suatu hari Ira berobat ke dr. Mirna karena sakit flu. Oleh dr. Mirna, Ira diberi obat flu sebanyak 20 tablet obat untuk diminum keesokan harinya. Dalam bungkus tertulis "2 tablet tiap hari". Tiga hari berikutnya Aan berobat ke dr. Mirna juga karena sakit flu berat. Oleh dr. Mirna, Aan diberi 20 tablet obat untuk diminum keesokan harinya. Dalam bungkus tertulis "3 tablet tiap hari". Siapa yang obatnya lebih cepat habis?*
- 3. Winda membeli 10 buku dengan judul berbeda. Hafiz membeli 7 buku, 4 dari buku tersebut judulnya sama dengan kepunyaan Winda. Berapa judul buku yang mereka beli?*

Menurut Holmes (1995), apapun jenis masalahnya, rutin atau nonrutin, tetap bergantung pada si pemecah masalah. Suatu masalah rutin untuk kelas IX mungkin akan menjadi nonrutin jika diberikan kepada siswa kelas VII. Masalah nonrutin dapat menjadi masalah rutin jika si pemecah masalah telah memiliki pengalaman memecahkan masalah dengan tipe yang sama dan dapat dengan mudah mengenali metode dan kalimat matematika yang akan digunakan.

Faktor-faktor Penyebab Timbulnya Kesulitan Menyelesaikan Masalah

Terkait dengan pemecahan masalah, minimal ada lima faktor yang sering menjadi penyebab timbulnya kesulitan menyelesaikan masalah.

1. Kompleksnya pernyataan pada suatu masalah

Sejumlah informasi, variabel, kondisi dan konten matematika akan berakibat pada sulitnya masalah untuk dapat dipecahkan.

Contoh 2.7

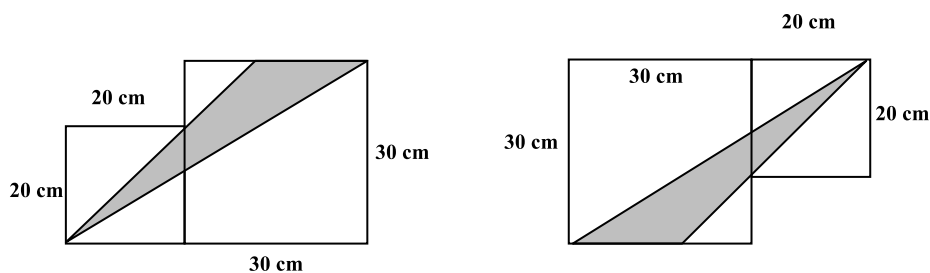
Pak Ikhsan seorang wiraswasta dapat membuat satu kurungan dalam waktu 4 jam dan dapat mencuci 3 sepeda motor dalam waktu 1 jam. Sementara itu Pak Sonny dapat membuat satu kurungan dalam waktu 3 jam dan dapat mencuci 2 sepeda motor dalam waktu 1 jam. Berapa waktu yang diperlukan jika mereka bekerja sama membuat satu kurungan dan mencuci satu sepeda motor?

2. Metode penyajian masalah

Cara menyajikan masalah sangat berpengaruh pada keberhasilan dalam memecahkan masalah.

Contoh 2.8

Mana yang lebih mudah untuk dihitung luas daerah yang diarsir? Jelaskan alasannya.



3. Kebiasaan atau pengalaman belajar yang telah diperoleh sebelumnya

Contoh 2.9

Jika m dan n adalah bilangan bulat positif dan memenuhi persamaan $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{12}$, tentukan nilai $m+n$.

Sebagian siswa (mungkin juga guru) akan mengerjakan masalah ini dengan cara

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{n+m}{mn} = \frac{5}{12} \text{ dst.}$$

Padahal cara ini justru membuat masalah menjadi rumit. Hal ini terjadi karena siswa terbiasa dengan kebiasaan mengerjakan soal terkait penjumlahan pecahan, yaitu selalu disamakan penyebutnya.

4. Salah pengertian dalam penyelesaian

Contoh 2.10

Seekor siput akan merambat dari lantai menuju atap melalui tiang setinggi 8 meter. Pada siang hari siput tersebut dapat merambat setinggi 4 meter, tetapi pada waktu malam hari terperosok lagi 2 meter. Berapa hari siput tersebut sampai atap?

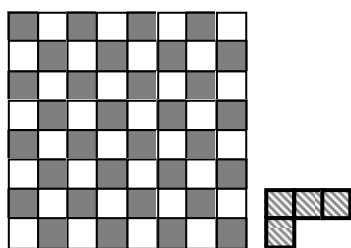
Sebagian siswa (mungkin juga guru) beranggapan bahwa setiap hari siput dapat menaiki tembok sepanjang $4 - 2 = 2$ meter setiap hari. Sehingga untuk merambat sampai atap diperlukan waktu $8 : 2 = 4$ hari. Ini menunjukkan adanya salah pengertian dalam menyelesaikan masalah tadi.

5. Sulitnya memulai hal yang harus dikerjakan

Biasanya keadaan ini terjadi jika siswa takut salah dan tidak berani “coba-coba”. Siswa merenung terlalu lama, dan tidak segera menuangkan ide walaupun idenya mungkin salah.

Contoh 2.11

Perhatikan gambar berikut.



Buktikan bahwa potongan berbentuk “L” sebanyak 15 tidak mungkin dapat menutup papan catur, dengan ketentuan tidak boleh saling menutup atau *overlap*. Apakah Anda langsung dapat memulai proses yang harus dikerjakan?

Dengan memahami faktor-faktor yang menyebabkan sulitnya masalah untuk dipecahkan maka guru diharapkan dapat membantu dan membimbing siswa sesuai dengan kesulitan yang mereka hadapi. Hal ini sudah menjadi kewajiban yang dilakukan oleh guru mengingat kompetensi yang harus dipunyai guru dan mengingat tuntutan kurikulum mengenai pemecahan masalah.

Catatan:

Ketika Anda menyusun silabus dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) suatu KD matematika di SMP, Anda wajib melakukan kajian terlebih dahulu terhadap KD tersebut. Untuk itu Anda harus mencermati daftar SK dan KD dalam SI Mata Pelajaran Matematika SMP. Kajian minimal dilakukan dengan cara mencermati hubungan KD tersebut dengan KD lainnya. Kajian berikutnya antara lain mencermati muatan dan misi KD tersebut dihubungkan dengan tujuan mata pelajaran matematika. Sebagai contoh, di Kelas VII siswa mempelajari KD menggunakan sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat dan pecahan dalam pemecahan masalah (KD 1.2). Ini menunjukkan bahwa kemampuan memecahkan masalah sudah harus dilatih dan dibiasakan sejak siswa duduk di Kelas VII. KD 1.2 tersebut menindaklanjuti KD 1.1 sehingga ketika belajar KD 1.2 siswa sudah memiliki bekal dari belajar KD sebelumnya. KD apa saja yang dipelajari siswa SMP kelas VII, VIII dan IX dalam rangka mengembangkan kemampuan memecahkan masalah? Coba Anda identifikasi.

C. Ringkasan

1. Maksud tugas dalam pembelajaran matematika dapat dikelompokkan ke dalam dua kelompok, yaitu berupa soal biasa/latihan (*exercise*) atau berupa masalah (*problem*) yang harus dipecahkan siswa.
2. Tugas matematika berupa soal biasa/latihan (*exercise*) merupakan tugas yang cara atau langkah atau prosedur penyelesaiannya sudah dipelajari atau diketahui siswa. Penyelesaian dalam latihan dilakukan dengan menerapkan satu atau lebih algoritma yang sebelumnya sudah dipelajari siswa.
3. Tugas matematika berupa masalah (*problem*) lebih kompleks daripada latihan. Strategi untuk menyelesaikan masalah tidak langsung tampak, sehingga diperlukan kreativitas dalam menyelesaikannya.
4. Dalam konteks proses belajar matematika, masalah matematika adalah masalah yang dikaitkan dengan materi belajar atau materi tugas matematika, bukan masalah yang dikaitkan dengan kendala belajar atau hambatan hasil belajar matematika.
5. Agar bahan tugas matematika dapat dikatakan sebagai masalah maka di dalamnya harus memuat adanya *tantangan*. Tantangan tersebut tidak dapat dipecahkan dengan suatu cara atau langkah atau prosedur yang sudah diketahui oleh pemecah masalah, sehingga suatu *masalah* bagi Si A dapat menjadi *bukan masalah* bagi Si B karena Si B sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya, sedangkan Si A belum pernah mengetahuinya.
6. Berbagai tugas dalam matematika meliputi enam keadaan, yaitu:
 - a. *Drill exercise* (soal latihan biasa)
 - b. *Simple translation problem* (masalah penerjemahan sederhana).

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan agar memberi pengalaman kepada siswa untuk menerjemahkan situasi dunia nyata ke dalam pengalaman matematis.
 - c. *Complex translation problem* (masalah penerjemahan kompleks)

Sebenarnya masalah ini mirip dengan penerjemahan yang sederhana, namun di dalamnya menuntut lebih dari satu kali penerjemahan dan ada lebih dari satu operasi hitung terlibat.

d. *Process problem* (masalah proses)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan agar memberi kesempatan kepada siswa untuk dapat menggambarkan proses yang terjadi dalam pikirannya. Siswa dilatih untuk mengembangkan strategi umum untuk memahami, merencanakan, dan memecahkan masalah, sekaligus mengevaluasi hasil pemecahan masalah.

e. *Applied problem* (masalah penerapan)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada siswa mengeluarkan berbagai keterampilan, proses, konsep dan fakta untuk memecahkan masalah nyata (kontekstual). Masalah ini akan menyadarkan siswa pada nilai dan kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

f. *Puzzle problem* (masalah *puzzle*)

Masalah yang penggunaannya dalam pembelajaran dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada siswa mendapatkan pengayaan matematika rekreasi (*recreational mathematics*). Mereka menemukan suatu penyelesaian yang terkadang fleksibel dan di luar perkiraan (memandang suatu masalah dari berbagai sudut pandang)

7. Masalah matematika dapat dibedakan dalam dua jenis, yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin.

a. Masalah rutin dapat dipecahkan dengan mengikuti prosedur yang mungkin sudah pernah dipelajari. Masalah rutin sering disebut sebagai masalah penerjemahan karena deskripsi situasi dapat diterjemahkan dari kata-kata menjadi simbol-simbol.

b. Masalah nonrutin mengarah kepada masalah proses, membutuhkan lebih dari sekadar menerjemahkan masalah menjadi kalimat matematika dan penggunaan prosedur yang sudah diketahui. Masalah nonrutin mengharuskan pemecah masalah untuk membuat metode pemecahan sendiri.

8. Memecahkan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam *situasi baru yang belum dikenal*. Ciri dari soal atau tugas dalam bentuk memecahkan masalah adalah: (a) ada tantangan dalam materi penugasan, dan (b) masalah tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab atau pemecah masalah.

9. Faktor yang mempengaruhi sulitnya memecahkan masalah:
 - a. Kompleksnya pernyataan
 - b. Metode penyajian masalah
 - c. Kebiasaan yang dilakukan sebelumnya
 - d. Salah pengertian dalam penyelesaian
 - e. Sulitnya memulai apa yang harus dilakukan

D. Tugas dan Latihan

1. Seorang dokter memberi obat kepada pasien untuk diminum 3 kali sehari dimulai dari sore hari setelah periksa. Setelah minum tablet ke-14 pasien sembuh dan tidak minum obat lagi. Pukul berapa kira-kira pasien tersebut minum obat terakhir?
 - a. Termasuk jenis masalah yang mana permasalahan ini?
 - b. Selanjutnya selesaikan masalah tersebut.

2. Seorang guru mencoba menyelesaikan persoalan menentukan bilangan-bilangan bulat positif p dan q yang memenuhi persamaan $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{11}{18}$. Dia mengerjakan

dengan langkah

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{11}{18} \Leftrightarrow \frac{q+p}{pq} = \frac{11}{18}$$

$$\Leftrightarrow 18p + 18q = 11pq \text{ dan seterusnya.}$$

Tetapi guru tersebut mengalami kemacetan, karena proses menjadi semakin rumit.

Terkait masalah ini, jawablah ketiga pertanyaan berikut.

- a. Mengapa pengerjaan guru tersebut macet? Faktor apa yang mempengaruhi?
- b. Ditinjau dari jenis masalah, termasuk jenis masalah yang bagaimana?
- c. Bagaimana cara menyelesaikannya? Tunjukkan.


Keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini dapat dilihat dari: (1) sejauh mana Anda memahami konsep menyelesaikan masalah dalam pembelajaran matematika, dan (2) sejauh mana Anda menguasai tipe masalah matematika dan factor penyebab sulitnya menyelesaikan masalah. Kedua hal ini dapat diukur dari sejauh mana Anda mampu menjawab dua soal latihan di atas. Jika Anda memperoleh skor paling sedikit 80% dari skor maksimum untuk kedua soal latihan tersebut, maka Anda dianggap telah berhasil. Sebaliknya jika skor Anda masih kurang dari 80%, berarti Anda harus mempelajari kembali bagian Modul 1 yang menyebabkan Anda belum mencapai skor maksimum.

Apapun hasil latihan Anda, sebaiknya Anda harus tetap terus memahami konsep menyelesaikan masalah dalam pembelajaran matematika dan menguasai tipe masalah matematika dan faktor penyebab sulitnya menyelesaikan masalah. Hal ini penting sekali karena kedua konsep ini selalu dan tetap dihadapi oleh setiap guru matematika SMP. Di kelas, silakan Anda coba, coba, dan coba terus mempraktekkan saran-saran yang perlu dilakukan dalam melaksanakan proses pembelajaran yang menerapkan kedua hal tersebut. Jika Anda lakukan hal itu secara konsisten, akhirnya Anda akan mendapati kembali ternyata diri Anda pantas dinyatakan sebagai guru yang profesional. Anda akan dinyatakan profesional tidak hanya dalam mengelola pembelajaran matematika yang bertujuan melatih siswa memahami konsep, namun juga yang bertujuan melatih kemampuan memecahkan masalah. Selamat berkarya.

Daftar Pustaka

- Depdiknas. 2006. *Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMP*. Jakarta: Depdiknas.
- Holmes, Emma E. 1995. *New Directions in Elementary School Mathematics – Interactive Teaching and Learning*. New Jersey: A Simon and Schuster Company.
- Lenchner, George. 1983. *Creative Problem Solving in School Mathematics*. New York: Glenwood Publication Inc.
- Randall, Charles dan Frank Lester, 1982. *Teaching Problem Solving: What, Why & How*, California: Dale Seymour Publication.

MODUL 2
PEMBELAJARAN
STRATEGI UMUM
MEMECAHKAN
MASALAH MATEMATIKA
DI SEKOLAH MENENGAH
PERTAMA



MODUL 2

PEMBELAJARAN STRATEGI UMUM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Apakah Anda pernah mempunyai masalah dalam kehidupan sehari-hari Anda? Orang bijak mengatakan bahwa hanya orang yang telah meninggal yang tidak memiliki masalah di dunia ini. Kita semua pernah dan mungkin saat ini sedang mempunyai masalah. Seberapa keberhasilan Anda dalam mengatasi masalah? Apakah dalam mengatasi masalah Anda sudah menggunakan strategi memecahkan masalah ataukah Anda memecahkan masalah cukup berdasarkan intuisi? Apakah Anda sering mengasah kemampuan menggunakan strategi memecahkan masalah?

Modul 2 ini membahas tentang strategi umum memecahkan masalah matematika dan saran proses pembelajarannya di SMP. Dengan mempelajari strategi umum pemecahan masalah dalam matematika, kelak siswa dapat mengalihgunakannya ketika memecahkan masalah dalam kehidupannya. Setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan mampu: (1) menjelaskan strategi umum dalam memecahkan masalah matematika, dan (2) memberi contoh cara membelajarkan suatu strategi memecahkan masalah matematika di SMP.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul 2 ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam tiga kegiatan belajar. Kegiatan belajar (KB) tersebut sebagai berikut.

KB 1: Strategi Umum Memecahkan Masalah Matematika dari Polya.

KB 2: Pembelajaran Empat Langkah Strategi Memecahkan Masalah dari Polya di SMP.

KB 3: Pemilihan Masalah untuk Pembelajaran Memecahkan Masalah

Cermati uraian pada masing-masing kegiatan belajar dan kemudian selesaikan tugas sebagai latihan yang ada di akhir Modul 2 ini. Bila Anda masih ragu terhadap penyelesaian tugas Anda atau ada hal lain yang perlu diklarifikasi, berdiskusilah

dengan teman sejawat atau dengan Fasilitator Anda. Pada akhir proses belajar Modul 2 ini lakukanlah refleksi diri terkait penguasaan Anda terhadap bahasan dalam Modul 2 ini. Dalam memahami Modul 2 ini hendaknya Anda juga mencermati naskah Permendiknas Nomor 22 Tahun 2007 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMP.

A. Kegiatan Belajar 1: Strategi Umum Memecahkan Masalah Matematika dari Polya

Bacalah dengan cermat ilustrasi permasalahan yang pernah dihadapi oleh Pak Faiz berikut ini.

Pak Faiz ingin menikahkan anaknya. Pada awalnya dia kebingungan karena untuk mengadakan hajatan tersebut dia harus membentuk panitia yang cukup besar. Karena masalah ini terlalu besar untuk dipikirkan sendiri olehnya, dia merundingkan penyelesaian masalah ini dengan istrinya. Selanjutnya mereka berdua membuat daftar kerabat dan tetangga mereka yang akan dijadikan panitia dan disesuaikan dengan keahlian masing-masing. Singkat cerita, setelah panitia terbentuk selanjutnya panitia menjalankan tugas untuk mempersiapkan dan melaksanakan hajatan tersebut. Pada akhirnya Pak Faiz sukses dalam menikahkan anaknya.

Permasalahan Pak Faiz tersebut sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Perhatikan cara Pak Faiz dalam mengatasi masalahnya. Ketika menghadapi masalah Pak Faiz berusaha dengan tenang mengidentifikasi peristiwa apa yang terjadi dan apa yang dapat dikendalikan dan tidak dapat segera dikendalikan. Selanjutnya Pak Faiz menyusun strategi mengatasi masalah dengan membuat daftar kepanitiaan. Pak Faiz meminta bantuan kepada orang-orang terdekatnya untuk membantu melaksanakan rencananya tersebut. Akhirnya rencana Pak Faiz berhasil dilaksanakan dan ia mampu melewati masalah dengan baik.

Langkah-langkah yang dilakukan Pak Faiz tersebut sebenarnya lazim dilakukan oleh seseorang yang berhasil memecahkan masalah. Menurut Holmes (1995), strategi umum pemecahan masalah yang terkenal adalah strategi Polya (1957) yaitu empat langkah rencana, berguna baik untuk problem rutin maupun nonrutin. Langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Memahami masalah.
2. Membuat rencana pemecahan masalah.
3. Melaksanakan rencana pemecahan masalah.
4. Membuat *review* atas pelaksanaan rencana pemecahan masalah.

Dalam proses memecahkan masalah, langkah-langkah tersebut dapat dilakukan secara urut walaupun kadangkala terdapat langkah-langkah yang tidak harus urut, terutama dalam pemecahan masalah yang sulit.

Langkah 1 Memahami Masalah

Langkah ini sangat menentukan kesuksesan memperoleh solusi masalah. Langkah ini melibatkan pendalaman situasi masalah, melakukan pemilahan fakta-fakta, menentukan hubungan diantara fakta-fakta dan membuat formulasi pertanyaan masalah. Setiap masalah yang tertulis, bahkan yang paling mudah sekalipun harus dibaca berulang kali dan informasi yang terdapat dalam masalah dipelajari dengan seksama. Biasanya siswa harus menyatakan kembali masalah dalam bahasanya sendiri.

Langkah 2 Membuat Rencana Pemecahan Masalah

Langkah ini perlu dilakukan dengan percaya diri ketika masalah sudah dapat dipahami. Rencana solusi dibangun dengan mempertimbangkan struktur masalah dan pertanyaan yang harus dijawab. Jika masalah tersebut adalah masalah rutin dengan tugas menulis kalimat matematika terbuka, maka perlu dilakukan penerjemahan masalah menjadi bahasa matematika. Jika masalah yang dihadapi adalah masalah nonrutin, maka suatu rencana perlu dibuat, bahkan kadang strategi baru perlu digunakan.

Langkah 3 Melaksanakan Rencana Pemecahan Masalah

Untuk mencari solusi yang tepat, rencana yang sudah dibuat dalam langkah 2 harus dilaksanakan dengan hati-hati. Untuk memulai, estimasi solusi yang dibuat sangat perlu. Diagram, tabel atau urutan dibangun secara seksama sehingga si pemecah masalah tidak akan bingung. Tabel digunakan jika perlu. Jika solusi memerlukan komputasi, kebanyakan individu akan menggunakan kalkulator untuk menghitung daripada menghitung dengan kertas dan pensil dan mengurangi kekhawatiran yang sering terjadi dalam pemecahan masalah. Jika muncul ketidakkonsistenan ketika melaksanakan rencana, proses harus ditelaah ulang untuk mencari sumber kesulitan masalah.

Langkah 4 Melihat (mengecek) Kembali

Selama langkah ini berlangsung, solusi masalah harus dipertimbangkan. Perhitungan harus dicek kembali. Melakukan pengecekan dapat melibatkan pemecahan masalah yang mendeterminasi akurasi dari komputasi dengan menghitung ulang. Jika kita membuat estimasi, maka bandingkan dengan solusi. Solusi harus tetap cocok terhadap akar masalah meskipun kelihatan tidak beralasan. Bagian penting dari langkah ini adalah ekstensi. Ini melibatkan pencarian alternatif pemecahan masalah.

B. Kegiatan Belajar 2: Membelajarkan Empat Langkah Strategi Memecahkan Masalah Matematika dari Polya di SMP

Berikut ini adalah contoh hasil pekerjaan Yoga, siswa Kelas VIII dalam memecahkan masalah matematika tentang luas segitiga. Masalah yang diberikan adalah sebagai berikut.

Pada suatu segitiga ABC , titik D terletak pada sisi AB dan titik E terletak pada sisi AC .

Tunjukkan bahwa $\frac{\text{Luas } \triangle ADE}{\text{Luas } \triangle ABC} = \frac{AD \times AE}{AB \times AC}$. (Soal Hari II Nomor 4 Matematika SMP

Olimpiade Sains Nasional 2009)

Pertama, buat persegi panjang dengan salah satu panjangnya BC yang mencakup semua bagian $\triangle ABC$. Kita sebut persegi panjang BCFG. Misalkan $GA = y$, $AF = z$ dan $GB = x$.

Maka luas $\triangle ABC$ adalah $\frac{x(y+z)}{2}$, sedangkan $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ dan $AC = \sqrt{x^2 + z^2}$, sehingga $AB \times AC = \sqrt{(x^2 + y^2)(x^2 + z^2)}$.

Lalu, buat garis DH dan EI yang tegak lurus dengan FG sehingga H dan I berada pada garis FG . Lalu buat persegi panjang $HIEJ$. Misalkan $HA = p$ dan $AI = q$. Kita tahu bahwa $\triangle ABG \sim \triangle ADH$ dan $\triangle ACF \sim \triangle AEI$, maka $\frac{y}{u} = \frac{p}{HD}$ dan $\frac{z}{u} = \frac{q}{IE}$, dan kita dapatkan $HD = \frac{pu}{y}$ dan $IE = \frac{qz}{z}$. Kita dapatkan luas $\triangle ADE$ adalah:

$$\text{Luas } HIEJ - \triangle AHD - \triangle AIE - \triangle DEJ = \frac{qz}{z}(p+q) - \frac{1}{2}p\left(\frac{pu}{y}\right) - \frac{1}{2}q\left(\frac{qz}{z}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{qz}{z} - \frac{pu}{y}\right)(p+q) = \frac{pqz + q^2z}{z} - \frac{p^2u}{2y} - \frac{q^2z}{2z} - \frac{(qyz - p^2z)(p+q)}{2yz} = \frac{2pqzy + 2q^2zy - p^2uz - q^2uz - pqzy + p^2uz - q^2zy + pqz}{2yz} = \frac{pqzy + pqz}{2yz} = \frac{pqz(y+z)}{2yz}$$

Dan karena $AD = \sqrt{p^2 + \left(\frac{pu}{y}\right)^2}$ dan $AE = \sqrt{q^2 + \left(\frac{qz}{z}\right)^2}$, maka $AD \times AE$ adalah:

$$\sqrt{\left(p^2 + \frac{p^2u^2}{y^2}\right)\left(q^2 + \frac{q^2z^2}{z^2}\right)} = \sqrt{p^2q^2 + \frac{p^2q^2u^2}{z^2} + \frac{p^2q^2z^2}{y^2} + \frac{p^2q^2u^4}{y^2z^2}}$$

Kita peroleh bahwa $\frac{\text{luas } \triangle ADE}{\text{luas } \triangle ABC}$ adalah:

$$\frac{\frac{pqz(y+z)}{2yz}}{\frac{x(y+z)}{2}} = \frac{pqz(y+z)}{2yz} \cdot \frac{2}{x(y+z)} = \frac{pq}{yz}$$

Selain itu, kita juga memperoleh $\frac{AD \times AE}{AB \times AC} =$

$$\frac{\sqrt{p^2q^2 + \frac{p^2q^2u^2}{z^2} + \frac{p^2q^2z^2}{y^2} + \frac{p^2q^2u^4}{y^2z^2}}}{\sqrt{(x^2 + y^2)(x^2 + z^2)}} = \frac{\sqrt{p^2q^2y^2z^2 + p^2q^2u^2y^2 + p^2q^2z^2y^2 + p^2q^2u^4}}{y^2z^2} = \frac{\sqrt{p^2q^2(x^2 + y^2 + x^2 + z^2 + y^2z^2)}}{y^2z^2} = \frac{\sqrt{p^2q^2}}{yz} = \frac{pq}{yz}$$

Maka, terbukti bahwa:

$$\frac{\text{luas } \triangle ADE}{\text{luas } \triangle ABC} = \frac{AD \times AE}{AB \times AC} \quad \boxed{\text{Q.E.D.}}$$

Apakah Anda sering mengamati secara detail hasil pekerjaan siswa Anda dalam memecahkan masalah matematika? Perhatikan hasil pekerjaan Yoga. Menurut Anda, apakah Yoga sudah mampu memahami masalah? Apa indikasi bahwa Yoga sudah memahami masalah? Apakah rencana pemecahan masalah yang dibuat Yoga sudah memadai? Apakah pelaksanaan rencana pemecahan masalah yang dilakukan Yoga sudah sesuai? Apakah solusi masalah yang diperoleh oleh Yoga sudah terkomunikasi dengan benar? Coba Anda diskusikan dengan sejawat Anda atau dengan fasilitator Anda.

Keberhasilan Yoga dalam memecahkan masalah tentunya tidak lepas dari usaha gurunya dalam melatih kemampuan Yoga memecahkan masalah. Beberapa guru percaya bahwa kemampuan memecahkan masalah berkembang secara otomatis dari penguasaan keterampilan berhitung. Menurut Lenchner (1983), hal itu tidak seluruhnya benar. Pemecahan masalah merupakan suatu keterampilan yang perlu diajarkan, dan guru matematika harus membuat suatu usaha untuk hal itu. Usaha dapat dilakukan dengan pembelajaran keterampilan memecahkan masalah yang komprehensif mencakup empat langkah strategi memecahkan masalah. Bagaimana cara membelajarkannya?

1. Pembelajaran *Memahami Masalah* (Langkah 1)

Lenchner (1983) menyatakan bahwa sebelum siswa Anda menggoreskan pensil pada kertas dalam usaha menyelesaikan masalah, doronglah mereka untuk berpikir (*think*) tentang masalah yang sudah ada di hadapannya. Biarkan siswa mengajukan pertanyaan-pertanyaan kepada Anda sepanjang pertanyaan mereka menyangkut masalah yang akan dipecahkan. Pada keadaan ini, Anda harus menunda dulu jawaban semua pertanyaan siswa yang terkait dengan proses memecahkan masalah. Jika siswa Anda tampak tidak memiliki pertanyaan, diharapkan Anda yang mengajukan pertanyaan. Pertanyaan Anda itu mungkin dapat mendorong munculnya pertanyaan siswa. Berikut ini beberapa contoh pertanyaan Anda.

- a. Apakah masalah yang ada memberimu cukup informasi? Atau terlalu banyak informasi?
- b. Apa pertanyaan yang harus dijawab?
- c. Seperti apa gambaran masalahnya?

Misalnya masalah yang dihadapi adalah menentukan berapa banyak bilangan ganjil atau gasal terdiri dari tiga angka dengan angka-angkanya tidak ada yang berulang yang dapat dibentuk dengan menggunakan angka-angka 1, 2, 3, dan 4. Pemahaman masalah yang harus dilakukan adalah kita harus mengetahui kata kunci, yaitu bilangan yang dibentuk harus terdiri dari tiga angka dan bilangannya harus bilangan ganjil. Selanjutnya karena merupakan bilangan ganjil dan angka-angka pembentuk bilangan tersebut yang tersedia hanya angka-angka 1, 2, 3, dan 4, maka bilangan-bilangan tersebut harus berakhir dengan angka 1 atau 3.

Selanjutnya Lenchner juga menyatakan bahwa beberapa kesulitan yang dihadapi siswa untuk memahami masalah umumnya berhubungan dengan *bahasa dalam masalah*. Jika Anda berpikir bahwa bahasa menjadi barometer pemahaman mereka, berikan pertanyaan kepada siswa sedemikian rupa sehingga jawaban siswa dapat membuat Anda dengan cepat mengetahui letak atau sumber kesulitan siswa. Suatu saat Anda akan menjumpai teknik yang efektif dalam bertanya sehingga siswa mampu menyatakan kembali masalah yang dihadapinya dengan bahasa atau kata-kata mereka sendiri. Salah satu proses yang dapat dilakukan adalah dengan mengidentifikasi kosa kata dalam masalah yang kurang dikenal dan yang bermakna ganda (ambigu) dalam masalah (kalau ada).

Ketika Anda merasa yakin bahwa siswa Anda telah memahami masalah pada permulaannya, Anda akan menjumpai bahwa kadangkala makna ganda dalam masalah muncul setelah mereka mulai memecahkan masalah. Sebagai contoh, jika masalah berkenaan dengan pekerjaan seseorang dalam satu minggu, maka siswa Anda mungkin tidak menyadari adanya makna ganda, sampai mereka sudah mulai memecahkan masalah dan menyadari bahwa banyaknya hari kerja dalam satu minggu tidak jelas. Jika muncul kesulitan seperti ini, harus dilakukan diskusi dan klarifikasi sebelum siswa Anda bekerja lebih lanjut dalam memecahkan masalah.

2. Pembelajaran Membuat Rencana Pemecahan Masalah (Langkah 2)

Dalam proses pembelajaran pemecahan masalah, siswa dikondisikan untuk memiliki pengalaman menerapkan berbagai macam strategi pemecahan masalah. Pengalaman itu diawali dengan memilih atau menentukan strategi memecahkan masalah sebagai bentuk rencana memecahkan masalah. Menurut Lenchner (1983), ketika siswa Anda telah memahami masalah yang dihadapi, saatnya mereka selanjutnya memutuskan rencana aksi untuk menindaklanjuti pemecahan masalah. Mereka harus memilih strategi pemecahan masalah yang masuk akal. Strategi yang tepat untuk memecahkan masalah matematika cukup banyak dan bervariasi, tetapi berikut ini beberapa diantaranya yang paling banyak digunakan:

- a. Membuat gambar atau diagram
- b. Menemukan pola

- c. Membuat daftar yang terorganisasi
- d. Membuat tabel
- e. Menyederhanakan masalah
- f. Mencoba-coba
- g. Melakukan eksperimen
- h. Memeragakan (memerankan) masalah
- i. Bergerak dari belakang
- j. Menulis persamaan
- k. Menggunakan deduksi

Untuk menyelesaikan suatu masalah, strategi pemecahan masalah seperti tersebut mungkin digunakan secara sendiri-sendiri, namun dapat pula secara kombinasi. Anda akan menjumpai bahwa untuk suatu masalah yang sama, orang (pemecah masalah) yang berbeda dapat menggunakan strategi yang berbeda.

Untuk masalah bilangan ganjil tiga angka di atas, kita harus menggunakan strategi membuat daftar yang sistematis sehingga tidak ada bilangan yang terlewat atau berlebih.

Sangat penting untuk disadari bahwa kita tidak dapat mengharapkan siswa menggunakan strategi yang tidak dikenalnya. Seperti keterampilan yang lain, keterampilan pemecahan masalah diperoleh setelah dipelajari. Oleh karena itu kepada siswa perlu diberikan masalah-masalah yang luas dan bervariasi sehingga mereka dapat mencoba strategi baru dan praktik menggunakannya. Oleh karena itu dalam proses pembelajaran suatu kompetensi dasar (KD) yang bertujuan mengembangkan dan melatih kemampuan siswa dalam memecahkan masalah hendaknya dilatihkan penerapan strategi pemecahan masalah yang bervariasi.

3. Pembelajaran Melaksanakan Rencana Pemecahan Masalah (Langkah 3)

Proses inti yang harus dilakukan dalam memecahkan masalah adalah melaksanakan rencana pemecahan masalah yang sudah dibuat atau dipikirkan. Seringkali selama proses pemecahan masalah siswa dihadapkan pada proses perhitungan aritmetika. Bila siswa mengalami hambatan dalam hal itu, maka proses pembelajaran perlu dikondisikan agar bantuan dengan mudah diperoleh siswa, baik dari guru atau siswa

lain. Pada tahap ini siswa perlu mengecek langkah demi langkah proses pemecahan masalah, apakah masing-masing langkah sudah benar. Melaksanakan rencana pemecahan masalah sering dikacaukan dengan rencana itu sendiri. Perbedaannya adalah bahwa dalam melaksanakan rencana pemecahan masalah orang akhirnya mengeset pensil ke kertas, dan mengimplementasikan strategi yang telah direncanakan untuk memperoleh jawaban masalah. Pada masalah menghitung banyak bilangan ganjil tiga angka di atas, kita membuat daftar yang sistematis seperti berikut:

2 3 1	1 2 3
2 4 1	1 4 3
3 2 1	2 1 3
3 4 1	2 4 3
4 2 1	4 1 3
4 3 1	4 2 3

Meskipun siswa seringkali mampu bekerja dengan caranya sendiri pada tahap ini, guru tetap penting untuk memperhatikan proses pemecahan masalah. Hal itu disebabkan pelaksanaan rencana sering melibatkan perhitungan aritmetika. Bersiaplah untuk membantu dan membimbing siswa Anda yang mempunyai kesulitan dalam keterampilan berhitung. Jika pemecahan masalah melibatkan satu atau lebih langkah, ingatkan siswa untuk mengecek pekerjaan mereka pada setiap akhir langkah sebelum melanjutkan ke langkah berikutnya. Bila siswa menjumpai strategi mereka tidak efektif, sarankan untuk mempertimbangkan pengubahan pemilihan strategi. Bantulah siswa agar memahami bahwa pertimbangan yang hati-hati dari setiap langkah akan mengembangkan persepsi tentang pemecahan masalah dan perhitungan (komputasi) hanya merupakan bagian dari proses memecahkan masalah yang luas dan kuat.

4. Pembelajaran Melihat (Mengecek) Kembali

Setelah mendapatkan jawaban permasalahan seringkali siswa merasa telah sukses memecahkan masalah, namun kadang-kadang sebenarnya bukan jawaban itu yang dimaksud, atau bisa jadi memang jawaban itu yang dimaksud namun belum lengkap. Oleh karena itu mengecek atau melihat kembali jawaban permasalahan yang

diperoleh menjadi penting. Apakah penyelesaian sudah benar dan menjawab pertanyaan? Apakah sudah lengkap? Kadang-kadang masih diperlukan tafsiran lebih lanjut dari jawaban yang diperoleh.

Siswa seringkali percaya dengan apa yang telah mereka kerjakan ketika sudah menemukan jawaban, apapun jawabannya, terkait dengan masalah yang dihadapi. Mereka sering merasa tidak perlu untuk melihat kembali apa yang telah mereka kerjakan. Akhirnya kemudian mereka menghilangkan bagian penting dari suatu proses pemecahan masalah, yaitu melihat (mengecek) kembali jawaban masalah. Pada tahapan keempat pemecahan masalah bilangan di atas, dari daftar yang sudah dibuat kemudian harus ditafsirkan hasilnya yaitu terdapat 12 bilangan ganjil tiga angka yang dapat dibentuk. Dari pengalaman, banyak sekali siswa yang tidak menjawab yang ditanyakan. Mereka sudah betul dalam membuat daftar, bahkan sampai lengkap. Akan tetapi siswa tidak menyimpulkan dengan kalimat “*Dengan demikian terdapat 12 bilangan ganjil tiga angka yang dapat dibentuk,*” sehingga dapat dikatakan mereka belum menjawab yang ditanyakan.

Doronglah siswa Anda untuk selalu melihat kembali dan mempertimbangkan masuk akal ataukah tidak jawaban yang mereka peroleh. Suatu cara sederhana dan efektif untuk mencapainya adalah dengan menuntut siswa untuk menulis jawaban dalam kalimat yang lengkap. Hal itu dapat mendorong siswa untuk melakukan kajian terhadap pernyataan mereka terkait masalah dan hal-hal yang ditanyakan dalam masalah. Hal itu juga dapat memfasilitasi terjadinya deteksi kesalahan-kesalahan yang mungkin dibuat. Jika jawaban yang diperoleh masuk akal, doronglah siswa untuk membuat satu cek terakhir terhadap kecermatan perhitungan.

Siswa harus belajar untuk berhenti dan merefleksi, tidak hanya pada jawaban yang mereka peroleh, tetapi juga pada bagaimana cara memperoleh jawaban. Jika memungkinkan, ambil waktu untuk mendiskusikan strategi atau starategi-staregti yang telah digunakan dalam memecahkan masalah. Jika siswa yang berbeda menggunakan strategi yang berbeda, bandingkan strategi-strategi mereka dalam hal efisiensi dan kesederhanaannya. Pembahasan tentang strategi itu mungkin akan membimbing beberapa siswa untuk menghubungkan masalah yang dihadapi dengan masalah yang mirip atau hampir sama yang telah dipecahkan pada waktu sebelumnya.

Keadaan itu akan memperkuat pengalaman siswa dalam memecahkan masalah. Salah satu cara yang bermanfaat untuk melihat kembali terhadap masalah adalah dengan memperluas masalah. Hal itu biasanya dilakukan dengan cara mengubah pertanyaan atau informasi tentang bilangan atau kondisi masalah yang diajukan.

Mengajar pemecahan masalah sangat berbeda dengan mengajarkan aspek-aspek yang lain dalam proses pembelajaran matematika. Kebanyakan guru akan menyetujui bahwa perencanaan pembelajaran untuk membantu siswa meningkatkan kemampuan mereka dalam menyelesaikan masalah-masalah non rutin yang sulit adalah tugas yang sangat menantang yang dihadapi oleh para guru. Pembelajaran pemecahan masalah harus dipandang sebagai suatu sistem dan didasarkan pada asumsi sebagai berikut (Kantowski, 1980):

1. Pemecahan masalah dengan berbagai bentuknya adalah untuk semua orang.
2. Untuk kebanyakan siswa, keahlian memecahkan masalah tidak datang dengan tiba-tiba. Ini merupakan hasil dari kombinasi antara pembelajaran yang direncanakan dengan berhati-hati dan pengalaman dalam memecahkan berbagai variasi masalah.
3. Pemecahan masalah tidak dapat dipelajari secara cepat. Untuk kebanyakan siswa, kemampuan memecahkan masalah dikembangkan dalam jangka waktu yang sangat lama.

Pada dasarnya terdapat dua komponen penting untuk dapat berhasil dalam memecahkan masalah, yaitu mengetahui pengetahuan matematika yang diperlukan dan mengetahui apa yang harus dilakukan dengan apa saja yang diketahui.

Menurut Kantowski (1980) pada setiap tingkat kemampuan pemecahan masalah terdapat karakteristik dari siswa dan peran guru yang berbeda-beda. Berikut ini adalah tingkatan karakteristik siswa dan peran guru tersebut.

1. Tingkat pertama

Pada tingkat pertama ini siswa tidak mempunyai atau hanya sedikit pengetahuannya tentang apa itu pemecahan masalah, arti strategi pemecahan masalah ataupun struktur matematika dari masalah. Kebanyakan siswa pada tingkatan ini tidak mengetahui dari mana harus memulai menyelesaikan masalah. Peran guru pada tingkatan ini adalah sebagai model atau pemberi contoh.

2. Tingkat kedua

Pada tingkat ini siswa sudah mengerti maksud pemecahan masalah, strategi dan struktur matematika dari masalah. Mereka dapat mengikuti dan memahami proses penyelesaian yang dilakukan orang lain dan sering menyarankan strategi-strategi lain yang diambil dari masalah-masalah lain yang mirip yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah tersebut. Meskipun demikian, siswa tersebut masih merasa belum memiliki rasa percaya diri untuk memecahkan masalah. Pada tingkatan ini guru berperan sebagai pihak yang memberi bantuan.

3. Tingkat ketiga

Pada tingkatan ini, siswa mulai percaya diri dalam memecahkan masalah. Mereka aktif menyarankan strategi yang berbeda dari yang pernah digunakan sebelumnya. Mereka mulai memahami bahwa suatu masalah dapat mempunyai banyak penyelesaian ataupun tidak ada penyelesaian. Guru berperan sebagai pemberi masalah pada tingkatan ini.

4. Tingkat keempat

Pada tingkat keempat ini, siswa sudah dapat memilih dan menentukan strategi pemecahan masalah yang paling efektif, efisien dan elegan serta dapat mencari alternatif penyelesaian dari masalah. Siswa selalu termotivasi untuk menyelesaikan masalah-masalah baru yang lebih sulit dan menantang. Pada tingkatan ini peran guru adalah sebagai fasilitator.

C. Kegiatan Belajar 3: Pemilihan Masalah untuk Pembelajaran Memecahkan Masalah Matematika di SMP

Pengembangan kemampuan dasar untuk memecahkan masalah telah lama dikenal sebagai salah satu tujuan penting dalam pembelajaran matematika di sekolah. Pembelajaran pemecahan masalah juga dikenal sebagai suatu hal yang sulit dilakukan oleh para guru. Alasan utama yang menyebabkan sulitnya pembelajaran pemecahan masalah di kalangan para guru adalah pemecahan masalah tidak hanya sekedar kemampuan menggunakan sekumpulan algoritma sederhana, tetapi lebih dari itu, pemecahan masalah merupakan suatu proses yang kompleks karena memerlukan adanya tahap-tahap dan strategi untuk menyelesaikannya (LeBlanc, 1980).

Guru tentunya menginginkan para siswanya dapat berhasil dan mempunyai rasa percaya diri dalam memecahkan masalah. Faktor motivasi dari siswa menjadi salah satu dari beberapa faktor yang menjadi penyebab kesuksesan dan rasa percaya diri tersebut. Apabila seorang siswa diberi suatu masalah tetapi dia tidak mempunyai motivasi untuk menyelesaikannya maka kemungkinan besar dia tidak akan menyelesaikannya. Dalam hal ini faktor motivasi sangat besar pengaruhnya. Guru harus pandai memilih dan menentukan masalah yang dapat menarik dan memberi tantangan kepada para siswa sehingga mereka termotivasi untuk mencoba menyelesaikannya. Perasaan senang dan menikmati masalah dari para siswa menjadi kunci keberhasilan dalam pembelajaran pemecahan masalah.

Pemilihan masalah dengan tingkat kesulitan yang sesuai juga menjadi salah satu faktor yang cukup penting. Faktor-faktor apa saja yang dapat menyebabkan suatu masalah menjadi sulit untuk dipecahkan? LeBlanc (1980) menyebutkan empat faktor yang dapat mempengaruhi tingkat kesulitan suatu masalah, yaitu pemilihan kosakata, panjang pendek dan struktur dari frasa atau kalimat, ukuran dan kompleksitas dari bilangan serta konteks dan kesesuaian masalah dengan situasi dan kondisi di sekitar para siswa.

Kosakata harus dipilih sehingga siswa mudah memahami maksud dari masalah yang dihadapi. Istilah-istilah khusus dalam matematika, misalnya tegak lurus, kelipatan, dan faktor, tidak untuk dihindari tetapi justru harus dimengerti dengan jelas oleh siswa. Apabila suatu kalimat terlalu panjang, akan lebih baik jika dipecah menjadi dua kalimat atau lebih sehingga akan lebih mudah dipahami maksudnya. Bilangan-bilangan yang terlalu besar atau terlalu kompleks seharusnya diganti dengan bilangan-bilangan yang sederhana. Hal ini dimaksudkan supaya siswa lebih fokus pada proses pemecahan masalahnya dan bukan pada komputasinya. Perubahan konteks permasalahan dapat menyebabkan perbedaan tingkat kesulitan dari suatu masalah. Sebagai contoh, inti dari dua masalah berikut adalah sama tetapi dalam konteks yang berbeda.

1. Terdapat 8 orang dalam suatu pesta. Ada berapa banyak jabat tangan yang terjadi jika masing-masing orang saling berjabat tangan dengan orang yang lain?
2. Terdapat 8 titik yang tidak ada tiga titik yang segaris. Ada berapa banyak ruas garis yang dapat dibuat jika setiap titik dihubungkan dengan titik yang lain?

D. Ringkasan

1. Strategi umum pemecahan masalah yang populer sampai saat ini adalah strategi Polya yang sering disebut Strategi Empat Langkah Polya. Strategi tersebut sebagai berikut.
 - a. Memahami masalah.
 - b. Membuat rencana pemecahan masalah.
 - c. Melaksanakan rencana pemecahan masalah.
 - d. Membuat *review* atas pelaksanaan rencana pemecahan masalah.
2. Pembelajaran memahami masalah harus dimulai dengan mendorong siswa untuk berpikir (*think*) tentang masalah yang sudah ada di hadapannya. Siswa dibiarkan mengajukan pertanyaan-pertanyaan sepanjang pertanyaan mereka menyangkut masalah yang akan dipecahkan. Jika siswa Anda tampak tidak memiliki pertanyaan, diharapkan Anda yang mengajukan pertanyaan. Pertanyaan Anda itu mungkin dapat mendorong munculnya pertanyaan siswa.
3. Pembelajaran membuat rencana pemecahan masalah harus mengkondisikan siswa untuk memiliki pengalaman menerapkan berbagai macam strategi pemecahan masalah. Pengalaman itu diawali dengan memilih atau menentukan strategi memecahkan masalah sebagai bentuk rencana memecahkan masalah. Strategi yang sering digunakan adalah membuat gambar atau diagram, menemukan pola, membuat daftar yang terorganisasi, membuat tabel, menyederhanakan masalah, mencoba-coba, melakukan eksperimen, memeragakan (memerankan) masalah, bergerak dari belakang, menulis persamaan, menggunakan deduksi.
4. Pembelajaran melaksanakan rencana pemecahan masalah dengan proses inti melaksanakan rencana pemecahan masalah yang sudah dibuat atau dipikirkan. Pada tahap ini siswa perlu mengecek langkah demi langkah proses pemecahan masalah, apakah masing-masing langkah sudah benar.
5. Pembelajaran mengecek kembali pelaksanaan rencana pemecahan masalah harus mendorong siswa untuk selalu melihat kembali dan mempertimbangkan masuk akal atautah tidak jawaban yang mereka peroleh. Suatu cara sederhana dan efektif untuk mencapainya adalah dengan menuntut siswa untuk menulis jawaban dalam kalimat yang lengkap.

6. Pembelajaran pemecahan masalah harus dipandang sebagai suatu sistem dan didasarkan pada asumsi sebagai berikut
 - a. Pemecahan masalah dengan berbagai bentuknya adalah untuk semua orang.
 - b. Keahlian memecahkan masalah tidak datang dengan tiba-tiba. Ini merupakan hasil dari kombinasi antara pembelajaran yang direncanakan dengan berhati-hati dan pengalaman dalam memecahkan berbagai variasi masalah.
 - c. Pemecahan masalah tidak dapat dipelajari secara cepat.Terdapat dua komponen penting untuk dapat berhasil dalam memecahkan masalah, yaitu mengetahui pengetahuan matematika yang diperlukan dan mengetahui apa yang harus dilakukan dengan apa saja yang diketahui.
7. Empat faktor yang dapat mempengaruhi tingkat kesulitan suatu masalah, yaitu pemilihan kosakata, panjang pendek dan struktur dari frasa atau kalimat, ukuran dan kompleksitas dari bilangan serta konteks dan kesesuaian masalah dengan situasi dan kondisi di sekitar para siswa.

E. Tugas atau Latihan

1. Mintalah kepada siswa Anda untuk mengemukakan pikiran mereka ketika memecahkan masalah berbentuk cerita secara lisan atau tertulis. Cermati langkah-langkah dan metode yang digunakan dalam memecahkan masalah. Buat catatan terhadap respon atau hasil pekerjaan siswa.
2. Gunakan catatan terkait aktivitas siswa atau hasil pekerjaan siswa yang Anda miliki untuk melihat apakah siswa Anda sudah memahami langkah-langkah pemecahan masalah dari Polya. Bandingkan respon mereka untuk memutuskan seberapa jauh jangkauan pemahaman siswa tentang proses memecahkan masalah mengacu pada empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya.
3. Praktekkan saran-saran yang perlu dilakukan dalam melaksanakan proses pembelajaran empat langkah strategi memecahkan masalah pada modul ini di kelas Anda. Mintalah teman sejawat Anda di sekolah untuk mengamati proses pembelajaran yang Anda kelola. Lakukan refleksi setelah praktek. Berdiskusilah dengan pengamat Anda. Kajiilah kelebihan dan kekurangannya.

Keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini dapat dilihat dari sejauh mana keterampilan Anda dalam memutuskan jangkauan pemahaman siswa dalam proses memecahkan masalah mengacu pada empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya. Misalkan Anda mempunyai catatan dari siswa tentang hasil pekerjaan mereka dalam memecahkan masalah. Bila dari catatan tersebut Anda dapat segera memutuskan jangkauan pemahaman siswa dalam memecahkan masalah mengacu pada empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya, maka berarti Anda telah memahami empat langkah strategi memecahkan masalah dan proses pembelajarannya. Anda dinyatakan berhasil mempelajari modul ini bila telah trampil memutuskan seberapa jauh jangkauan pemahaman siswa dalam proses memecahkan masalah, minimal untuk 4 macam pekerjaan memecahkan masalah.

Pada bagian tugas atau latihan modul ini Anda diminta mencermati respon hasil pekerjaan siswa dalam memecahkan masalah secara lisan atau tertulis. Kecuali itu Anda juga diminta untuk mempraktekkan proses pembelajaran memecahkan masalah matematika. Pada setiap hasil latihan Anda diharapkan dapat mengidentifikasi hal-hal sebagai berikut.

1. Apakah Anda sudah mengelola pembelajaran memecahkan masalah sesuai dengan tujuannya?
2. Apakah siswa Anda sudah memahami masalah? Apa yang telah Anda lakukan ketika siswa sudah memahami masalah, dan sebaliknya ketika mereka belum memahami masalah?
3. Apakah siswa Anda sudah mampu membuat dan melaksanakan rencana dalam memecahkan masalah matematika? Apa yang telah Anda lakukan ketika siswa sudah mampu, dan sebaliknya apa yang Anda lakukan ketika mereka belum mampu?
4. Apakah siswa Anda sudah mampu melakukan langkah melihat atau mengecek ke belakang dalam memecahkan masalah matematika? Apa yang telah Anda lakukan ketika siswa sudah mampu, dan sebaliknya apa yang Anda lakukan ketika mereka belum mampu?


Apapun hasil latihan Anda, sebaiknya Anda terus mencermati pekerjaan siswa dalam memecahkan masalah dan nyatakan seberapa jauh siswa Anda telah mampu

memecahkan masalah matematika. Di kelas, silakan Anda coba, coba, dan coba terus mempraktekkan saran-saran yang perlu dilakukan dalam melaksanakan proses pembelajaran empat langkah strategi memecahkan masalah pada modul ini. Jika Anda lakukan hal itu secara konsisten, akhirnya Anda akan mendapati ternyata diri Anda pantas dinyatakan sebagai guru yang profesional dalam mengelola pembelajaran matematika. Selamat berkarya.

Daftar Pustaka

- Depdiknas. 2006. *Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs*. Jakarta: Depdiknas.
- Holmes, Emma E.1995. *New Directions in Elementary School Mathematics – Interactive Teaching and Learning*. New Jersey: A Simon and Schuster Company.
- Kantowski, Mary G. 1980. *Some Thoughts on Teaching for Problem Solving*. Reston, Virginia: The NCTM Inc.
- LeBlanc, John F. 1980. *Teaching Problem Solving in the Elementary School*. Reston, Virginia: The NCTM Inc.
- Lenchner, George. 1983. *Creative Problem Solving in School Mathematics*. New York: Glenwood Publication Inc.
- Randall, Charles dan Lester, F. 1982. *Teaching Problem Solving: What, Why & How*. California: Dale Seymour Publication.
- Wiworo. 2005. *Pembelajaran Kemampuan Pemecahan Masalah untuk Siswa Kelas 1, 2, 3 Sekolah Dasar*. Yogyakarta: PPPG Matematika.

MODUL 3
PEMBELAJARAN
STRATEGI
MEMECAHKAN
MASALAH MATEMATIKA
DI SEKOLAH MENENGAH
PERTAMA



MODUL 3

PEMBELAJARAN STRATEGI MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Sebagai guru matematika, Anda pasti harus membelajarkan siswa tentang pemecahan masalah. Apakah Anda sudah memiliki banyak bekal dan wawasan bagaimana cara membelajarkan siswa tentang pemecahan masalah tersebut? Jika belum, simaklah baik-baik isi Modul 3 berikut ini. Pastikan Anda akan menguasai dan mempraktekkan berbagai cara yang ditemukan dalam modul ini.

Strategi pemecahan masalah dalam modul ini adalah strategi memecahkan masalah yang bersifat spesifik, sedangkan strategi memecahkan masalah matematika yang dibahas dalam Modul 2, yaitu empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya, merupakan strategi umum memecahkan masalah matematika. Kami berharap Anda sudah mengerjakan latihan atau tugas pada Modul 2. Anda diharapkan sudah mencermati hasil pekerjaan siswa dalam memecahkan beberapa masalah yang berbeda. Apakah Anda menjumpai bahwa ada bermacam-macam strategi yang dapat digunakan dalam memecahkan masalah matematika? Apakah Anda menjumpai bahwa suatu masalah sama dapat diselesaikan dengan strategi yang berbeda?

Dalam Modul 3 ini dibahas tentang strategi memecahkan masalah matematika dan saran proses pembelajarannya di SMP. Dengan mempelajari strategi pemecahan masalah dalam matematika, diharapkan siswa dapat taktis, efisien dan efektif dalam memecahkan masalah, baik dalam mata pelajaran matematika, maupun dalam kehidupannya kelak. Setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan mampu: (1) mengidentifikasi strategi memecahkan masalah matematika yang dapat dipilih untuk menyelesaikan suatu masalah, dan (2) mengetahui dengan cepat atau terampil memutuskan seberapa jauh kemampuan siswa dalam menggunakan strategi memecahkan masalah ketika Anda mencermati hasil pekerjaan siswa dalam memecahkan masalah atau ketika Anda praktek pembelajaran strategi memecahkan

masalah. Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul 3 ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam satu kegiatan belajar.

Sebelum mempelajari uraian kegiatan belajar dalam Modul 3 ini Anda diharapkan sudah mempelajari dan berhasil memahami modul sebelumnya, yaitu Modul 1 tentang maksud memecahkan masalah matematika dan Modul 2 tentang pembelajaran strategi umum memecahkan masalah. Cermati uraian kegiatan belajar dan kemudian selesaikan tugas sebagai latihan yang ada di akhir Modul 3 ini. Bila Anda masih ragu terhadap penyelesaian tugas Anda atau ada hal lain yang perlu diklarifikasi, berdiskusilah dengan teman sejawat atau dengan fasilitator Anda. Pada akhir proses belajar Modul 3 ini lakukanlah refleksi diri terkait penguasaan Anda terhadap bahasan dalam Modul 3 ini.

A. Kegiatan Belajar: Pembelajaran Strategi Pemecahan Masalah Matematika di SMP

Strategi pemecahan masalah merupakan strategi spesifik yang digunakan untuk memecahkan masalah rutin dan nonrutin. Perhatikan masalah berikut ini.

Suatu klub bulutangkis mempunyai delapan anggota putra. Untuk menghadapi suatu kompetisi bulutangkis antar klub, pelatih klub tersebut ingin membentuk pasangan ganda putra. Ada berapa pasangan yang dapat dibentuk oleh pelatih tersebut?

Strategi apa yang seharusnya dipilih oleh siswa untuk menyelesaikan masalah tersebut? Apakah masalah tersebut dapat diselesaikan dengan satu macam strategi saja? Ataukah ada lebih dari satu strategi untuk menyelesaikan masalah tersebut?

Berikut ini diuraikan macam-macam strategi pemecahan masalah dan saran proses pembelajarannya yang uraiannya dimodifikasi dan diterjemahkan secara bebas oleh penulis dari *Solving Mathematical Problems in the Elementary School* dalam Holmes (1995). Siswa harus lebih waspada terhadap beberapa masalah yang memiliki informasi yang berlebihan atau sebaliknya. Banyak masalah kehidupan nyata menjadi lebih

kompleks atau lebih sulit karena tidak relevan atau ada informasi yang hilang terkait situasi masalah.

1. Membuat gambar atau diagram

Strategi ini terkait dengan pembuatan sketsa atau gambar untuk mempermudah para peserta memahami masalahnya dan mempermudah peserta mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Dengan strategi ini, hal-hal yang tidak diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak saja tetapi juga dapat dituangkan di atas kertas.

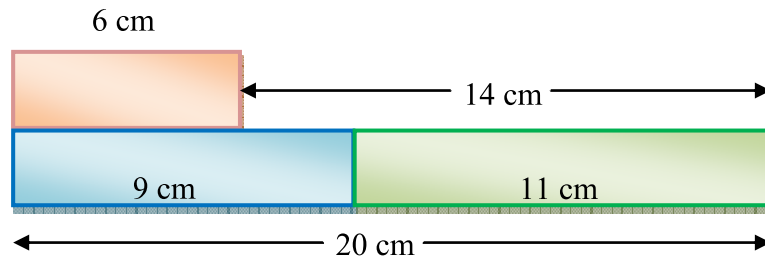
Membelajarkan strategi membuat gambar atau diagram

Berikut ini saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *membuat gambar atau diagram*.

1. Anda dapat membantu siswa menerjemahkan tindakan ke dalam diagram agar siswa menjadi lebih familiar dengan strategi ini. Beberapa siswa berpikir bahwa membuat *gambar matematika* membutuhkan kehati-hatian dan menghabiskan waktu, terutama pada bagian detailnya. Guru dapat menjelaskan kepada siswa bahwa *gambar matematika* adalah gambar sketsa yang dibuat dengan cepat, menggunakan bentuk bangun tertentu atau turus (*tally*) sebagai penghitung tertentu.
2. Untuk membelajarkan siswa yang belum mengerti maksud dari membuat *gambar matematika* untuk memecahkan masalah, guru dapat membantu siswa menerjemahkan pekerjaan mereka dengan memanipulasi gambar matematika.
3. Perhatian khusus diberikan kepada siswa yang tidak dapat membuat diagram. Mereka perlu ditanya tentang bagaimana masing-masing fakta dan hubungannya dalam masalah.
4. Untuk membelajarkan membuat gambar pada masalah non rutin, berikanlah pertanyaan yang dapat membantu siswa menerjemahkan masalah ke dalam gambar dengan mempertimbangkan suatu cara untuk menyajikan hubungan.

Contoh masalah

1. Handoko mempunyai tiga balok kayu yang masing-masing panjangnya adalah 6 cm, 9 cm, dan 11 cm. Bagaimana cara Handoko menggunakan balok-balok kayu tersebut untuk membuat ukuran yang panjangnya 14 cm? (*Kunci: Buat gambar seperti berikut*)



2. Ikhsan memiliki dua ember, masing-masing berukuran 7 liter dan 4 liter. Bagaimana cara Ikhsan mendapatkan tepat 6 liter air dari kolam dengan hanya menggunakan dua ember tersebut? (*Petunjuk: Buat gambar ember berukuran 7 liter dan 4 liter dan gunakan gambar-gambar tersebut untuk mengilustrasikan langkah-langkah mendapatkan 6 liter air*)
3. Yoga, Faiz, Sonny, dan Wahyu sedang berdiri berjejer ke belakang di depan gurunya. Faiz berdiri tidak pada urutan pertama. Sonny berdiri di antara Yoga dan Wahyu. Yoga berdiri di antara Faiz dan Sonny. Tentukan urutan barisan keempat siswa tersebut. (*Kunci: Wahyu, Yoga, Sonny, Faiz*)

2. Menemukan pola

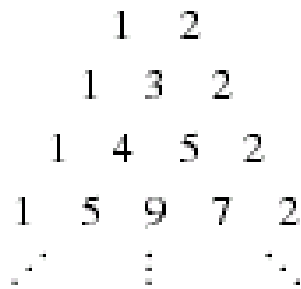
Strategi ini terkait dengan pencarian keteraturan-keteraturan. Dengan keteraturan yang sudah didapatkan tersebut akan lebih memudahkan kita untuk menemukan penyelesaian masalahnya.

Membelajarkan strategi menemukan pola

Untuk mengenalkan strategi ini, berikanlah masalah yang terlihat panjang dan akan membosankan jika tidak digunakan pola untuk menemukan jawabannya.

Contoh masalah

1. Pada pola bilangan berikut ini, setiap baris – kecuali baris pertama - diawali dengan angka 1 dan diakhiri dengan angka 2. Setiap bilangan, kecuali yang di awal dan akhir baris, merupakan jumlah dari dua bilangan yang terletak tepat di kiri atas dan kanan atasnya. Sebagai contoh, pada baris keempat bilangan 9 merupakan jumlah dari bilangan 4 dan 5 di baris ketiga. Apabila pola tersebut berlanjut, hitunglah jumlah semua bilangan pada baris kesepuluh!

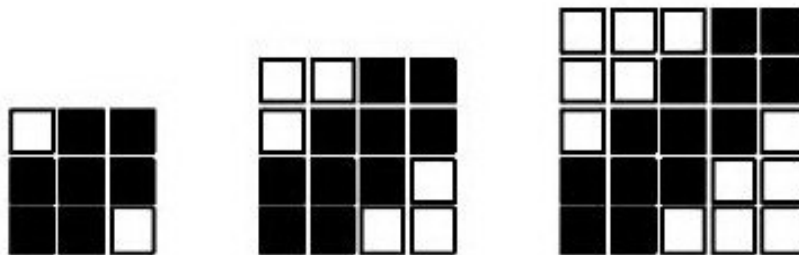


(Kunci: $3 \cdot 2^9$)

2. Tentukan hasil penjumlahan $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2010}$.

(Kunci: $\frac{2009}{2010}$)

3. Selanjutnya suatu susunan pengubinan yang lebih besar dibuat mengikuti pola yang sama dan tersusun dari 58 ubin hitam. Hitunglah banyaknya ubin putih pada susunan pengubinan yang tersusun dari 58 ubin hitam tersebut.



Penyelesaian:

Dari pola pengubinan tersebut dapat dibuat korespondensi satu – satu antara banyaknya ubin hitam dan ubin putih sebagai berikut:

Banyak ubin hitam	Banyak ubin putih
7	2
10	6
13	12
16	20
19	30
22	42
25	56
28	72
31	90
34	110
37	132
40	156
43	182
46	210
49	240
52	272
55	306
58	342

Dengan demikian pada pengubinan yang tersusun dari 58 ubin hitam akan terdapat 342 ubin putih.

3. Membuat daftar yang terorganisasi

Strategi ini digunakan jika kita dihadapkan dengan data atau informasi yang sangat banyak. Daftar yang terorganisasi membantu kita untuk menghitung seluruh kemungkinan dan menghindari pengulangan.

Membelajarkan strategi membuat daftar yang terorganisasi

Saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *membuat daftar terorganisasi* adalah dengan menggunakan soal yang memiliki beberapa jawaban. Berikan pengalaman kepada siswa untuk mendaftar kombinasi yang telah mereka coba sehingga siswa memperoleh jawaban. Secara kelompok atau individual siswa dapat bekerja pada masalah tersebut dan melaporkan jawaban masing-masing. Anda

mengingatkan bahwa pendaftaran adalah jalan terbaik untuk memecahkan masalah tipe tersebut. Buat para siswa mengerjakan beberapa soal lagi dengan strategi serupa.

Contoh masalah

1. Berapakah banyaknya bilangan bulat positif yang kurang dari 1000 dengan syarat jumlah dari bilangan yang ditunjukkan angka paling kiri dengan bilangan yang ditunjukkan angka paling kanan adalah 10? (*Kunci: 99 bilangan*)
2. Berapa banyak bilangan bulat positif terdiri dari empat angka yang dapat dibuat dengan syarat bilangan tersebut harus memuat satu angka 0 sedangkan tiga angka yang lain harus sama? Tuliskan seluruh bilangan-bilangan tersebut.

Penyelesaian:

Soal ini jelas harus diselesaikan dengan menggunakan strategi membuat daftar yang sistematis/terorganisasi sebagai berikut:

1110	2220	3330	4440	5550	6660	7770	8880	9990
1101	2202	3303	4404	5505	6606	7707	8808	9909
1011	2022	3033	4044	5055	6066	7077	8088	9099

Ingat bahwa angka 0 tidak mungkin berada pada posisi paling kiri atau posisi sepuluh ribuan karena jika itu terjadi maka hanya dianggap sebagai bilangan tiga angka. Dari daftar di atas jelas terdapat 27 bilangan bulat positif terdiri dari empat angka yang dapat dibuat dengan syarat bilangan tersebut harus memuat sebuah angka 0 sedangkan tiga angka yang lain harus sama.

3. Apabila 2000 dituliskan sebagai hasil perkalian dua bilangan bulat positif A dan B , berapakah hasil terkecil dari $A + B$? (*Kunci: 90*)

4. Membuat tabel

Apabila suatu masalah melibatkan data yang mempunyai banyak karakteristik, strategi pemecahan masalah yang cukup efektif adalah dengan mengorganisasi data ke dalam bentuk tabel. Suatu tabel membantu menampilkan data sehingga mudah ditempatkan dan resiko kehilangan data bisa dihindarkan.

Membelajarkan strategi membuat tabel

Saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *membuat tabel* adalah dengan menggunakan masalah yang mudah dengan jawaban yang dapat memberikan susunan baris maupun kolom untuk bilangan-bilangan jawaban.

Contoh masalah

1. Nanda berbohong hanya pada hari Senin, Selasa, dan Rabu. Yafi berbohong hanya pada hari Kamis, Jumat, dan Sabtu. Pada suatu hari mereka bercakap-cakap. “Kemarin adalah hari ketika saya berbohong,” kata Nanda. “Sama saja, kemarin saya juga berbohong,” kata Yafi. Hari apa yang mereka maksudkan? *(Petunjuk: Buat tabel untuk mengilustrasikan masalah ini kemudian gunakan logika berpikir untuk menarik kesimpulan)*
2. Babak final lomba lari 200 m putri diikuti oleh 4 pelari, yaitu Gaby, Ira, Mona dan Nana. Pemenang pertama, kedua dan ketiga memperoleh berturut-turut medali emas, perak dan perunggu. Anggaphlah bahwa tidak ada yang masuk *finish* bersamaan. Kalau Gaby selalu lebih cepat daripada Ira, berapa banyaknya susunan yang mungkin sebagai pemegang medali?

Penyelesaian:

Dengan memperhatikan bahwa Gaby selalu lebih cepat daripada Ira, soal ini diselesaikan dengan membuat daftar urutan pelari yang masuk garis finish secara sistematis sebagai berikut:

<i>Urutan I</i>	<i>Urutan II</i>	<i>Urutan III</i>	<i>Urutan IV</i>
Gaby	Ira	Mona	Nana
Gaby	Ira	Nana	Mona
Gaby	Mona	Ira	Nana
Gaby	Nana	Ira	Mona
Gaby	Mona	Nana	Ira
Gaby	Nana	Mona	Ira
Mona	Gaby	Ira	Nana
Nana	Gaby	Ira	Mona
Mona	Gaby	Nana	Ira
Nana	Gaby	Mona	Ira
Mona	Nana	Gaby	Ira
Nana	Mona	Gaby	Ira

Dengan demikian terdapat 12 kemungkinan susunan pemegang medali.

3. Keliling dari suatu persegi panjang adalah 22 cm. Jika panjang dan lebar persegi panjang tersebut berupa bilangan asli, berapa banyak ukuran luas berbeda yang mungkin dari persegi panjang tersebut? (*Kunci: 5 ukuran luas berbeda*)

5. Menyederhanakan masalah

Apabila kita dihadapkan dengan suatu masalah yang tampak sulit atau kompleks, kita dapat menyelesaikan satu atau beberapa masalah lain yang mirip untuk menyederhanakan situasinya. Sering terjadi penyelesaian dari masalah-masalah yang lebih sederhana tersebut dapat membawa ke penyelesaian masalah utama yang kompleks tadi.

Membelajarkan strategi menyederhanakan masalah

Berikut ini saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *menyederhanakan masalah*.

1. Berikan dua masalah yang mirip, satu dengan bilangan yang kecil dan satu lagi dengan bilangan yang besar. Ketika membacakan masalah, katakanlah “Pikirkan bagaimana suatu masalah dapat membantu menyelesaikan masalah yang lain.”
2. Setelah siswa menyelesaikan kedua masalah, bantulah mereka untuk menyimpulkan prosedur masalah lain dengan berkata, “Bagaimana kita bisa menggunakan jawaban dari masalah ini untuk menyelesaikan masalah yang lain?”
3. Ketika mereka memutuskan bahwa masalah dapat menjadi lebih mudah dengan memahami substitusi bilangan kecil, namakan itu sebagai strategi “Menyederhanakan Masalah” dan tanyakan kepadanya kapan dia akan menggunakan strategi ini. Buatlah siswa menyadari bahwa hal ini sangat berguna saat mereka kebingungan dengan bilangan besar atau pecahan.

Contoh masalah

1. Berapa jumlah deret berikut?

$$1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99 \quad (\text{Kunci: } 2500)$$

2. Jika $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 + 10^2 = 385$, berapa hasil $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 18^2 + 20^2$?

Penyelesaian:

Buat tabel untuk menyederhanakan masalah sebagai berikut:

Deret (I)	Jumlah (II)	Deret (III)	Jumlah (IV)
1^2	1	2^2	4
$1^2 + 2^2$	5	$2^2 + 4^2$	20
$1^2 + 2^2 + 3^2$	14	$2^2 + 4^2 + 6^2$	56
$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$	30	$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2$	120

Dari tabel tersebut perhatikan bahwa masing-masing jumlah pada kolom IV besarnya adalah empat kalinya jumlah pada kolom II. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 18^2 + 20^2 = 4 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 + 10^2) = 4 \times 385 = 1540$$

3. Rumah-rumah yang berada di Jalan Malioboro diberi nomor berturut-turut dari 1 sampai dengan 150. Berapa banyak rumah yang nomornya memuat paling sedikit satu angka 7? (*Kunci: 24 rumah*)

6. Mencoba-coba

Strategi ini biasanya digunakan untuk mendapatkan gambaran umum pemecahan masalahnya dengan mencoba-coba (*trial and error*) atau menebak dan mengecek (*guess and check*). Proses mencoba-coba ini tidak akan selalu berhasil. Oleh sebab itu, proses mencoba-coba dengan menggunakan analisis yang tajam sangat dibutuhkan pada penggunaan strategi ini.

Membelajarkan strategi mencoba-coba

Berikut ini saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *menebak dan mengecek*.

- Masalah yang diberikan untuk mengenalkan strategi ini haruslah masalah yang dapat dipecahkan dengan menebak atau mencoba secara singkat. Bagaimanapun, kesimpulan biasanya sangat penting dalam menemukan jawaban.

2. Setelah siswa menyelesaikan masalah-masalah tersebut, mereka diminta untuk berpikir dan mendiskusikan bagaimana cara mendapatkan jawaban. Kenyataan bahwa *menebak dan mengecek* adalah suatu strategi pemecahan masalah yang perlu mendapat penekanan. Siswa diminta untuk berkomentar tentang keberhasilannya dalam menebak. Untuk beberapa soal, cara tersebut adalah satu-satunya cara untuk memulai namun mereka tetap harus mengecek hasil tebakannya. Jika hasil tebakan bukan merupakan jawaban yang dicari, tebak lagi dan tentu saja mengeceknya kembali.

Contoh masalah

1. Suatu bilangan terdiri atas lima angka, yaitu 1, 3, 6, 7, dan 8. Tentukan bilangan yang dimaksud berdasar petunjuk berikut:
- Angka 8 diletakkan di tiga tempat setelah angka 7
 - Angka 1 diletakkan sebelum angka 8 tetapi setelah angka 3
 - Angka 6 diletakkan di tiga tempat sebelum angka 1

(Kunci: 67318)

2. Bagaimana cara Nanda menyusun empat angka 4 untuk menghasilkan ekspresi yang hasilnya 1? (Kunci: $\frac{44}{44}$ atau $\frac{4 \times 4}{4 \times 4}$ atau $\frac{4 \times +}{\sqrt{4} \times 4}$. Coba cari kemungkinan lain)
3. Isilah setiap \square dengan symbol-simbol operasi yang tepat sehingga menjadikan yang berikut ini sebagai kalimat yang benar?

$$1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9 = 100$$

(Kunci: Isian dari kotak paling kiri + + + + + + ×)

7. Melakukan eksperimen

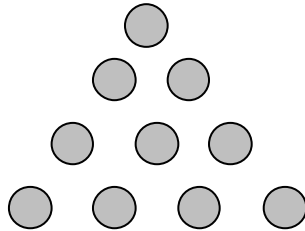
Masalah yang melibatkan bentuk-bentuk geometri atau hubungan-hubungan spasial akan lebih mudah untuk diselesaikan dengan melakukan eksperimen dengan model fisik sehingga objek konkretnya dapat dimanipulasi.

Membelajarkan strategi melakukan eksperimen

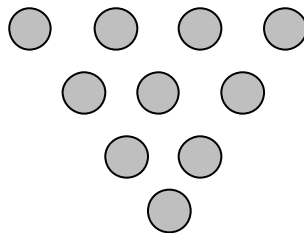
Untuk membelajarkan strategi ini Anda memerlukan bantuan alat peraga disesuaikan dengan masalah yang dihadapi.

Contoh masalah

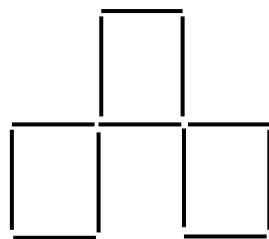
1. Gambarkan bagaimana cara membalik bentuk berikut sehingga puncak segitiganya berada di bawah dengan hanya memindah tiga lingkaran



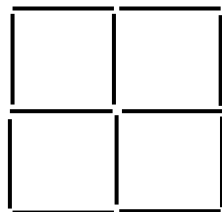
Kunci:



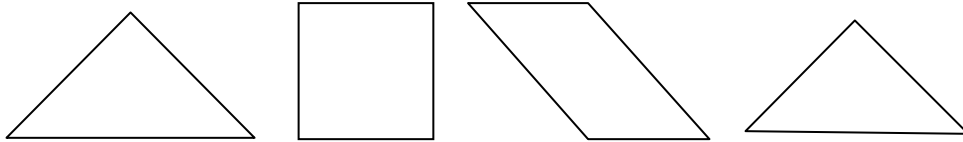
2. Gambar berikut menunjukkan dua belas tusuk gigi yang disusun membentuk tiga persegi. Bagaimana cara Mona membentuk lima persegi dengan hanya memindahkan tiga tusuk gigi?



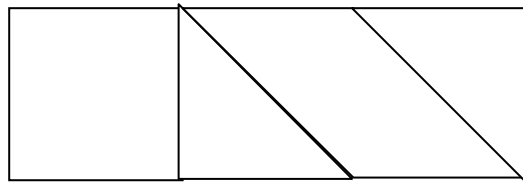
Kunci:



3. Tunjukkan bagaimana caranya menyusun bangun-bangun berikut untuk membentuk suatu persegi panjang.



Kunci:



8. Memeragakan (memerankan) masalah

Apabila kita mengalami kesulitan dalam membuat visualisasi dari suatu masalah, strategi memeragakan secara fisik dari situasi masalahnya akan sangat membantu. Kita dapat menggunakan orang atau benda untuk membuat peragaan.

Membelajarkan strategi memeragakan masalah

Strategi *memeragakan masalah* dapat melibatkan situasi masalah sebagai dasar permainan. Strategi ini berguna karena permainan mencerminkan kehidupan nyata dan membuat masalah lebih bermakna. Jika siswa tidak menemukan strategi ini atau tidak mempelajarinya dari teman pasangan mereka, guru harus memodelkan untuk mereka. Diskusi tentang apa yang dilakukan guru diikuti oleh siswa dengan memperlihatkan bagaimana memecahkan masalah dengan menggunakan objek.

Contoh masalah

1. Jika selembar kertas berbentuk persegi panjang dilipat 8 kali, berapa maksimum banyaknya garis lipatan paralel yang terbentuk? (*Kunci: 255*)
2. Pada suatu kelompok bebek terdapat seekor bebek di depan dua ekor bebek, seekor bebek di belakang dua bebek, dan seekor bebek di antara dua bebek. Berapa banyak bebek paling sedikit yang mungkin terdapat pada kelompok tersebut? (*Kunci: 3 bebek*)

3. Misalkan Andin membeli perangko seharga Rp1.500,00, menjualnya seharga Rp2.000,00, kemudian membelinya kembali seharga Rp2.200,00, dan pada akhirnya menjualnya kembali seharga Rp3.000,00. Berapa banyak uang yang Andin dapatkan atau uang Andin yang hilang selama proses pembelian dan penjualan perangko tersebut? (*Petunjuk: Gunakan perangko untuk memeragakan situasi masalah tersebut*)

9. Bergerak dari belakang

Beberapa masalah melibatkan serangkaian aksi. Hasil akhir dari rangkaian aksi tersebut sudah diketahui. Selanjutnya kita diminta untuk menentukan kondisi awal dari masalah tersebut. Strategi yang efektif dalam menyelesaikan masalah jenis ini adalah dengan bergerak dari belakang atau bekerja mundur.

Membelajarkan strategi bergerak dari belakang

Untuk membelajarkan strategi bekerja mundur atau bergerak dari belakang mulailah dengan masalah yang mudah untuk membantu siswa agar mendapatkan pemahaman tentang memulai dari bilangan yang terakhir disebutkan dan menggunakan operasi balik untuk menghitung sampai bilangan awal ditemukan. Diskusikan dengan mereka bagaimana menemukan jawaban masalah tersebut, dan pandulah mereka untuk menyadari proses “menghitung yang sebelumnya.” Tingkatkan level kesulitan sehingga mereka menjadi semakin berkompeten dalam menggunakan strategi ini.

Contoh masalah

1. Mona mempunyai beberapa buku. Dia memberi Mirna setengah dari buku-buku tersebut ditambah satu buku. Kemudian dia memberi Ira setengah dari buku yang tersisa ditambah dua buku. Jika pada akhirnya sisa buku yang dipunyai Mona hanya lima buku, berapa banyak buku yang dipunyai Mona pada awalnya? (*Kunci: 30 buku*)
2. Pak Choiron berangkat dari rumah 10 menit sebelum pengajian dimulai di masjid. Karena terjadi beberapa masalah teknis, pengajian dimulai terlambat 8 menit dari waktu yang direncanakan. Acara pengajian tersebut berlangsung selama 2 jam 35 menit. Pada pukul 10.38 Pak Choiron meninggalkan masjid untuk pulang ke

rumah. Pada pukul berapa Pak Choiron sampai di masjid untuk mengikuti pengajian tersebut? (Kunci: Pukul 7.45)

3. Buktikan jika a, b bilangan real, maka $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Tentukan kapan kesamaan terjadi.

Penyelesaian:

Untuk membuktikan soal tersebut, permasalahan yang sering muncul adalah harus dimulai dari mana untuk mengkonstruksikan pembuktiannya. Untuk pembuktian yang masih sederhana, masalah tersebut tidak terlalu mengganggu. Akan tetapi untuk soal yang lebih kompleks, masalah tersebut akan sangat mengganggu. Hal ini dapat diatasi jika kita mulai dengan terlebih dahulu membuat proses/langkah berpikirnya. Dalam proses berpikir ini, kita bergerak dari belakang (working backward) dari yang akan dibuktikan, dengan langkah-langkah yang logis menuju ke yang diketahui. Pada penulisan buktinya, proses berpikir ini tidak perlu dicantumkan dan cukup ditulis di lembar corat-coret saja (buram).

Proses berpikir:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\geq 2ab \\ a^2 + b^2 - 2ab &\geq 2ab - 2ab \\ a^2 - 2ab + b^2 &\geq 0 \\ (a - b)^2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dari proses berpikir tersebut, ternyata langkah buktinya harus dimulai dari $(a - b)^2 \geq 0$. Hal ini didasarkan dari sifat kuadrat sebarang bilangan real selalu nonnegatif. Karena a dan b bilangan real real, maka $a - b$ juga merupakan bilangan real. Dengan demikian dapat dituliskan $(a - b)^2 \geq 0$.

Setelah kita mengetahui langkah awal untuk mengkonstruksi buktinya, berikutnya kita segera menuliskan langkah-langkah pembuktiannya.

Bukti:

Ambil a dan b sebarang bilangan real. Karena a dan b sebarang bilangan real, maka $a - b$ juga merupakan bilangan real.

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &\geq 0 \\ a^2 - 2ab + b^2 &\geq 0 \\ a^2 - 2ab + b^2 + 2ab &\geq 2ab \\ a^2 + b^2 &\geq 2ab\end{aligned}$$

Dengan demikian terbukti untuk a, b sebarang bilangan real, maka $a^2 + b^2 \geq 2ab$.

Kapan kesamaan akan terjadi dapat diuraikan dengan langkah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 = 2ab &\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (a - b)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow a - b = 0 \\ &\Leftrightarrow a = b\end{aligned}$$

Dengan demikian kesamaan akan terjadi jika dan hanya jika $a = b$.

10. Menulis persamaan

Aljabar digunakan untuk menyelesaikan jenis masalah tertentu. Huruf-huruf abjad atau alfabet digunakan sebagai variabel untuk menyatakan besaran-besaran yang tidak diketahui dari masalah tersebut, sedangkan syarat-syarat dari masalah dinyatakan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan.

Membelajarkan strategi menulis persamaan

Berikut ini saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *menulis persamaan*.

1. Mintalah siswa untuk memecahkan masalah secara individu atau berkelompok menggunakan strategi yang mereka tahu. Setelah mereka menyelesaikan masalah, mintalah mereka untuk melaporkan solusi dan bagaimana cara berpikir untuk mendapatkan solusi tersebut.

2. Setelah siswa memecahkan banyak masalah menggunakan strategi yang mereka pilih, tunjukkan bahwa mereka telah membangun konsep operasi dan pengenalan kalimat matematika berupa persamaan.
3. Berilah contoh bagaimana menulis persamaan menggunakan simbol matematika, angka dan notasi untuk menyajikan hubungan masalah dan pertanyaan.

Contoh masalah

1. Winda berusia 16 tahun lebih muda dari Grace. Jika jumlah usia keduanya adalah 30 tahun, berapa tahunkah usia Winda? (*Kunci: 7 tahun*)
2. Futi mempunyai empat uang logam Rp500,00 lebih banyak dibandingkan uang logam Rp100,00. Jika jumlah total nilai uang logam yang dimilikinya adalah Rp8.000,00, berapa banyaknya uang logam Rp500,00 dan Rp100,00 yang dimilikinya?

Penyelesaian:

Pada soal ini yang ditanyakan adalah banyaknya uang logam Rp500,00 dan Rp100,00 yang dimiliki Futi dan bukan nilai uang yang dimilikinya. Kita memisalkan x sebagai banyaknya uang logam Rp100,00 dan $x + 4$ adalah banyaknya uang logam Rp500,00. Tabel berikut sangat membantu dalam penyelesaian soal.

<i>Uang Logam</i>	<i>Banyaknya</i>	<i>Nilai</i>	<i>Nilai Uang</i>
<i>Rp100,00</i>	x	100	$100x$
<i>Rp500,00</i>	$x + 4$	500	$500(x + 4)$

Langkah berikutnya, kita bentuk persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 100x + 500(x + 4) &= 8000 \\
 \Leftrightarrow 100x + 500x + 2000 &= 8000 \\
 \Leftrightarrow 600x &= 6000 \\
 \Leftrightarrow x &= 10
 \end{aligned}$$

Karena x kita misalkan sebagai banyaknya uang logam Rp100,00 berarti ada sepuluh uang logam Rp100,00. Dari soal diketahui bahwa terdapat empat uang

logam Rp500,00 lebih banyak dibandingkan uang logam Rp100,00 sehingga uang logam Rp500,00 yang ada sebanyak empatbelas buah. Dengan demikian Futi mempunyai empatbelas uang logam Rp500,00 dan sepuluh uang logam Rp100,00.

3. Teh seharga Rp105,00 per gram dicampur dengan teh seharga Rp85,00 per gram untuk memperoleh 20 gram teh seharga Rp90,00 per gram. Berapa gram setiap jenis teh yang digunakan?

Penyelesaian:

Pada soal ini yang ditanyakan adalah jumlah dalam gram setiap jenis teh yang digunakan. Kita memisalkan x untuk mewakili jumlah teh yang berharga Rp105,00 per gram. Selanjutnya kita buat tabel.

Jenis	Harga per gram (Rp)	Jumlah (gram)	Total harga setiap jenis teh (Rp)
Teh Rp105,00	105	x	$105x$
Teh Rp85,00	85	$20 - x$	$85(20 - x)$
Campuran	90	20	$90(20)$

Kemudian kita buat persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 105x + 85(20 - x) &= 90(20) \\
 \Leftrightarrow 105x + 1700 - 85x &= 1800 \\
 \Leftrightarrow 1700 + 20x &= 1800 \\
 \Leftrightarrow 20x &= 100 \\
 \Leftrightarrow x &= 5
 \end{aligned}$$

Dengan demikian teh campuran tersebut menggunakan 5 gram teh yang berharga Rp105,00 per gram. Sisanya adalah 15 gram teh yang berharga Rp85,00 per gram.

11. Menggunakan deduksi

Deduksi adalah proses memperoleh kesimpulan melalui bernalar dan berpikir logis. Pada cara ini biasanya kita menggunakan logika.

Membelajarkan strategi menggunakan deduksi

Berikut ini saran yang dapat Anda lakukan dalam membelajarkan strategi *menggunakan logika*.

1. Untuk membantu siswa menjadi sadar terhadap pentingnya menghilangkan hal yang mungkin melalui penalaran, berilah mereka masalah yang di dalamnya memungkinkan dapat dengan cepat dihilangkan satu persatu.
2. Bantulah siswa untuk mengatakan catatan yang sekiranya penting dalam menghilangkan hal yang mungkin dengan penalaran, yaitu terkait apa yang diketahui akan terjadi dan hal yang mungkin apa yang tak mungkin terjadi.

Contoh masalah

1. Ikhsan memberikan kupon hadiah televisi berwarna 29 inchi kepada para pembeli di tokonya. Di balik setiap kupon dituliskan satu bilangan asli dari 1 sampai dengan 1000. Untuk setiap pembelian di atas Rp 50.000,00, pembeli mendapatkan sebuah kupon. Hadiah televisi tersebut diberikan kepada pembeli yang mempunyai 3 kupon yang memuat 3 bilangan asli berurutan dan jumlahnya tidak habis dibagi 3. Berapa banyak televisi yang harus disiapkan Ikhsan? Berikan alasannya! (*Kunci: Tidak ada televisi yang harus disiapkan Ikhsan. Mengapa?*)
2. Di suatu pulau diandaikan bahwa politisi selalu berbohong dan guru selalu jujur. A, B, dan C sedang berbincang-bincang. Di antara mereka ada yang menjadi politisi atau guru, tetapi tidak ada yang merangkap sebagai politisi sekaligus guru. Berikut ini adalah percakapan di antara mereka bertiga.
 A: “Kami bertiga adalah politisi”
 B: “Tidak. Ada satu orang di antara A, B, atau C yang guru”
 C: C tidak berkomentar.
 Manakah dari ketiga orang tersebut yang guru dan mana yang politisi? (*Petunjuk: Gunakan logika untuk menyelesaikan masalah ini. Membuat tabel yang mengilustrasikan situasi masalah akan sangat membantu*)
3. Lima jeruk dan sebuah pisang berharga Rp 8.700,00. Sebuah jeruk dan lima pisang berharga Rp 9.900,00. Berapa total harga dua jeruk dan dua pisang? (*Kunci: Rp 6.200,00*)

Untuk menyelesaikan suatu masalah, strategi pemecahan masalah seperti tersebut mungkin digunakan secara sendiri-sendiri, namun dapat pula secara kombinasi. Anda akan menjumpai bahwa untuk suatu masalah yang sama, orang (pemecah masalah) yang berbeda dapat menggunakan strategi yang berbeda.

B. Ringkasan

1. Strategi pemecahan masalah adalah strategi memecahkan masalah yang bersifat spesifik, sedangkan strategi umum memecahkan masalah matematika adalah empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya.
2. Strategi pemecahan masalah matematika yang sering digunakan antara lain sebagai berikut.
 - a. Membuat gambar atau diagram
 - b. Menemukan pola
 - c. Membuat daftar yang terorganisasi
 - d. Membuat tabel
 - e. Menyederhanakan masalah
 - f. Mencoba-coba
 - g. Melakukan eksperimen
 - h. Memeragakan (memerankan) masalah
 - i. Bergerak dari belakang
 - j. Menulis persamaan
 - k. Menggunakan deduksi
3. Tidak setiap strategi pemecahan masalah dapat digunakan untuk memecahkan setiap masalah, artinya masalah dengan karakteristik tertentu memerlukan strategi pemecahan masalah tertentu pula. Sebagai contoh, strategi *menyederhanakan masalah* digunakan untuk memecahkan masalah yang memuat bilangan yang besar atau pecahan. Strategi *bekerja mundur atau bergerak dari belakang* digunakan untuk memecahkan masalah yang bilangan terakhir dari masalah sudah diketahui namun bilangan awalnya belum diketahui.

4. Pembelajaran strategi pemecahan masalah berhubungan erat dengan pemilihan masalah yang relevan.
5. Dalam proses pembelajaran setiap strategi pemecahan masalah, siswa diminta untuk aktif mencoba memecahkan masalah yang relevan dengan strategi pemecahan masalah yang akan dipelajari secara individu atau kelompok. Setelah mencoba, guru membantu siswa untuk melakukan refleksi tentang strategi yang telah dilaksanakan, sehingga siswa dapat merasakan dan memahami kegunaan dari strategi pemecahan masalah yang dipelajari.

C. Tugas atau Latihan

1. Perhatikan masalah-masalah berikut. Selesaikan masalah berikut ini dan identifikasi strategi pemecahan masalah apa yang paling tepat digunakan pada setiap masalah.
 - a. Seekor amuba berkembang biak dengan membelah dirinya menjadi dua ekor setiap harinya. Berapa ekor amuba yang terdapat pada hari ke-10?
 - b. Dito sedang membuat label untuk penjualan barang dalam kegiatan bazar di sekolahnya. Mesin yang ia gunakan adalah membuat angka (numeral) 1, 2, dan 3. Jika ia menaruh angka 1, 2, atau 3 pada label dan tidak menggunakan satu angka lebih dari sekali dalam satu label, berapa labelkah yang dapat dibuat Dito?
 - c. Dua pelari menggunakan rute melingkar yang sama dengan jarak 400 meter. Pelari yang pertama berlari sepanjang 200 meter setiap menitnya sementara pelari yang kedua lari 100 meter setiap menitnya. Jika mereka memulai lari pada waktu dan tempat yang sama, kapan mereka akan kembali bertemu pada tempat mereka mulai berlari?
 - d. Kegemaran Sonny adalah memanggang roti. Dia memanggang beberapa potong roti setiap hari dan mendinginkan 3 darinya untuk hari berikutnya. Dia menyisakan 1 roti di tatakan cangkirnya dan membagi sisanya ke dalam 2 piring, masing-masing untuk 2 saudara perempuannya. Masing-masing

saudara perempuannya mendapatkan 2 potong roti. Berapa potong rotikah yang dipanggang Sonny?

- e. Dua bilangan berurutan mana yang jika dijumlahkan hasilnya 53 dan jika dikalikan hasilnya 702?
2. Tentukan dua bilangan berikutnya pada pola bilangan: 0, 4, 8, 21, 52, 65, ...,
Cermati minimal enam macam pekerjaan siswa dalam memecahkan masalah yang menggunakan strategi pemecahan yang berbeda. Bandingkan respon mereka untuk memutuskan seberapa jauh jangkauan pemahaman tiap siswa tentang strategi pemecahan masalah yang digunakan.
3. Praktekkan saran-saran yang perlu dilakukan dalam melaksanakan proses pembelajaran strategi pemecahan masalah pada Modul 3 ini di kelas Anda. Mintalah teman sejawat Anda di sekolah untuk mengamati proses pembelajaran yang Anda kelola. Lakukan refleksi setelah praktek. Berdiskusilah dengan pengamat Anda. Kajiilah kelebihan dan kekurangannya.

Keberhasilan Anda dalam mempelajari modul ini dapat dilihat dari: (1) sejauh mana keterampilan Anda dalam memilih dan menggunakan strategi pemecahan masalah, dan (2) sejauh mana keterampilan Anda dalam memutuskan jangkauan pemahaman siswa dalam menggunakan strategi memecahkan masalah, minimal ketika Anda mencermati hasil pekerjaan siswa dalam menggunakan strategi memecahkan masalah atau ketika Anda praktek membelajarkan strategi memecahkan masalah.

Misalkan Anda mempunyai catatan dari enam siswa tentang hasil pekerjaan mereka dalam memecahkan masalah. Bila dari catatan tersebut Anda dapat segera memutuskan jangkauan pemahaman siswa dalam menggunakan strategi pemecahan masalah, maka berarti Anda telah memahami strategi pemecahan masalah dan proses pembelajarannya. Anda dinyatakan berhasil mempelajari modul ini bila Anda telah:

1. Mampu memilih dan menggunakan strategi pemecahan masalah dengan benar pada minimal 4 nomor masalah yang ada pada latihan 1 Modul 3 ini.
2. Terampil memutuskan seberapa jauh jangkauan pemahaman siswa dalam menggunakan strategi memecahkan masalah, minimal untuk 4 macam pekerjaan

memecahkan masalah yang memerlukan strategi pemecahan yang berbeda dari 4 siswa.

Pada bagian latihan atau tugas Modul 3 ini Anda diminta untuk menyelesaikan masalah Nomor 1 huruf a sampai dengan huruf e dan mengidentifikasi strategi pemecahan yang paling tepat. Apakah Anda sudah berhasil mengerjakan semuanya?

Pada bagian tugas atau latihan Modul 3 ini Anda diminta mencermati respon hasil pekerjaan siswa dalam menggunakan strategi memecahkan masalah secara lisan atau tertulis. Kecuali itu Anda juga diminta untuk mempraktekkan proses pembelajaran menggunakan strategi memecahkan masalah matematika. Pada setiap hasil latihan Anda diharapkan dapat mengidentifikasi hal-hal sebagai berikut.

1. Apakah Anda sudah mengelola pembelajaran tentang strategi memecahkan masalah?
2. Apakah Anda sudah melatih siswa Anda agar menyadari pentingnya strategi pemecahan masalah tertentu dalam memecahkan masalah?
3. Apakah Anda sudah melatih siswa untuk menyadari bahwa strategi tertentu cocok digunakan untuk masalah dengan karakteristik tertentu?
4. Apakah siswa Anda sudah mampu menggunakan strategi pemecahan masalah?
5. Strategi pemecahan masalah mana yang jarang digunakan oleh Anda maupun siswa? Mengapa?

Apapun hasil latihan Anda, sebaiknya Anda terus mencermati pekerjaan siswa dalam memecahkan masalah dan nyatakan seberapa jauh siswa Anda telah mampu menggunakan strategi memecahkan masalah matematika secara efisien dan efektif. Di kelas, silakan Anda coba, coba, dan coba terus mempraktekkan saran-saran yang perlu dilakukan dalam melaksanakan proses pembelajaran strategi memecahkan masalah pada Modul 3 ini. Jika Anda lakukan hal itu secara konsisten, akhirnya Anda akan mendapati kembali ternyata diri Anda pantas dinyatakan sebagai guru yang profesional. Anda akan dinyatakan profesional tidak hanya dalam mengelola pembelajaran matematika yang bertujuan melatih siswa memahami konsep, namun juga yang bertujuan melatih kemampuan memecahkan masalah. Selamat berkarya.

Daftar Pustaka

- Depdiknas. 2006. *Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs*. Jakarta: Depdiknas.
- Holmes, Emma E.1995. *New Directions in Elementary School Mathematics-Interactive Teaching and Learning*. New Jersey: A Simon and Schuster Company.
- Lenchner, George. 1983. *Creative Problem Solving in School Mathematics*. New York: Glenwood Publication Inc.
- Shadiq, Fadjar. 2004. *Contoh-contoh Masalah untuk Peningkatan Kemampuan Menggunakan Strategi dalam Proses Pemecahan Masalah*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Wiworo. 2004. *Dasar-dasar Aljabar untuk Olimpiade Matematika SMP*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Wiworo. 2006. *Ketaksamaan*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Wiworo. 2007. *Sistem Pembinaan Siswa Berbakat Matematika untuk Menghadapi Olimpiade Matematika SMP*. Yogyakarta: PPPG Matematika.

PENUTUP



PENUTUP

A. Rangkuman

1. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya *tantangan* yang tidak dapat dipecahkan dengan suatu prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab pertanyaan.
2. Secara sederhana masalah adalah kesenjangan antara kenyataan dengan tujuan yang akan dicapai.
3. Ada enam keadaan tugas matematika yaitu latihan/*drill*, masalah penerjemahan sederhana, masalah penerjemahan kompleks, masalah proses, masalah penerapan, dan masalah *puzzle*.
4. Faktor yang mempengaruhi sulitnya memecahkan masalah diantaranya kompleksnya pernyataan, penyajian masalah, kebiasaan sebelumnya, salah pengertian dalam penyelesaian dan sulitnya memulai hal yang harus dikerjakan
5. Strategi umum pemecahan masalah yang populer sampai saat ini adalah strategi Polya yang sering disebut Strategi Empat Langkah Polya. Strategi tersebut adalah memahami masalah, membuat rencana pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah, dan membuat *review* atas pelaksanaan rencana pemecahan masalah.
6. Pembelajaran memahami masalah harus dimulai dengan mendorong siswa untuk berpikir (*think*) tentang masalah yang sudah ada di hadapannya.
7. Pembelajaran membuat rencana pemecahan masalah harus mengkondisikan siswa untuk memiliki pengalaman menerapkan berbagai macam strategi pemecahan masalah.
8. Pembelajaran melaksanakan rencana pemecahan masalah dengan proses inti melaksanakan rencana pemecahan masalah yang sudah dibuat atau dipikirkan.

9. Pembelajaran mengecek kembali pelaksanaan rencana pemecahan masalah harus mendorong siswa untuk selalu melihat kembali dan mempertimbangkan masuk akal ataukah tidak jawaban yang mereka peroleh.
10. Pembelajaran pemecahan masalah harus dipandang sebagai suatu sistem dan didasarkan pada asumsi sebagai berikut.
 - a. Pemecahan masalah dengan berbagai bentuknya adalah untuk semua orang.
 - b. Keahlian memecahkan masalah tidak datang dengan tiba-tiba. Ini merupakan hasil dari kombinasi antara pembelajaran yang direncanakan dengan berhati-hati dan pengalaman dalam memecahkan berbagai variasi masalah.
 - c. Pemecahan masalah tidak dapat dipelajari secara cepat.
11. Terdapat dua komponen penting untuk dapat berhasil dalam memecahkan masalah, yaitu mengetahui pengetahuan matematika yang diperlukan dan mengetahui apa yang harus dilakukan dengan apa saja yang diketahui.
12. Empat faktor yang dapat mempengaruhi tingkat kesulitan suatu masalah, yaitu pemilihan kosakata, panjang pendek dan struktur dari frasa atau kalimat, ukuran dan kompleksitas dari bilangan serta konteks dan kesesuaian masalah dengan situasi dan kondisi di sekitar para siswa.
13. Strategi pemecahan masalah adalah strategi memecahkan masalah yang bersifat spesifik, sedangkan strategi umum memecahkan masalah matematika adalah empat langkah strategi memecahkan masalah dari Polya.
14. Strategi pemecahan masalah matematika yang sering digunakan antara lain membuat gambar atau diagram, menemukan pola, membuat daftar yang terorganisasi, membuat tabel, menyederhanakan masalah, mencoba-coba, melakukan eksperimen, memeragakan (memerankan) masalah, bergerak dari belakang, menulis persamaan, dan menggunakan deduksi.

15. Tidak setiap strategi pemecahan masalah dapat digunakan untuk memecahkan setiap masalah, artinya masalah dengan karakteristik tertentu memerlukan strategi pemecahan masalah tertentu pula.
16. Pembelajaran strategi pemecahan masalah berhubungan erat dengan pemilihan masalah yang relevan.

B. Penilaian

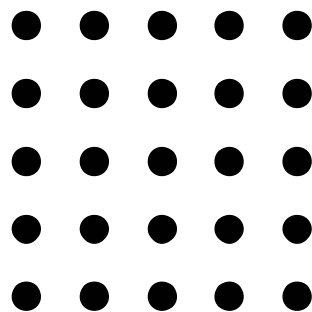
1. Mengapa jenis masalah *puzzle* dapat digunakan untuk melatih berpikir analitis dan kreatif?

2. Cermati masalah berikut:

Seekor siput akan merambat dari lantai menuju atap melalui tiang setinggi 8 meter. Pada siang hari siput tersebut dapat merambat setinggi 4 meter, tetapi pada waktu malam hari terperosok lagi 2 meter. Berapa hari siput tersebut sampai atap?

Faktor apa yang mungkin menjadikan masalah ini sulit untuk diselesaikan atau bahkan muncul penyelesaian yang salah? Berapa jawaban yang seharusnya dapat dicari atau diidentifikasi?

3. Jelaskan langkah-langkah membelajarkan strategi memecahkan masalah matematika dari Polya.
4. Jelaskan langkah-langkah pemilihan masalah untuk membelajarkan pemecahan masalah matematika.
5. Berapa banyak persegi dengan berbagai ukuran yang dapat dibentuk dengan menghubungkan titik-titik pada gambar di bawah ini?



6. Pada suatu jam digital yang angka-angkanya tertera mulai dari 00:00 sampai dengan 23:59, dimungkinkan terjadi penampakan bilangan Palindrom (bilangan yang dibaca dari depan dan dari belakang sama nilainya, misalnya 02:20 dan 13:31). Dalam satu hari satu malam, tulislah seluruh bilangan Palindrom yang ditampakkan oleh jam tersebut!

Setelah mengerjakan tes ini, coba cocokan jawaban Anda dengan jawaban pada lampiran. Perkirakan sendiri jawaban Anda. Berapa skor yang Anda peroleh?

Skor (S)	Kriteria	Tindak lanjut
$S \geq 80\%$	Bagus	Anda berhasil
$60\% \leq S < 80\%$	Cukup	Anda perlu mempelajari bagian-bagian yang belum dipahami
$40\% \leq S < 60\%$	Kurang	Anda harus mempelajari bagian yang belum dipahami
$S < 40\%$	Gagal	Anda mengulang lagi

LAMPIRAN



LAMPIRAN

Jawaban latihan Modul 1:

- Complex translation problem*
 - Siang hari kira-kira pukul 12.00
- Pengerjaan tersebut macet karena menggunakan strategi rutin. Faktor yang mempengaruhi adalah pengalaman belajar yang telah diperoleh sebelumnya
 - Termasuk tipe *puzzle* (lihat penjelasan *puzzle problem*)
 - $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2+3}{12} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$. Jadi $p = 6$ dan $q = 4$.

Apakah ada jawaban lain?

Jawaban latihan Modul 2

- Cukup jelas dan bervariasi
- Cukup jelas dan bervariasi
- Cukup jelas dan bervariasi

Jawaban latihan Modul 3

- 1024 ekor
 - Enam label
 - Empat menit
 - Delapan potong
 - 26 dan 27
- Cukup jelas dan bervariasi
- Cukup jelas dan bervariasi

Jawaban Tes:

- Karena pada masalah *puzzle* seringkali terjadi penyelesaian di luar perkiraan dan ini justru dapat melatih berpikir analitis dan kreatif.

2. Faktor salah pengertian dalam penyelesaian. Sehingga siswa menganggap tiap hari siput akan naik 2 meter, sehingga untuk naik 8 meter dibutuhkan 4 hari. Jawaban yang benar adalah 3 hari (gunakan sketsa).
3. Lihat penjelasan pada Modul 2.
4. Lihat penjelasan pada Modul 2.
5. Total terdapat 50 persegi
6. Bilangan-bilangan Palindrom yang ditampakkan oleh jam tersebut adalah sebagai berikut:

00:00	10:01	20:02
01:10	11:11	21:12
02:20	12:21	22:22
03:30	13:31	23:32
04:40	14:41	
05:50	15:51	

PPPPTK MATEMATIKA

Jalan Kaliurang Km. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta

Kotak Pos 31 YKBS YOGYAKARTA 55281

Telepon (0274) 881717, Faksimili 885752

Web site: p4tkmatematika.com E-mail: p4tkmatematika@yahoo.com