



## PROGRAM BERMUTU

*Better Education through Reformed Management and  
Universal Teacher Upgrading*

# PENERAPAN TEORI BELAJAR DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SD



**KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL**

**BADAN PENGEMBANGAN SUMBER DAYA MANUSIA PENDIDIKAN  
DAN PENJAMINAN MUTU PENDIDIKAN**



**PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK  
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA**

**Modul Matematika SD Program BERMUTU**

# **Penerapan Teori Belajar dalam Pembelajaran Matematika di SD**

Penulis:

**Fadjar Shadiq**

**Nur Amini Mustajab**

Penilai:

**Sugiman**

**Imam Sujadi**

*Editor:*

**Atmini Dhoruri**

*Layouter:*

**Nurul Hidayah**

**Kementerian Pendidikan Nasional  
Badan Pengembangan Sumber Daya Manusia Pendidikan  
dan Penjaminan Mutu Pendidikan  
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan  
Tenaga Kependidikan Matematika  
2011**



# KATA PENGANTAR

Segala bentuk pujian dan rasa syukur kami haturkan ke hadirat Allah SWT, atas limpahan nikmat dan rahmat-Nya PPPPTK Matematika dapat mewujudkan kembali modul pengelolaan pembelajaran matematika untuk guru SD dan SMP. Pada tahun 2011 ini telah tersusun sebanyak dua puluh judul, terdiri dari tujuh judul untuk guru SD, delapan judul untuk guru SMP, dan lima judul untuk guru SD maupun SMP.

Modul-modul ini disusun untuk memfasilitasi peningkatan kompetensi guru SD dan SMP di forum Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), khususnya KKG dan MGMP yang dikelola melalui program BERMUTU (*Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading*). Modul yang telah disusun, selain didistribusikan dalam jumlah terbatas ke KKG dan MGMP yang dikelola melalui program BERMUTU, juga dapat diunduh melalui laman PPPPTK Matematika dengan alamat [www.p4tkmatematika.org](http://www.p4tkmatematika.org).

Penyusunan modul diawali dengan kegiatan *workshop* yang menghasilkan kesepakatan tentang daftar judul modul, sistematika penulisan modul, dan garis besar isi tiap judul modul. Selanjutnya secara berurutan dilakukan kegiatan penulisan, penilaian, *editing*, harmonisasi, dan *layouting* modul.

Penyusunan modul melibatkan berbagai unsur, meliputi widyaiswara dan staf PPPPTK Matematika, dosen LPTK, widyaiswara LPMP, guru SD, guru SMP, dan guru SMA dari berbagai propinsi. Untuk itu, kami sampaikan terima kasih dan teriring doa semoga menjadi amal sholih kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya modul tersebut.

Penyusunan modul melibatkan berbagai unsur, meliputi widyaiswara dan staf PPPPTK Matematika, dosen LPTK, widyaiswara LPMP, guru SD, guru SMP, dan guru SMA dari berbagai propinsi. Untuk itu, kami sampaikan terima kasih dan teriring doa semoga menjadi amal sholih kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya modul tersebut.

Kami sangat mengharapkan masukan dari para pembaca untuk penyempurnaan modul-modul ini demi peningkatan mutu layanan kita dalam upaya peningkatan mutu pendidikan matematika di Indonesia.

Akhir kata, kami ucapkan selamat membaca dan menggunakan modul ini dalam mengelola pembelajaran matematika di sekolah.

Yogyakarta, Juni 2011

Plh. Kepala



Dra. Ganung Anggraeni, M.Pd.

NIP. 19590508 198503 2 002

## **DAFTAR JUDUL MODUL**

- I. TEORI BELAJAR TINGKAH LAKU DAN PENERAPANNYA
- II. TEORI BELAJAR KOGNITIF
- III. PENERAPAN TEORI BELAJAR KOGNITIF



# DAFTAR ISI

PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan	3
C. Peta Kompetensi	3
D. Ruang Lingkup	4
E. Saran Cara Penggunaan Modul di KKG	5
F. Daftar Pustaka	6
I. TEORI BELAJAR TINGKAH LAKU DAN PENERAPANNYA	7
A. Kegiatan Belajar 1: Teori Belajar Tingkah Laku	8
1. Fakta, Konsep, Prinsip, dan Keterampilan (FKPK) Matematika	10
2. Hirarki Belajar Matematika	15
B. Kegiatan Belajar 2: Penerapan Teori Belajar Tingkah Laku	17
C. Ringkasan	20
D. Latihan/Tugas	22
E. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan	22
F. Daftar Pustaka	23
Alternatif Kunci Jawaban	23
II. TEORI BELAJAR KOGNITIF	25
A. Kegiatan Belajar 1: Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget	26
1. Empat Tahap Perkembangan Kognitif	27
2. Proses Perkembangan Kognitif	29
3. Faktor yang Mempengaruhi Perkembangan Kognitif	30
B. Kegiatan Belajar 2: Belajar Bermakna David P. Ausubel	31
1. Belajar Hafalan	32
2. Belajar Bermakna	34

C. Kegiatan Belajar 3: Teori Belajar Bruner	36
1. Tiga Tahap Proses Belajar	37
2. Empat Teorema Belajar dan Mengajar	39
D. Ringkasan	42
E. Latihan/Tugas	43
F. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan	44
G. Daftar Pustaka	44
Alternatif Kunci Jawaban	45
III. PENERAPAN TEORI BELAJAR KOGNITIF	47
A. Kegiatan Belajar 1: Penerapan Teori Perkembangan Kognitif Piaget	48
B. Kegiatan Belajar 2: Penerapan Belajar Bermakna David P. Ausubel	52
C. Kegiatan Belajar 3: Penerapan Teori Belajar Bruner	58
D. Ringkasan	61
E. Latihan/Tugas	62
F. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan	62
G. Daftar Pustaka	63
Alternatif Kunci Jawaban	63
IV. PENUTUP	65
A. Rangkuman	65
B. Penilaian	66
C. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan	67
D. Daftar Pustaka	67
Alternatif Kunci Jawaban	67

# PENDAHULUAN





# PENDAHULUAN

## A. Latar Belakang

Matematika sering dianggap sebagai mata pelajaran yang sulit oleh sebagian siswa. Hasil rata-rata nilai Ujian Nasional (UN) siswa; baik di SD/MI, SMP/MTs, SMA/MA, maupun SMK/MK yang rendah seakan-akan membenarkan pendapat bahwa matematika merupakan pelajaran yang sulit. Apalagi kalau kita mempelajari nilai TIMSS atau PISA, siswa Indonesia dan membandingkannya dengan nilai siswa dari negara lain. Tidak hanya itu, ada sebagian siswa yang lalu menganggap bahwa dirinya tidak memiliki bakat untuk mempelajari matematika. Jika ada siswa yang memiliki anggapan atau keyakinan (*belief*) seperti itu, maka ia sepertinya sudah memvonis dirinya untuk tidak usah dan tidak akan mampu mempelajari matematika, karena meskipun ia mempelajari matematika maka ia akan tetap tidak akan berhasil mempelajari. Tentunya, anggapan seperti itu cukup mengkhawatirkan dan perlu pemikiran dan penanganan yang lebih cermat untuk dilakukan perbaikan, terutama oleh para guru SD, alasannya jika ada siswa SD yang memiliki anggapan atau keyakinan (*belief*) bahwa dirinya tidak memiliki bakat untuk mempelajari matematika maka keyakinan tersebut akan terus dibawanya ke jenjang pendidikan yang lebih tinggi.

Tugas seorang guru matematika menurut Permendiknas 22 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi adalah membantu siswanya untuk mendapatkan: (1) pengetahuan matematika yang meliputi konsep, keterkaitan antar konsep, dan algoritma; (2) kemampuan bernalar; (3) kemampuan memecahkan masalah; (4) kemampuan mengomunikasikan gagasan dan ide; serta (5) sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Secara umum, tugas utama seorang guru matematika adalah membimbing siswanya tentang bagaimana belajar yang sesungguhnya (*learning how to learn*) dan bagaimana memecahkan setiap masalah

yang menghadang dirinya (*learning how to solve problems*) sehingga bimbingan tersebut dapat digunakan dan dimanfaatkan di masa depan mereka. Karena itu, tujuan jangka panjang pembelajaran adalah untuk meningkatkan kompetensi para siswa agar mereka ketika sudah meninggalkan bangku sekolah akan mampu mengembangkan diri mereka sendiri dan mampu memecahkan masalah yang muncul.

Berkait dengan beberapa hal di atas, beberapa pertanyaan awal yang dapat diajukan adalah sebagai berikut.

1. Apakah matematika harus dipelajari dengan cara menghafal saja?
2. Apakah matematika tidak boleh dipelajari dengan menghafal?
3. Apakah sama model pembelajaran untuk pengertian persegi panjang dengan model pembelajaran untuk penjumlahan dua pecahan?
4. Mengapa sebagian siswa tidak bisa menjawab suatu pertanyaan ataupun tugas tertentu, padahal pengetahuan itu sudah disampaikan beberapa kali?
5. Mengapa siswa tidak menyukai mata pelajaran matematika?
6. Mengapa siswa tidak bisa melakukan operasi pembagian, sebenarnya bisa melakukan operasi perkalian dengan baik?
7. Apa yang Anda lakukan untuk mengatasi tiga pertanyaan nomor 4, 5, dan 6?
8. Ketika Anda menjadi siswa atau sedang mengikuti Diklat, pernahkah Anda kurang memahami apa yang disampaikan penyaji? Mengapa hal seperti itu dapat terjadi?

Beberapa pertanyaan tadi, merupakan masalah yang dapat dijawab dengan bantuan suatu ilmu pengetahuan yang dikenal dengan psikologi, namun ada juga yang menyebutnya sebagai teori belajar (*learning theory*).

Memahami teori belajar dari para pakar psikologi sangatlah penting untuk keberhasilan proses pembelajaran matematika di kelas. Dengan memahami teori belajar yang ada, guru diharapkan dapat merancang dan melaksanakan proses pembelajaran di kelasnya dengan lebih baik karena sudah mendasarkan pada teori-teori belajar sebagai acuannya. Yang perlu diingat, setiap teori belajar yang ada memiliki kelebihan dan kelemahan sendiri-sendiri. Guru hendaknya pandai memilih teori belajar yang sesuai dengan keadaan dan kondisi lingkungan masing-masing.

Sebagian besar orang memahami psikologi sebagai ilmu membahas tentang bagaimana seseorang belajar, tentang bagaimana orang tersebut melakukan atau melaksanakan suatu tugas, dan tentang bagaimana ia bisa berkembang. Seorang guru matematika dapat saja mengembangkan pengetahuan tentang hal-hal yang dibahas psikologi berdasar pada pengalaman mengajarnya. Namun hal itu akan memerlukan waktu yang lama. Sebagai penggantinya para guru dapat mempelajari pendapat para pakar psikologi. Mengingat begitu pentingnya pengetahuan tentang psikologi pembelajaran ini, maka salah satu paket yang akan disusun pada Kegiatan Penulisan Modul Bermutu Tahun 2011 berjudul Penerapan Teori Belajar dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar (SD). Dengan bahan ini, diharapkan guru matematika SD yang mengikuti kegiatan di KKG Matematika SD akan terbantu dalam melaksanakan proses pembelajaran di kelasnya.

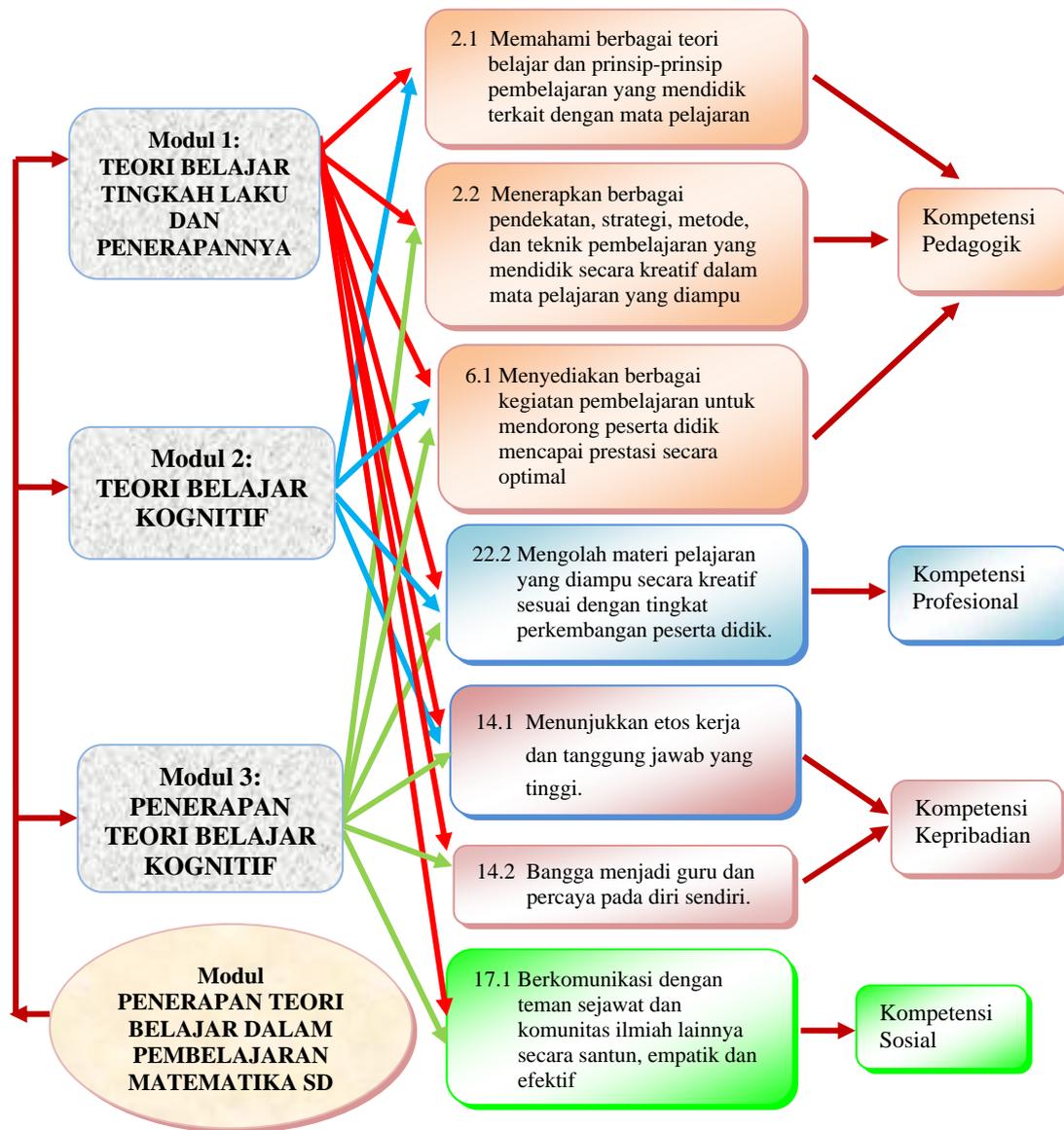
## **B. Tujuan**

Modul ini disusun dengan maksud untuk membantu para guru SD dengan beberapa teori-teori pembelajaran matematika yang dapat digunakan dalam pembelajaran sehingga para guru SD tersebut dapat memfasilitasi siswanya untuk mempelajari matematika secara bermakna sesuai tingkat perkembangan kognitifnya.

## **C. Peta Kompetensi**

Modul ini diharapkan dapat mempercepat pencapaian Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru Nomor 2, 6 dan 22 pada Lampiran Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 16 Tahun 2007, khususnya kompetensi pedagogik dan kompetensi profesional. Dengan Kompetensi Pedagogik Nomor 2, tentang penguasaan teori belajar maka para guru SD dapat menerapkannya dalam Kompetensi Pedagogik nomor 6 tentang fasilitasi pengembangan potensi siswa untuk mengaktualisasikan berbagai potensi yang dimiliki dan Kompetensi Profesional Nomor 22 tentang pengembangan materi secara kreatif. Secara terinci kompetensi yang diharapkan telah dijabarkan dalam diagram berikut.

## PETA KOMPETENSI



### D. Ruang Lingkup

Sebagian dari ahli teori belajar atau ahli psikologi dikenal sebagai ahli psikologi tingkah laku (*behaviorist*). Contohnya adalah Burrhus F. Skinner, Thorndike, dan Robert M. Gagne. Sebagian lagi dikenal sebagai ahli psikologi kognitif (*cognitive science*). Contohnya adalah Jean Piaget; Zoltan P. Dienes; Richard R. Skemp; David P. Ausubel; Jerome Bruner; maupun Lev. S. Vygotsky. Setiap teori yang telah dikemukakan para pakar tersebut memiliki keunggulan dan kelemahan sendiri-

sendiri. Karena itulah, hal paling penting yang perlu diperhatikan para guru matematika adalah agar setiap guru dapat menggunakan dengan tepat keunggulan setiap teori tersebut di kelasnya masing-masing. Di samping itu, beberapa teori kelihatannya berbeda-beda, namun ada juga yang mirip. Modul ini membahas tentang teori belajar (*learning theory*) yang berkaitan dengan pembelajaran matematika diantaranya: teori belajar tingkah laku (*behaviourism*) dari Thorndike dan Robert M. Gagne; serta teori belajar kognitif dari Piaget, Bruner (yang terdiri atas enaktif, ikonik, dan simbolik), dan Ausubel (tentang teori belajar bermakna) beserta penerapannya dalam pembelajaran.

### E. Saran dan Cara Penggunaan Modul di KKG

Modul ini disusun untuk guru SD/MI yang sedang mengikuti program kegiatan BERMUTU di KKG sebagai bahan pelengkap (suplemen) dan harus dipelajari secara mandiri, agar para guru dapat memfasilitasi siswanya dalam proses pembelajarannya seperti ditunjukkan gambar di samping ini. Setiap bagian modul ini dimulai dengan pemicu (*trigger*) serta contoh-contoh konkret yang berkait dengan isu teori belajar yang sedang dibahas dan dianggap penting dipelajari para guru SD. Selanjutnya, pembahasannya akan diikuti dengan membahas teori belajarnya beserta contoh-contoh konkret dan praktis yang dapat langsung dipraktekkan guru di lapangan. Untuk lebih memantapkan para pembaca modul, modul ini dilengkapi dengan tugas sebagai bahan diskusi para peserta KKG. Selanjutnya, para guru SD di KKG diharapkan dapat mengembangkan sendiri contoh-contoh konkret yang pernah dilakukan ataupun yang akan dilakukan berdasar teori-teori yang ada, sehingga ada dasar pijakan yang kuat berkait dengan praktek pembelajaran di kelas.



Untuk mempelajari modul ini, pelajari dan diskusikan isi modul dengan rekan sejawat di sekolah atau dengan narasumber/guru pemandu di KKG. Setelah itu jawablah pertanyaan-pertanyaan pada akhir setiap bagian modul. Jika masih ragu dengan jawaban Anda, cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban. Sebagai refleksi, bertanyalah pada diri Anda sendiri apakah proses pembelajaran yang Anda lakukan

sudah sesuai dengan tuntutan Permendiknas No. 22 Tahun 2006? Kemudian, apa yang dapat Anda dan teman sejawat Anda lakukan untuk memperbaiki proses pembelajaran selama ini? Terapkan langkah-langkah *Lesson Study* yang terdiri atas 'plan', 'do', dan 'see' dalam memperbaiki proses pembelajaran di kelas Anda dan teman sejawat Anda di KKG seperti ditunjukkan gambar di bawah ini.



Waktu yang disarankan untuk menyelesaikan modul ini adalah 5 jam pelajaran @ 45 menit atau dapat disesuaikan dengan kondisi KKG setempat. Selanjutnya guru diharapkan dapat memperdalam sendiri dan mengerjakan tugas yang ada pada modul ini secara mandiri dan dengan bekerja sama dengan teman sejawatnya di KKG.

Pada akhirnya, jika para pemakai modul ini mengalami kesulitan atau memiliki saran ataupun kritik yang membangun, sudilah kiranya menghubungi lembaga PPPPTK Matematika Yogyakarta, dengan alamat: Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta 55284 atau *email*: [p4tkmatematika@yahoo.com](mailto:p4tkmatematika@yahoo.com) maupun *website*: [www.p4tkmatematika.com](http://www.p4tkmatematika.com). Dapat juga melalui e-mail penulis: [fadjar\\_p3g@yahoo.com](mailto:fadjar_p3g@yahoo.com) maupun *website*: [www.fadjarp3g.wordpress.com](http://www.fadjarp3g.wordpress.com). Sebelumnya disampaikan terima kasih.

## F. Daftar Pustaka

- Depdiknas. 2006. *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Sekolah Dasar*. Jakarta: Depdiknas.
- Depdiknas. 2007. *Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru*. Jakarta: Depdiknas.

# **I**

# **TEORI BELAJAR TINGKAH LAKU DAN PENERAPANNYA**





# I. TEORI BELAJAR TINGKAH LAKU DAN PENERAPANNYA

Kompetensi guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini adalah:

- (1) Memahami berbagai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik terkait dengan mata pelajaran yang diampu (6.1),
- (2) Menerapkan berbagai pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran yang mendidik secara kreatif dalam mata pelajaran yang diampu
- (3) Menyediakan berbagai kegiatan pembelajaran untuk mendorong peserta didik mencapai prestasi secara optimal
- (4) Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik.
- (5) Menunjukkan etos kerja dan tanggung jawab yang tinggi.
- (6) Bangga menjadi guru dan percaya pada diri sendiri
- (7) Berkomunikasi dengan teman sejawat dan komunitas ilmiah lainnya secara santun, empatik dan efektif

Dikenal dua teori belajar, yaitu teori belajar tingkah laku dan teori belajar kognitif. Definisi praktis dari teori belajar tingkah laku (*behaviorism*) dinyatakan oleh Orton (1987:38) sebagai suatu keyakinan (*belief*) bahwa proses pembelajaran terjadi melalui hubungan antara stimulus (rangsangan) dan tanggapan (*response*). Salah satu tokoh teori belajar tingkah laku adalah E.L. Thorndike yang oleh Resnick dan Ford (1984:11) disebut sebagai *the "founding father" of the psychology of mathematics instruction*. Salah satu tokoh teori belajar tingkah laku lainnya adalah Robert M. Gagne yang lebih dikenal dengan sebutan Gagne. Gagne dikenal luas karena teori-teorinya yang berkaitan dengan objek-objek langsung dan tidak langsung matematika, serta hirarki belajar. Gagne sendiri dinyatakan oleh Orton (1987:38) sebagai *neobehaviourist*. Setelah membaca modul ini, para guru diharapkan secara umum dapat: (1) memahami kelebihan dan kekurangan masing-masing teori belajar; dan (2) memilih teori belajar yang sesuai dengan kondisi dan lingkungan masing dan menerapkannya dalam pembelajaran.

Pada modul ini akan dibahas mengenai teori belajar tingkah laku beserta contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika. Setelah membahas modul ini para guru diharapkan secara khusus dapat:

1. mengidentifikasi kelebihan dan kekurangan teori belajar tingkah laku.
2. memberi contoh fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (*skill*) matematika.
3. membuat satu contoh hirarki belajar dari suatu topik matematika tertentu.
4. memberi contoh kesulitan pembelajaran matematika di Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah yang penyebabnya berkaitan dengan sifat kehirarkisan materi matematika.
5. menyebutkan beberapa implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul I ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam dua Kegiatan Belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegiatan Belajar 1: Teori Belajar Tingkah Laku
2. Kegiatan Belajar 2: Penerapan Teori Belajar Tingkah Laku

### A. Kegiatan Belajar 1: Teori Belajar Tingkah Laku

Pernahkan Anda menyaksikan tayangan sirkus di televisi?  
Bagaimana cara mengajari binatang-binatang yang ada dalam sirkus sehingga mereka dapat melakukan tugasnya dengan baik?

Beberapa pertanyaan yang lebih spesifik yang dapat diajukan adalah sebagai berikut.

1. Mengapa para pelatih binatang tersebut ada yang membawa cemeti?
2. Mengapa binatang tersebut diberi sesuatu jika ia dapat menyelesaikan tugasnya?
3. Dapatkah binatang mengembangkan keterampilan yang sudah dikuasai untuk kegiatan lainnya?
4. Dapatkah proses pelatihan pada binatang tersebut diterapkan pada siswa kita? Dalam hal apa saja dapat digunakan? Mengapa?

Para penganut psikologi tingkah laku (*behaviorism*), contohnya Thorndike yang mengarang buku '*The Psychology of Arithmetics*' (Resnick dan Ford, 1984:12) memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) seperti ' $2 + 2$ ' dan balasan dari siswa (*response*) seperti ' $4$ ' yang dapat diamati. Mereka berpendapat bahwa semakin sering hubungan (*bond*) antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Mereka, para penganut teori belajar tingkah laku ini berpendapat bahwa batu saja akan berlubang jika ditetesi air terus menerus.

Di samping itu, menurut Resnick dan Ford (1984:12), Thorndike menyatakan kuat tidaknya hubungan ditentukan oleh kepuasan maupun ketidakpuasan yang menyertainya (*law of effect*). Itulah sebabnya, dua kata kunci menurut para penganutnya selama proses pembelajaran adalah 'latihan' serta 'ganjaran/penguatan' dan hukuman. Teori ini menitikberatkan pada perubahan tingkah laku sebagai hasil dari pengulangan. Ganjaran atau penguatan pada binatang ditunjukkan dengan pemberian sesuatu jika ia dapat menyelesaikan tugasnya, sehingga binatang tersebut akan mengulangi kegiatannya. Demikian pula, para siswa akan sangat senang dan merasa dihargai jika mereka mendapat hadiah ketika mereka dapat melaksanakan tugas dengan baik, sehingga mereka akan berusaha untuk melakukan hal yang sama. Namun jika siswa melakukan hal yang salah maka mereka harus mendapat hukuman agar ia tidak melakukan hal itu lagi, sebagaimana para pelatih sirkus menggunakan cemeti untuk mengajari singa dan macan mereka agar binatang itu mengikuti perintah tuannya.

Pada masa kini, teori belajar yang dikemukakan penganut psikologi tingkah laku ini dapat digunakan dalam beberapa hal untuk mendukung pengembangan kemampuan siswa yang berhubungan dengan pencapaian hasil belajar (pengetahuan) matematika seperti fakta, konsep, prinsip, dan *skill* atau keterampilan. Keempat objek langsung matematika tersebut digagas oleh Gagne. Gagne sendiri dinyatakan oleh Orton(1987:38) sebagai *neobehaviourist*.

## 1. Fakta, Konsep, Prinsip, dan Keterampilan (FKPK) Matematika

Perhatikan keempat soal matematika di bawah ini.

1. Nyatakan 235 dengan kata-kata.
2. Berilah contoh bangun datar ‘belah ketupat’ dan jelaskan alasannya.
3. Tuliskan rumus luas daerah ‘belah ketupat’
4. Tentukan hasil dari  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ .

Manakah di antara keempat soal di atas yang merupakan fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan?

Bilamana seorang siswa dinyatakan sudah berhasil mempelajari masing-masing objek langsung matematika tersebut?

Ahli belajar (*learning theorist*) Gagne telah membagi objek-objek matematika yang diperoleh siswa menjadi objek langsung dan objek tak langsung (Bell, 1978). Objek langsung adalah fakta (*fact*), konsep (*concept*), prinsip (*principle*), dan keterampilan (*skill*). Sedangkan contoh objek tak langsungnya adalah berpikir logis, kemampuan memecahkan masalah, sikap positif terhadap matematika, ketekunan dan ketelitian. Jadi, objek tak langsung adalah kemampuan yang secara tak langsung akan dipelajari siswa ketika mereka mempelajari objek langsung matematika.

### a. Fakta

Mengapa Anda mengendarai mobil di sebelah kiri?

Apa yang terjadi jika Anda mengendarai mobil di sebelah kanan?

Perlu kah konvensi (kesepakatan) seperti itu ditetapkan?

Perhatikan operasi bilangan berikut.

$$5 + 2 \times 10$$

Berapakah hasil operasi bilangan di atas menurut Anda?

Apakah hasilnya 70?

Ataukah hasilnya 25?

Di dalam kehidupan nyata sehari-hari, ada kesepakatan berupa aturan bahwa para pengendara mobil harus berjalan di sebelah kiri. Hal itu harus dilakukan sehingga tidak terjadi kecelakaan. Hal yang sama terjadi dalam matematika. Berapakah hasil dari  $5 + 2 \times 10$ ? Apakah 70 ataukah 25? Untuk mengantisipasi terjadinya kebingungan dalam menentukan dua jawaban tadi, diperlukan adanya kesepakatan antara para matematikawan. Jika ada yang menanyakan, mengapa perkalian lebih kuat (didahulukan) dari penjumlahan? Ya jawabannya adalah kesepakatan para matematikawan agar tidak terjadi kekacauan. Meskipun ada juga yang menyatakan bahwa perkalian adalah penjumlahan berulang sehingga perkalian didahulukan dari penjumlahan. Berdasarkan kesepakatan matematikawan tersebut, maka dengan mudah kita dapat memperoleh hasil yang benar yaitu 25. Itulah suatu contoh fakta yang disepakati untuk menghindari kekacauan hasil operasi bilangan.

Di Indonesia dan di beberapa negara lainnya, lambang “7” digunakan untuk menyatakan banyaknya sesuatu, merupakan contoh dari fakta. Namun di beberapa negara lain, mereka menggunakan notasi lain yang sudah mereka sepakati sendiri, seperti di negara Arab digunakan ‘٧’. Begitu juga lambang “+”, “-“, ataupun ”×” untuk operasi penjumlahan, pengurangan, ataupun perkalian. Istilah atau nama pada matematika juga merupakan contoh dari suatu fakta. Istilah atau nama ‘persegi’ untuk bangun datar yang keempat sisinya sama panjang dan keempat sudutnya siku-siku merupakan contoh fakta yang sudah disepakati dan harus diikuti. Seorang siswa dinyatakan telah menguasai fakta jika ia dapat menuliskan fakta tersebut dan menggunakannya secara benar.

Jadi, *fakta* adalah konvensi (kesepakatan) dari para matematikawan yang meliputi lambang, notasi, dan aturan dalam operasi hitung. Contoh aturan terdapat pada perhitungan  $5 + 2 \times 10 = 5 + 20$ , dimana operasi perkalian didahulukan dari operasi penjumlahan. Karenanya, cara mengajarkan fakta adalah dengan menghafal, drill, ataupun peragaan yang berulang-ulang. Namun untuk lebih memudahkan siswanya, ada guru yang mengaitkan angka untuk bilangan satu ‘1’ dengan tongkat dan

mengaitkan angka untuk bilangan empat '4' dengan kursi terbalik merupakan usaha fasilitasi oleh guru yang perlu dihargai.

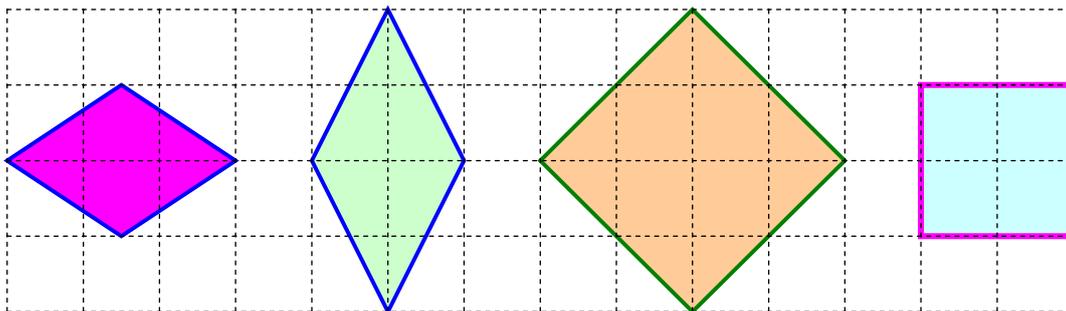
### b. Konsep

Jika Anda mendengar orang menyebut 'kucing'? Apa yang terbayang di dalam pikiran Anda?

Jika Anda menyebut 'belah ketupat' di depan para siswa, apa yang dibayangkan di dalam pikiran mereka?

Bagaimana cara memfasilitasi mereka agar memahami istilah tersebut?

'Kucing' merupakan contoh *konsep* di dalam kehidupan nyata sehari-hari. Seseorang disebut telah memahami konsep 'kucing' jika yang ia bayangkan adalah kucing dan bukan 'mobil'. Pengertian 'kucing' dapat juga dinyatakan dengan kalimat: 'Kucing adalah binatang berkaki empat yang memiliki sifat ... .' Selanjutnya, 'belah ketupat' merupakan contoh dari *konsep* di dalam matematika. Jika menggunakan kalimat, 'belah ketupat adalah segiempat yang panjang atau ukuran keempat sisinya sama.' Berdasar pengertian atau definisi tersebut, diharapkan para siswa dapat menentukan dan menjelaskan bahwa bangun datar di bawah ini merupakan contoh 'belah ketupat'.



Meskipun demikian, konsep 'belah ketupat' dapat juga dimulai dari contoh-contoh setelah itu dibahas pengertiannya. Pertanyaan yang dapat diajukan sekarang adalah: "Kapan seorang siswa disebut telah memahami konsep 'belah ketupat'? Kapan ia disebut belum memahami konsep tersebut?"



Jika *fakta* merupakan kesepakatan, maka *konsep* adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu objek dan menerangkan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh. Seorang siswa disebut telah menguasai konsep belah ketupat jika ia telah dapat menentukan bangun-bangun datar yang termasuk belah ketupat dan yang bukan belah ketupat. Untuk sampai ke tingkat tersebut, para siswa harus dapat mengenali atribut atau sifat-sifat khusus dari belah ketupat. Ada empat cara mengajarkan konsep, yaitu:

- 1) Dengan cara membandingkan objek matematika yang termasuk konsep dan yang tidak termasuk konsep. Contohnya, guru memberikan gambar-gambar yang termasuk bagian konsep tersebut dan yang tidak termasuk konsep tersebut. Dari beberapa contoh dan non contoh tersebut, barulah dibahas kriteria atau atribut khusus dari konsep dimaksud. Misalnya siswa dapat mengenali kriteria atau atribut khusus yang dimiliki belah ketupat, yakni segiempat yang panjang keempat sisinya sama. Pada cara ini, siswa hanya diarahkan sampai pada mengenali kriteria atau atribut khusus dari belah ketupat dan tidak sampai pada pendefinisiaannya.
- 2) Pendekatan deduktif, dimana proses pembelajarannya dimulai dari definisi dan diikuti dengan membahas contoh-contoh dan yang bukan contohnya. Contohnya, guru menunjukkan definisi atau pengertian ‘belah ketupat’, setelah itu barulah meminta siswa untuk menentukan bangun-bangun datar yang merupakan belah ketupat dan yang bukan belah ketupat.
- 3) Pendekatan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya. Contohnya, guru menunjukkan contoh-contoh ‘belah ketupat’, setelah itu barulah meminta siswa untuk menentukan pengertian atau definisi belah ketupat.
- 4) Kombinasi deduktif dan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya dan kembali ke contoh, atau dimulai dari definisi lalu membahas contohnya lalu kembali membahas definisinya.

Pada intinya, ketika seorang guru atau orang lain menyatakan: “bilangan genap” ataupun “persegi-panjang” misalnya, maka harus ada bayangan pada benak siswa tentang objek yang dimaksudkan beserta atribut khususnya sehingga siswa tersebut dapat membedakan objek yang termasuk dan yang tidak termasuk konsep tersebut.

### c. Prinsip

Rumus luas daerah persegi-panjang dengan panjang  $p$  dan lebar  $l$  adalah  $L = p \times l$   
 Bilamana seorang siswa dinyatakan telah menguasai prinsip? Bagaimana cara memfasilitasi siswa agar mudah menguasainya?

*Prinsip (keterkaitan antar konsep)* adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Contohnya, rumus luas persegipanjang di atas. Pada rumus tersebut, terdapat beberapa konsep yang digunakan, yaitu konsep luas ( $L$ ), dan konsep ukuran sisi-sisinya ( $p$  dan  $l$ ). Seorang siswa dinyatakan telah mampu memahami suatu prinsip jika ia: (1) ingat rumus atau prinsip yang bersesuaian; (2) memahami beberapa konsep yang digunakan serta lambang atau notasinya; dan (3) dapat menggunakan rumus atau prinsip yang bersesuaian pada situasi yang tepat.

### d. Keterampilan

Bagaimana cara menentukan hasil dari operasi  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ ?  
 Bilamana seorang siswa dinyatakan telah berhasil menyelesaikan soal tersebut?  
 Bagaimana cara Anda memfasilitasi siswa agar mampu menyelesaikannya?

Untuk menentukan hasil dari operasi  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$  maka ada langkah-langkah atau prosedur yang dilakukan, seperti menyamakan penyebutnya lalu menambah pembilangnya dan kemudian menyederhanakannya, sehingga didapat:  $\frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ .

*Keterampilan (skill)* adalah kemampuan untuk menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu soal. Istilah yang sering digunakan juga adalah algoritma yang berarti langkah-langkah standar untuk menyelesaikan soal. Langkah

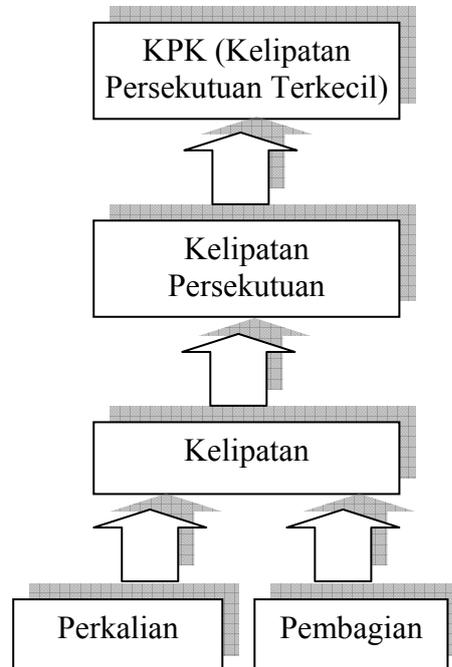
standar apa saja untuk menentukan hasil dari  $2\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3}$ ? Jelaslah bahwa pada pembelajaran keterampilan (*skill*) penekanannya adalah pada kemampuan untuk menggunakan urutan, prosedur atau langkah-langkah pengerjaan. Seorang siswa akan disebut memahami suatu keterampilan (*skill*) jika ia dapat menggunakan urutan, prosedur, atau langkah-langkah pengerjaan

## 2. Hirarki Belajar Matematika

Mengapa siswa harus mempelajari penjumlahan lebih dahulu sebelum mempelajari perkalian? Apa alasannya?

Merupakan suatu kenyataan bahwa suatu Standar Kompetensi (SK) maupun suatu Kompetensi Dasar (KD) harus diajarkan mendahului SK maupun KD lainnya. Namun apa dasar pengurutan pembelajaran itu? Apakah hanya didasarkan pada kata hati para guru dan pakar saja? Gagne memberikan dasar tentang cara mengurutkan materi pembelajaran dengan selalu menanyakan pertanyaan seperti ini: “Pengetahuan apa yang lebih dahulu harus dikuasai siswa agar ia berhasil mempelajari suatu pengetahuan tertentu?” Setelah mendapat jawabannya, ia harus bertanya lagi seperti pertanyaan di atas tadi untuk mendapatkan pengetahuan prasyarat yang harus dikuasai dan dipelajari siswa sebelum ia mempelajari pengetahuan tersebut. Begitu seterusnya sampai didapat urutan pengetahuan dari yang paling sederhana sampai yang paling kompleks. Karena itu, hirarki belajar harus disusun dari atas ke bawah. Dimulai dengan menempatkan kemampuan, pengetahuan, ataupun keterampilan yang menjadi salah satu tujuan dalam proses pembelajaran di puncak dari hirarki belajar tersebut, diikuti kemampuan, keterampilan, atau pengetahuan prasyarat (*prerequisite*) yang harus mereka kuasai lebih dahulu agar mereka berhasil mempelajari keterampilan atau pengetahuan di atasnya itu.

Contoh hirarki belajar yang berkait dengan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) ditunjukkan dengan diagram berikut ini.



Seorang siswa SD/MI dapat menentukan KPK hanya jika ia sudah berturut-turut menguasai konsep kelipatan persekutuan, kelipatan, perkalian, dan pembagian.

Anda dapat saja menyusun desain hirarki belajar yang berbeda dari hirarki belajar di atas. Yang penting Anda harus dapat menjelaskan bahwa agar siswa mampu melaksanakan kegiatan tertentu, maka siswa tersebut terlebih dahulu harus mampu melaksanakan kegiatan di bawahnya sebagai pengetahuan prasyaratnya. Selanjutnya, jika Anda menemui siswa yang mengalami kesulitan atau melakukan kesalahan, contohnya ia tidak mampu menentukan KPK dari bilangan 15 dan 20, maka cobalah untuk menggunakan teori tentang hirarki belajar tadi sebagai salah satu acuannya. Artinya, jika ada siswa yang tidak dapat menentukan KPK dua bilangan, maka banyak konsep yang dapat menjadi penyebabnya seperti ditunjukkan pada diagram hirarki belajar di atas. Untuk memudahkan para siswa selama proses pembelajaran di kelas, proses pembelajaran harus dimulai dengan mengecek, mengingatkan kembali, dan memperbaiki pengetahuan-pengetahuan prasyaratnya.



## B. Kegiatan Belajar 2: Penerapan Teori Belajar Tingkah Laku

Bagaimana menerapkan teori belajar tingkah laku di kelas Anda?

Sebagaimana disampaikan di bagian depan, para penganut psikologi tingkah laku (*behaviorism*) memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) seperti '2 + 2' dan balasan dari siswa (*response*) seperti '4' yang dapat diamati. Mereka berpendapat bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Mereka berpendapat bahwa batu saja akan berlubang jika ditetesi air terus menerus. Karena itu, para penganut teori belajar tingkah laku sering menggunakan cara mengulang-ulang atau tubian (*drill*).

Mengapa sebagian siswa SD/MI masih kesulitan menentukan hasil perkalian?  
Lalu apa yang dapat Anda lakukan untuk memecahkan masalah tersebut?

Penulis pernah mengalami hal tersebut, yaitu ketika ada siswa SD yang kesulitan melakukan perkalian dengan bilangan 7. Penulis lalu memberi siswa tersebut daftar perkalian berikut untuk diselesaikan.

$1 \times 7 = \dots$	$2 \times 7 = \dots$	$3 \times 7 = \dots$	$4 \times 7 = \dots$	$5 \times 7 = \dots$
$6 \times 7 = \dots$	$7 \times 7 = \dots$	$8 \times 7 = \dots$	$9 \times 7 = \dots$	$10 \times 7 = \dots$

Apa yang terjadi ketika ia mengerjakan tugas tersebut? Ternyata ditemukan beberapa hal menarik yang dapat dipelajari berikut ini.

1. Ketika mengisi jawaban untuk dua soal pertama, ia tidak mengalami kesulitan. Artinya ia dapat menentukan hasil  $1 \times 7$  dan  $2 \times 7$  dengan baik.
2. Ketika mengisi jawaban untuk soal  $3 \times 7$ , ia melihat ke atas sambil berpikir keras. Ketika ditanya apakah ada kesulitan, ia menjawab ia agak sulit menentukan hasil dari  $14 + 7$ .
3. Ketika mengisi jawaban untuk dua soal  $4 \times 7$ , ia tidak mengalami kesulitan. Baginya,  $21 + 7$  tidaklah terlalu sulit.

4. Ketika mengisi jawaban untuk soal  $5 \times 7$ , ia agak mengalami kesulitan menentukan  $28 + 7$  sehingga ia menggunakan jarinya.
5. Proses di atas menjadi lebih cepat ia lakukan ketika ia diminta mengulangi kegiatan yang sama mengisi daftar perkalian di atas.

Dari kasus di atas, dapatlah ditarik beberapa pelajaran berikut.

1. Si anak telah memahami bahwa perkalian merupakan penjumlahan berulang.
2. Ia mengalami kesulitan menjumlahkan.
3. Ternyata, proses mengulang-ulang kegiatan tersebut berhasil membantu siswa tersebut memperbaiki perkalian dengan bilangan 7.
4. Jadi, proses mengulang-ulang kegiatan (latihan, tubian atau *drill*) dapat dilakukan siswa setelah ia memahami konsepnya. Dengan kata lain, untuk kasus-kasus tertentu, teori belajar tingkah laku masih dapat digunakan dalam proses pembelajaran matematika.
5. Pentingnya penguasaan pengetahuan prasyarat. Contoh di atas menunjukkan bahwa si siswa kesulitan mempelajari perkalian karena ia mengalami kesulitan menjumlahkan.

Di samping E. L. Thorndike; pakar teori belajar tingkah laku lainnya adalah Robert E. Gagne. Sebagaimana dijelaskan di bagian depan, teori belajar Gagne berkait dengan pembagian objek langsung matematika atas empat bagian, yaitu: fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (FKPK); serta hirarki belajar. Contoh FKPK pada topik pecahan adalah sebagai berikut.

1. Contoh fakta pada topik tersebut adalah notasi atau lambang  $\frac{2}{4}$ . Perhatikan bahwa fakta ini berkaitan dengan notasinya saja dan tidak berkaitan dengan pengertiannya.
2. Contoh konsep pada topik tersebut adalah notasi atau lambang  $\frac{2}{4}$  mengandung arti adanya dua dari empat bagian yang sama seperti ditunjukkan pada diagram ini.



Contoh Pecahan  $\frac{2}{4}$

3. Contoh prinsip pada topik tersebut adalah  $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  mengandung arti adanya dua dari empat bagian yang sama digabung dengan satu dari empat bagian yang sama sehingga menjadi tiga dari empat bagian yang sama seperti ditunjukkan pada diagram di bawah ini. Secara umum, prinsipnya adalah  $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$



Contoh Penjumlahan Pecahan  $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

4. Contoh keterampilan pada topik tersebut adalah  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  yang menunjukkan bahwa urutan pengerjaan penjumlahan dua pecahan yang penyebutnya tidak sama adalah dengan menyamakan penyebutnya lebih dahulu. Setelah itu barulah menjumlahkan pembilang dan menyederhanakannya.

Berikut ini adalah beberapa hal yang perlu diperhatikan para guru terkait dengan penerapan teori FKPK di kelas.

1. Pada umumnya FKPK selalu ada pada setiap topik matematika.
2. Penekanan untuk setiap objek matematika (FKPK) akan berbeda-beda.
  - a. Penekanan fakta adalah pada penggunaan fakta sesuai dengan yang disepakati. Contoh:  $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$  dan bukan  $2 \times 5^2 = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$  karena perpangkatan dianggap lebih kuat dari perkalian.
  - b. Penekanan konsep adalah pada pengertiannya. Contohnya,  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .
  - c. Penekanan prinsip adalah pada pemahaman konsep yang digunakan pada prinsip itu beserta hubungannya.
  - d. Penekanan keterampilan adalah pada penerapan urutan-urutan langkah pengerjaannya.
3. Sebagai akibat dari ketentuan nomor 2 di atas maka proses pembelajaran untuk setiap objek matematika (FKPK) akan berbeda pula.

4. Selanjutnya, proses penentuan keberhasilan proses pembelajaran untuk setiap objek matematika (FKPK) akan berbeda pula.
  5. Untuk lebih memahami siswa, maka proses pembelajaran hendaknya dimulai dari yang sudah diketahui, mudah, sederhana, real, nyata, dan dari kasus-kasus khusus ke arah yang belum diketahui, sulit, rumit, abstrak, dan bentuk umumnya.
- Berkait dengan hirarki belajar, berikut ini adalah beberapa hal yang perlu diperhatikan para guru.

1. Selama proses pembelajaran, pertanyaan yang selalu dapat Anda ajukan kepada diri Anda sendiri adalah: “Pengetahuan apa yang lebih dahulu harus dikuasai siswa agar berhasil mempelajari suatu pengetahuan tertentu?”
2. Pertanyaan tersebut di atas dapat juga diajukan ketika Anda mendapati siswa yang mengalami kesulitan. Dengan mengetahui hirarki belajarnya, maka guru dapat menentukan faktor-faktor yang ditengarai dapat menjadi penyebabnya.
3. Ketika akan memulai proses pembelajaran, pastikan bahwa siswa Anda sudah menguasai pengetahuan prasyarat yang dibutuhkan.

### C. Ringkasan

1. Para penganut psikologi tingkah laku (*behaviorism*), memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) seperti ‘2 + 2’ dan balasan atau tanggapan (*response*) dari siswa seperti ‘4’ yang dapat diamati. Mereka berpendapat bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Pendapat ini yang menyebabkan dilakukannya tubian atau pengulangan (*drill*), seperti guru memberikan tugas latihan soal dan pekerjaan rumah, agar siswa berlatih menggunakan suatu prosedur yang telah diajarkan. Di samping pengulangan itu, mereka berpendapat bahwa kuat tidaknya hubungan ditentukan oleh kepuasan maupun ketidakpuasan yang menyertainya (*law of effect*). Tanggapan yang disertai dengan kepuasan, seperti mendapat pujian dari guru, akan menyebabkan siswa ingin mengulanginya. Contohnya, pawang sirkus memberi sesuatu sebagai ganjaran atau penguatan (*reinforcement*) begitu si

binatang dapat menyelesaikan tugasnya dengan baik. Untuk kasus-kasus tertentu, tubian (*drill*) masih dapat digunakan para guru dalam proses pembelajaran.

2. Teori belajar yang dikemukakan penganut psikologi tingkah laku ini dalam beberapa hal dapat digunakan untuk mengembangkan kemampuan siswa yang berhubungan dengan pencapaian hasil belajar (pengetahuan) matematika seperti fakta, konsep, prinsip, dan *skill* atau keterampilan yang telah digagas Robert M. Gagne sebagai objek-objek langsung matematika. Gagne sendiri dinyatakan oleh Orton(1987:38) sebagai *neobehaviourist*.
3. *Fakta*, menurut Gagne, adalah konvensi (kesepakatan) dalam matematika seperti lambang, notasi, ataupun aturan. *Konsep* adalah suatu ide abstrak. *Prinsip* (*keterkaitan antar konsep*) adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih seperti rumus luas daerah persegi panjang  $= p \times l$ , dimana  $p$  dan  $l$  berturut-turut menunjukkan ukuran panjang dan lebar persegi panjang tersebut. *Keterampilan* (*skill*) adalah kemampuan untuk menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu soal, contohnya adalah prosedur atau langkah-langkah pada pengerjaan  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ , yaitu dengan menyamakan penyebutnya dan diikuti dengan menjumlahkan pembilang dan diakhiri dengan menyederhanakan.
4. Penekanan pembelajaran pada objek-objek matematika (FKPK) akan berbeda-beda. Penekanan pembelajaran pada fakta akan berbeda untuk konsep, yang akan berbeda pula dengan penekanan pada pembelajaran untuk prinsip dan keterampilan. Hal tersebut akan mempengaruhi cara pembelajarannya. Contohnya, pembelajaran suatu konsep akan berbeda dengan pembelajaran keterampilan.
5. Hirarki belajar disusun untuk mengetahui urutan pembelajaran. Hirarki belajar sangat penting dibuat oleh guru, sehingga dengan hiraki belajar tersebut, para guru akan dapat memfasilitasi siswanya dalam proses pembelajaran. Di samping itu, hirarki belajar dapat juga digunakan pada proses penanganan siswa yang mengalami kesulitan mempelajari matematika. Selanjutnya, proses pembelajaran dapat dimulai dengan pengecekan penguasaan siswa terhadap

pengetahuan prasyarat berdasarkan hirarki belajar, sebab proses pembelajaran sulit untuk berhasil jika pengetahuan prasyaratnya belum dimiliki siswa.

#### **D. Latihan/Tugas**

1. Jelaskan mengapa guru matematika harus memberi latihan dan PR kepada para siswanya?
2. Berilah contoh fakta, konsep, prinsip, dan skill yang berbeda dengan contoh yang sudah dibahas dalam modul ini. Bilamana seseorang disebut telah menguasai fakta, konsep, prinsip, dan skill yang Anda contohkan tersebut?
3. Buatlah satu contoh hirarki belajar dari suatu topik matematika tertentu.
4. Berdasar pengalaman Anda sebagai guru, beri contoh kesulitan pembelajaran matematika SD yang penyebabnya berkait dengan sifat kehirarkisan materi matematika.
5. Sebutkan beberapa implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika.

#### **E. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan**

Anda dinyatakan berhasil mempelajari bagian ini jika kebenaran jawaban Anda pada latihan/tugas di atas telah mencapai minimal 75%. Bila Anda belum berhasil, jangan jemu untuk mencermati kembali uraian bagian ini atau berdiskusi kembali dengan rekan sejawat atau fasilitator Anda. Penilaian dapat dilakukan dalam forum KKG Anda dengan mengacu pada alternatif jawaban. Semoga berhasil.

#### **F . Daftar Pustaka**

- Bell, F.H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa:WBC.
- Orton, A. 1987. *Learning Mathematics*. London: Casell Educational Limited.
- Resnick, L.B. and Ford, W.W. 1984. *The Psychology of Mathematics for Instructions*. New Jersey: LEA.

### Alternatif Jawaban Tugas/Latihan pada Modul I

1. Hal ini didasarkan pada hukum latihan (*law of exercise*) yang menyatakan bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya. Jadi, dengan memberi latihan dan PR kepada para siswanya diharapkan pengetahuan tersebut akan lebih kuat tertanam dan lebih tahan lama.
2. Tergantung SK atau KD yang dipilih. Namun yang perlu diperhatikan adalah:
  - a. fakta harus berkait dengan kesepakatan,
  - b. konsep harus berkait dengan pengertian,
  - c. prinsip harus berkait dengan rumus atau teorema, dan
  - d. skill harus berkait dengan prosedur atau langkah-langkah penyelesaian soal.
3. Tergantung SK atau KD yang dipilih. Namun yang harus diperhatikan dan dijelaskan adalah pengetahuan (konsep, prinsip, atau keterampilan) matematika yang berada di bawahnya harus menjadi pengetahuan prasyarat untuk pengetahuan di atasnya.
4. Tergantung SK atau KD yang dipilih. Perhatikan ketentuan pada jawaban 3 di atas. Contohnya, siswa akan kesulitan mempelajari perkalian jika ia kesulitan menjumlahkan.
5. Implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika diantaranya adalah:
  - a. Perlunya latihan.
  - b. Perlunya penguatan dan hadiah (*reward*) bagi yang berhasil
  - c. Perlunya hukuman (*punishment*) bagi yang tidak berhasil



# II

## TEORI BELAJAR KOGNITIF





## II. TEORI BELAJAR KOGNITIF

Kompetensi guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini adalah:

- (1) Memahami berbagai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik terkait dengan mata pelajaran yang diampu (2.1),
- (2) Menyediakan berbagai kegiatan pembelajaran untuk mendorong peserta didik mencapai prestasi secara optimal (6.1),
- (3) Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik (22.2),
- (4) Menunjukkan etos kerja dan tanggung jawab yang tinggi (14.1),

Sebagaimana disampaikan pada modul sebelumnya, E.L. Thorndike dikenal sebagai salah seorang tokoh teori belajar tingkah laku (*behaviorism*) yang memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) seperti '7 x 7' dan balasan atau tanggapan (*response*) dari siswa seperti '49' yang dapat diamati. Robert M. Gagne dikenal sebagai *neobehaviourist* yang membahas secara rinci tentang objek langsung matematika dan hirarki belajar. Berbeda dengan para penganut teori belajar tingkah laku yang lebih fokus pada terbentuknya hubungan antara rangsangan dan tanggapan yang dapat diamati, maka para penganut teori belajar kognitif (*cognitive science*) lebih fokus pada proses mengaitkan antara pengetahuan yang sudah dimiliki seseorang di dalam struktur kognitifnya dengan pengalaman barunya.

Modul ini akan membahas beberapa tokoh teori belajar kognitif seperti Piaget yang mengembangkan teori perkembangan kognitif; David P Ausubel yang mengembangkan teori belajar bermakna (*meaningful*) dan belajar takbermakna (*meaningless*); serta teori presentasi pembelajaran (enaktif, ikonik, dan simbolik) yang dikemukakan Bruner. Setelah membaca modul ini, secara umum guru diharapkan dapat: (1) memahami kelebihan dan kekurangan masing-masing teori belajar; dan (2) memilih teori belajar yang sesuai dengan kondisi dan lingkungan masing dalam dan dapat menerapkannya dalam pembelajaran. Secara khusus, setelah membaca modul ini, para guru diharapkan dapat:

1. Menjelaskan empat tahap perkembangan kognitif siswa menurut Piaget.
2. Menjelaskan implikasi pentahapan perkembangan kognitif menurut Piaget pada pembelajaran matematika di SD.
3. Memberikan contoh tentang pentingnya kematangan, pengalaman, transmisi sosial, dan penyeimbangan sebagai faktor yang dapat mempengaruhi perkembangan kognitif siswa dalam proses pembelajaran matematika di SD
4. Menjelaskan ciri-ciri atau karakteristik pembelajaran yang mengacu pada ‘belajar hafalan’ atau ‘*rote-learning*’ dan menjelaskan kelemahannya.
5. Memberi contoh pembelajaran yang mengacu pada ‘belajar bermakna’ atau ‘*meaningful-learning*’ dan menjelaskan kelebihanannya.
6. Menjelaskan pembelajaran bermakna atautkah pembelajaran hafalan yang lebih baik digunakan di kelas.
7. Menjelaskan proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul II ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam tiga Kegiatan Belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegiatan Belajar 1: Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget
2. Kegiatan Belajar 2: Belajar Bermakna David P. Ausubel
3. Kegiatan Belajar 3: Teori Belajar Bruner

#### **A. Kegiatan Belajar 1: Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget**

Apa saja empat tahap perkembangan kognitif menurut Piaget?  
Dapatkah Anda memberi contoh implikasi pentahapan perkembangan kognitif menurut Piaget terhadap pembelajaran matematika di SD?

Kunci utama teori Piaget yang harus diketahui guru matematika yaitu bahwasanya perkembangan kognitif seorang siswa bergantung kepada seberapa jauh si siswa itu dapat memanipulasi dan aktif berinteraksi dengan lingkungannya, dalam arti bagaimana ia mengaitkan antara pengetahuan yang telah dimiliki dengan pengalaman barunya. Menurut Piaget, ada tiga aspek pada perkembangan kognitif seseorang, yaitu: struktur, isi, dan fungsi kognitif.

Struktur kognitif, skema atau skemata (*schema*) menurut Piaget, merupakan organisasi mental yang terbentuk pada saat seseorang berinteraksi dengan lingkungannya. Isi kognitif merupakan pola tingkah laku seseorang yang tercermin pada saat ia merespon berbagai masalah, sedangkan fungsi kognitif merupakan cara yang digunakan seseorang untuk mengembangkan tingkat intelektualnya, yang terdiri atas organisasi dan adaptasi. Dua proses yang termasuk adaptasi adalah asimilasi dan akomodasi. Pembahasan lebih rinci tentang hal ini akan dimulai dari empat tahap perkembangan kognitif berikut ini.

### 1. Empat Tahap Perkembangan Kognitif

Bagaimana perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai ia dewasa?  
 Bagaimana cara seorang bayi belajar?  
 Apa perbedaan mengajar siswa SD dengan siswa SMA?

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, Piaget membagi perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas tahap seperti ditunjukkan tabel berikut.

No	Umur (Tahun)	Tahap
1.	0 – 2	Sensori Motor
2.	2 – 7	Pra-operasional
3.	7 – 11	Operasional Konkret
4.	11 +	Operasional Formal

Pada tahap **sensori motor** (0-2 tahun) seorang anak akan belajar untuk menggunakan dan mengatur kegiatan fisik dan mental menjadi rangkaian perbuatan yang bermakna. Pada tahap ini, pemahaman anak sangat bergantung pada kegiatan (gerakan) tubuh dan alat-alat indera mereka. Contohnya ketika seorang anak menirukan suara suatu benda maka hal itu menandakan bahwa yang ia maksud adalah benda tersebut.

Pada tahap **pra-operasional** (2-7 tahun), seorang anak masih sangat dipengaruhi oleh hal-hal khusus yang didapat dari pengalaman menggunakan indera, sehingga ia belum mampu untuk melihat hubungan-hubungan dan menyimpulkan sesuatu secara

konsisten. Pada tahap ini, anak masih mengalami kesulitan dalam melakukan pembalikan pemikiran (*reversing thought*) serta masih mengalami kesulitan bernalar secara induktif maupun deduktif, karena pemikirannya masih dalam tahap transduktif (*transductive*), yaitu suatu proses penarikan kesimpulan dari hal khusus yang satu ke hal khusus yang lain. Jika ia melihat suatu benda yang asalnya sama tapi dalam bentuk yang berbeda, maka si anak akan mengatakan bahwa benda tersebut adalah dua hal yang beda pula. Sebagai contoh, jika anak diberikan tali yang pada awalnya dibentangkan dari dua sisi yang berbeda, kemudian tali itu digenggam dan diletakkan begitu saja di atas meja, maka mereka akan mengatakan bahwa itu adalah dua tali yang berbeda.

Pada tahap **operasional konkret** (7-11 tahun), umumnya anak sedang menempuh pendidikan di sekolah dasar. Di tahap ini, seorang anak dapat membuat kesimpulan dari suatu situasi nyata atau dengan menggunakan benda konkret, dan mampu mempertimbangkan dua aspek dari suatu situasi nyata secara bersama-sama (misalnya, antara bentuk dan ukuran). Contohnya adalah konsep kekekalan luas dimana luas suatu daerah akan kekal (tetap) jika daerah tersebut dibagi menjadi beberapa bagian.

Pada tahap **operasional formal** (lebih dari 11 tahun), kegiatan kognitif seseorang tidak mesti menggunakan benda nyata. Tahap ini merupakan tahapan terakhir dalam perkembangan kognitif. Dengan kata lain, mereka sudah mampu melakukan abstraksi, dalam arti mampu menentukan sifat atau atribut khusus sesuatu tanpa menggunakan benda nyata. Pada permulaan tahap ini, kemampuan bernalar secara abstrak mulai meningkat, sehingga seseorang mulai mampu untuk berpikir secara deduktif. Contohnya, mereka sudah mulai mampu untuk menggunakan variabel.

Tahapan perkembangan yang dicantumkan oleh Piaget di atas dapat dijadikan salah satu rujukan guru dalam merencanakan pembelajaran. Namun kondisi para siswa Indonesia kemungkinan agak berbeda dengan siswa yang diteliti Piaget. Di samping itu, ada juga pendapat yang menyatakan bahwa bagi seseorang yang telah berada pada tahap operasional formal sekalipun, untuk hal-hal yang baru, mereka masih membutuhkan benda nyata ataupun gambar/diagram. Karenanya, faktor 'nyata' atau

'real' pada proses pembelajaran ini akan sangat menentukan keberhasilan ataupun kegagalan pembelajaran di kelas.

## 2. Proses Perkembangan Kognitif

Faktor apa saja yang mempengaruhi perkembangan kognitif seseorang?  
Apakah perkembangan kognitif seseorang sudah terjadi ketika ia masih bayi?

Proses perkembangan kognitif seseorang menurut Piaget harus melalui suatu proses yang disebut dengan adaptasi dan organisasi seperti ditunjukkan Piaget melalui diagram di bawah ini.

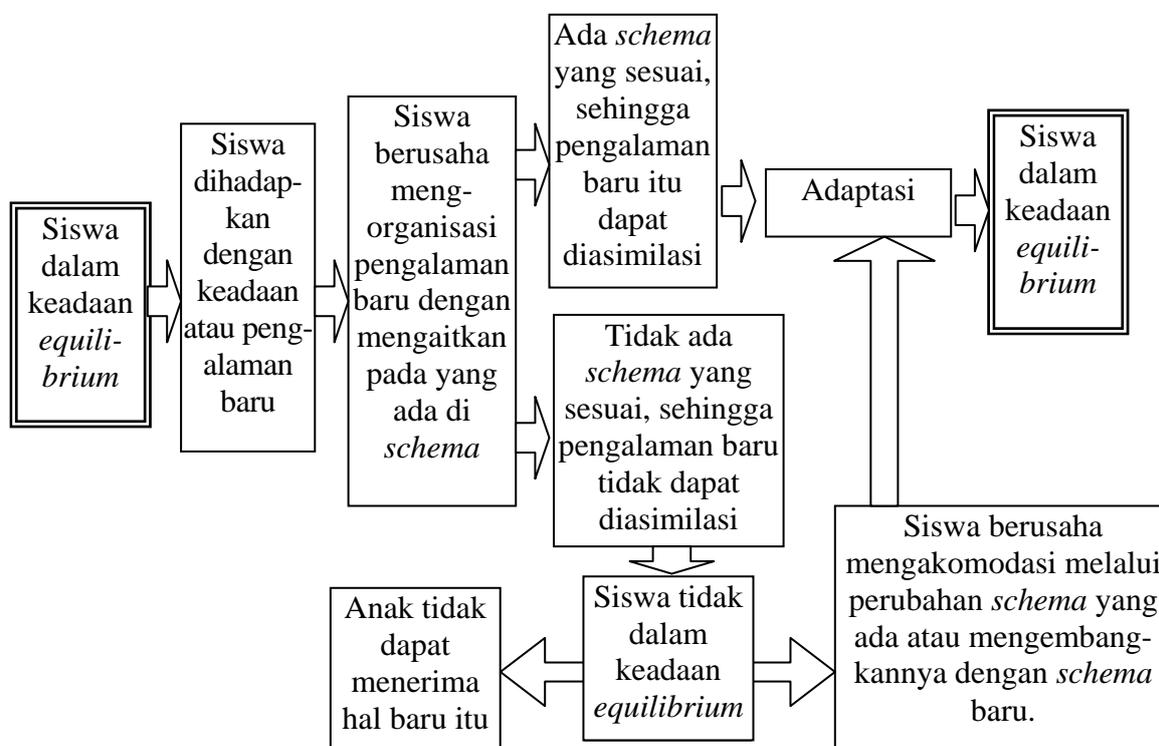


Diagram tersebut menunjukkan bahwa tanpa adanya pengalaman baru, struktur kognitif para siswa akan berada dalam keadaan *equilibrium* (tenang dan stabil). Jadi, perkembangan kognitif seseorang ditentukan oleh seberapa besar interaksinya dengan lingkungan (pengalaman baru) yang harus dikaitkan atau dihubungkan dengan struktur kognitif (*schema*) mereka, melalui proses organisasi dan adaptasi. Adaptasi sendiri terdiri atas dua proses yang dapat terjadi bersama-sama, yaitu: (1) *asimilasi*, suatu proses dimana suatu informasi atau pengalaman baru disesuaikan dengan

kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa; dan (2) *akomodasi*, yaitu suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa agar sesuai dengan pengalaman yang baru dialami.

Bodner (1986:873) menyatakan bahwa istilah asimilasi dan akomodasi hanya dapat dipahami melalui konsep Piaget tentang struktur kognitif (*schema*). Jika fungsi kognitif seperti adaptasi dan organisasi tetap konstan selama proses perkembangan kognitif maka struktur kognitifnya akan berubah baik secara kualitas maupun kuantitas sesuai perkembangan waktu dan pengalaman. Proses asimilasi dan akomodasi ini terjadi sejak bayi. Bodner (1986:873) menunjukkan pendapat Von Glasersfeld bahwa seorang bayi yang sedang lapar lalu pipinya disentuh dengan jari maka ia akan berusaha untuk menghisap jari itu. Von Glasersfeld menyatakan bahwa bayi itu menganggap (mengasimilasi) bahwa jari itu adalah puting susu ibunya. Karena itu, Bodner (1986:873) menyatakan: “*Assimilation involves applying a preexisting schema or mental structure to interpret sensor data.*” Artinya, proses asimilasi melibatkan penggunaan struktur, skemata, atau skema untuk menginterpretasi. Karena itu, Bodner (1986:873) juga menyatakan: “*Piaget argued that knowledge is constructed as the learner strives to organize his or her experiences in terms of preexisting mental structure or schema.*” Artinya, Piaget berargumentasi bahwa pengetahuan terbangun disaat siswa berusaha untuk mengorganisasikan pengalamannya sesuai dengan struktur kognitif yang dimilikinya.

### 3. Faktor yang Mempengaruhi Perkembangan Kognitif

Piaget menjelaskan bahwa perkembangan kognitif seseorang dipengaruhi oleh empat hal berikut.

1. Kematangan (*maturation*) otak dan sistem syarafnya. Kematangan otak dan sistem syaraf sangat penting dimiliki setiap siswa. Siswa yang memiliki ketidak sempurnaan yang berkait dengan kematangan ini, sedikit banyak akan mengurangi kemampuan dan perkembangan kognitifnya. Karena itu, penting sekali bagi orang tua untuk membesarkan putera-puterinya dengan makanan bergizi dan kasih sayang yang cukup, sehingga putera-puteri tersebut akan memiliki kematangan otak dan sistem syaraf yang sempurna.
2. Pengalaman (*experience*) yang terdiri atas:

- a. Pengalaman fisik (*physical experience*), yaitu interaksi manusia dengan lingkungannya. Contohnya adalah interaksi seorang siswa dengan kumpulan batu yang ia tata.
- b. Pengalaman logika-matematis (*logico-mathematical experience*), yaitu kegiatan-kegiatan pikiran yang dilakukan manusia. Contohnya, siswa menata kumpulan batu sambil belajar membilang. Dapat juga ketika siswa mulai berpikir bahwa suatu kumpulan lebih banyak dari kumpulan yang lain.

Bayangkan jika ada anak yang tidak diberi kesempatan untuk berinteraksi dengan lingkungannya. Apa yang akan terjadi dengan perkembangan kognitif si anak tersebut? Jelaslah bahwa berinteraksi seorang anak dengan lingkungannya akan mempengaruhi perkembangan kognitif mereka.

3. Transmisi sosial (*social transmission*), yaitu interaksi dan kerjasama yang dilakukan oleh manusia dengan orang lain. Mengapa seorang anak Indonesia yang dilahirkan di lingkungan yang selalu berbahasa Inggris dan selalu berinteraksi dengan bahasa Inggris akan menyebabkan ia mahir berbahasa Inggris? Jawabannya adalah adanya faktor transmisi sosial tersebut. Seorang anak yang dilahirkan di suatu keluarga yang lebih mengutamakan penalaran (*reasoning*) akan menghasilkan anak-anak yang lebih mengutamakan kemampuan penalaran ketika memecahkan masalah.
4. Penyeimbangan (*equilibration*), suatu proses, sebagai akibat ditemuinya pengalaman (informasi) baru, seperti ditunjukkan pada diagram Piaget di atas.. Seorang anak yang sejatinya berbakat untuk mempelajari matematika, namun karena ia tidak mendapat tantangan yang cukup, maka perkembangan kognitifnya akan terhambat.

## B. Kegiatan Belajar 2: Belajar Bermakna David P. Ausubel

Mengapa sebagian siswa ada yang dapat mengerjakan soal ketika ia belajar di kelas, namun ia tidak dapat mengerjakan soal itu beberapa hari kemudian? Apa hal tersebut disebabkan siswa belajar dengan cara menghafal?

Perhatikan kisah Nani di bawah ini. Apa yang dapat Anda katakan tentang cara belajar Nani? Apa kelemahannya? Adakah kelebihanannya?

Nani, seorang anak kecil bertanya pada ayahnya. Bagaimana seorang guru, Nani mengajukan pertanyaan sehingga terjadi percakapan sebagai berikut.

Nani (N): “Ayah, dua ditambah dua ada berapa? Ayo ...!”

Ayah (A): “Menurut Nani?”

N: “Ayah dulu.”

A: “Ya. Ya. Dua tambah dua sama dengan empat.”

N: “Betul.” Ia berlagak seperti guru yang membenarkan jawaban siswanya.

A: “Tahu dari mana bahwa dua tambah dua sama dengan empat?”

N: “Dari Ari. Ari tahu dari bapaknya.”

A: “Nani percaya?”

N: “Ya. Bapaknya Ari kan pintar.”

A: “Kenapa dua tambah dua sama dengan empat?”

N: “Ya karena dua tambah dua sama dengan empat.”

A: “Kalau satu tambah dua?”

N: “Nani belum tahu.”

A: “Kenapa?”

N: “Ari belum memberi tahu. Mungkin bapaknya belum mengajarnya.”

A: “Kalau satu tambah satu?”

N: “Dua.”

A: “Yang benar?”

N: “Tiga ... tiga ... tiga ... .”

A: “Yang benar. Masak tiga.”

N: “Empat ... empat ... ! Lima ... ! Tujuh ... tujuh ... . Kalau begitu berapa?”

A: “Ya dua.”

N: “Tadi Nani kan sudah bilang dua. E ... Ayah bohong ya.”

Teori belajar Ausubel menitikberatkan pada bagaimana seseorang memperoleh pengetahuannya. Menurut Ausubel terdapat dua jenis belajar yaitu belajar hafalan (*rote-learning*) dan belajar bermakna (*meaningful-learning*). Menurut Anda, proses pembelajaran yang dilakukan Nani termasuk belajar hafalan (*rote-learning*) atukah belajar bermakna (*meaningful-learning*)? Mengapa? Lalu apa pengertian belajar hafalan? Apa pengertian belajar bermakna (*meaningful-learning*)?

### 1. Belajar Hafalan

Setujukah Anda jika proses pembelajaran yang dilakukan Nani di atas termasuk belajar hafalan (*rote-learning*)? Mengapa? Apa kekurangan pembelajaran hafalan?

Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Bell (1978) mengenai belajar hafalan (*rote-learning*): "... , if the learner's intention is to memorise it verbatim, i.e., as a series of arbitrarily related word, both the learning process and the learning outcome must necessarily be rote and meaningless" (p.132). Jika seorang siswa berkeinginan untuk mengingat sesuatu tanpa mengaitkan dengan hal yang lain maka baik proses maupun hasil pembelajarannya dapat dinyatakan sebagai hafalan (*rote*) dan tidak akan bermakna (*meaningless*) sama sekali baginya.

Contoh belajar hafalan yang paling jelas terjadi sebagaimana kisah Nani di atas, yang dapat menjawab soal penjumlahan  $2 + 2$  ataupun  $1 + 1$  dengan benar. Namun ketika ia ditanya bapaknya mengapa  $2 + 2 = 4$ ?, ia-pun hanya menjawab: "Ya karena  $2 + 2 = 4$ ," tanpa alasan yang jelas. Artinya, Nani hanya meniru pada apa yang diucapkan teman sebayanya. Tidaklah salah jika ada orang yang lalu menyatakan bahwa Nani telah belajar dengan membeo. Mengacu pada pendapat Ausubel di atas, contoh ini menunjukkan bahwa Nani hanya belajar hafalan dan belum termasuk belajar bermakna. Alasannya, ia hanya mengingat sesuatu tanpa mengaitkan hal yang satu dengan hal yang lain; baik ketika proses pembelajaran terjadi maupun pada hasil pembelajarannya ketika ia ditanya bapaknya; sehingga Nani dapat dinyatakan sebagai belajar hafalan (*rote*) dan belum belajar bermakna (*meaningless*).

Seperti halnya seekor burung beo yang dapat menirukan ucapan tertentu namun sama sekali tidak mengerti isi ucapannya tersebut, maka seperti itulah Nani yang dapat menjawab bahwa  $2 + 2$  adalah 4 dengan benar namun ia sama sekali tidak tahu arti  $2 + 2$  dan tidak tahu juga mengapa hasilnya harus 4. Jika Ari, temannya, menyatakan  $2 + 3 = 5$  maka sangat besar kemungkinannya jika Nani akan mengikutinya. Cara belajar dengan membeo seperti yang telah dilakukan Nani tadi oleh David P Ausubel (Orton, 1987) disebut dengan belajar hafalan (*rote learning*). Salah satu kelemahan dari belajar hafalan atau belajar membeo telah ditunjukkan Nani ketika ia tidak memiliki dasar yang kokoh dan kuat untuk mengembangkan pengetahuannya tersebut. Ia tidak bisa menjawab soal baru seperti  $1 + 2$  maupun  $2 + 1$  jika belum ada yang mengajari hal tersebut. Karena itu, dapat terjadi bahwa sebagian siswa ada yang dapat mengerjakan soal ketika ia belajar di kelas, namun ia tidak dapat lagi mengerjakan soal yang sama setelah beberapa hari kemudian jika proses

pembelajarannya hanya mengandalkan pada kemampuan mengingat saja seperti yang dilakukan Nani di atas. Sesuatu yang dihafal akan cepat dan mudah hilang, namun sesuatu yang dimengerti akan tertanam kuat di benak siswa.

Materi dalam pelajaran matematika bukanlah pengetahuan yang terpisah-pisah namun merupakan satu kesatuan, sehingga pengetahuan yang satu dapat berkait dengan pengetahuan yang lain. Seorang anak tidak akan mengerti penjumlahan dua bilangan jika ia tidak tahu arti dari “1” maupun “2”. Ia harus tahu bahwa “1” menunjuk pada banyaknya sesuatu yang tunggal seperti banyaknya kepala, mulut, lidah dan seterusnya; sedangkan “2” menunjuk pada banyaknya sesuatu yang berpasangan seperti banyaknya mata, telinga, kaki, ... dan seterusnya. Sering terjadi, anak kecil salah menghitung sesuatu. Tangannya masih ada di batu ke-4 namun ia sudah mengucapkan “lima” atau malah “enam”. Kesalahan kecil seperti ini akan berakibat pada kesalahan menjumlah dua bilangan. Hal yang lebih parah akan terjadi jika ia masih sering meloncat-loncat di saat membilang dari satu sampai sepuluh.

## 2. Belajar Bermakna

Perhatikan tiga bilangan berikut.

- (1) 89.107.145
- (2) 54.918.071
- (3) 17.081.945

Manakah bilangan yang paling mudah dan paling sulit diingat siswa?

Apakah untuk dapat mengingat bilangan-bilangan di atas perlu dikaitkan dengan hal tertentu yang sudah dimengerti siswa?

Bagaimana merancang pembelajaran matematika yang bermakna?

Beberapa pertanyaan yang dapat diajukan adalah: Mengapa bagi sebagian siswa di Indonesia, bilangan ketiga, yaitu 17.081.945, merupakan bilangan yang paling mudah diingat? Mengapa bilangan kedua yaitu 54.918.071 merupakan bilangan yang paling mudah diingat berikutnya? Mengapa bilangan pertama yaitu 89.107.145 merupakan bilangan yang paling sulit diingat atau dipelajari?

Bilangan ketiga, yaitu 17.081.945 merupakan bilangan yang paling mudah diingat hanya jika bilangan tersebut dikaitkan dengan tanggal Kemerdekaan RI yang jatuh pada 17 Agustus 1945 (atau 17-08-1945). Namun bilangan ketiga tersebut, yaitu 17.081.945 akan sulit diingat (dipelajari) jika bilangan itu tidak dikaitkan dengan tanggal Kemerdekaan RI pada 17 Agustus 1945. Jadi, proses pembelajaran dimana kita dapat mengaitkan suatu pengetahuan yang baru (dalam hal ini bilangan 17.081.945) dengan pengetahuan yang lama (dalam hal ini 17-08-1945, yaitu tanggal Kemerdekaan RI 17 Agustus 1945) seperti itulah yang disebut dengan pembelajaran bermakna dan hasilnya diharapkan akan tersimpan lama.

Misalkan saja Anda diminta untuk membantu siswa Anda untuk mengingat bilangan kedua, yaitu 54.918.071. Anda dapat saja meminta setiap siswa untuk mengulang-ulang menyebutkan bilangan di atas sehingga mereka hafal, maka proses pembelajarannya disebut dengan belajar membeo atau belajar hafalan seperti sudah dibahas pada bagian sebelumnya. Sebagai akibatnya, bilangan tersebut akan cepat hilang jika tidak diulang-ulang lagi. Bagaimana proses menghafal bilangan kedua, yaitu 54.918.071 agar menjadi bermakna? Yang perlu diperhatikan adalah adanya hubungan antara bilangan kedua dengan bilangan ketiga. Bilangan kedua bisa didapat dari bilangan ketiga namun dengan menuliskannya dengan urutan terbalik. Jadi, agar proses mengingat bilangan kedua dapat bermakna, maka proses mengingat bilangan kedua (yang baru) harus dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki, yaitu tentang 17-08-1945 akan tetapi dengan membalik urutan penulisannya menjadi 5491-80-71.

Untuk bilangan pertama, yaitu 89.107.145. Bilangan ini hanya akan bermakna jika bilangan itu dapat dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah ada di dalam pikiran kita. Contohnya jika bilangan itu berkait dengan nomor telepon atau nomor lain yang dapat kita kaitkan. Tugas guru adalah membantu memfasilitasi siswa sehingga bilangan pertama tersebut dapat dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya. Jika seorang siswa tidak dapat mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki siswa, maka proses pembelajarannya disebut dengan belajar yang tidak bermakna (*rote learning*). Berdasar contoh di atas, dapatlah disimpulkan bahwa suatu proses pembelajaran akan lebih mudah dipelajari

dan dipahami para siswa jika guru mampu untuk memberi kemudahan bagi siswanya sedemikian sehingga siswa dapat mengaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya. Itulah inti dari belajar bermakna (*meaningful learning*) yang telah digagas David P Ausubel.

Dari apa yang dipaparkan di atas jelaslah bahwa untuk dapat menguasai materi matematika, seorang siswa harus menguasai beberapa kemampuan dasar lebih dahulu. Setelah itu, siswa harus mampu mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dipunyainya. Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Orton (1987:34): *“If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly.”* Jelaslah, menurut Ausubel, bahwa pengetahuan yang sudah dimiliki siswa akan sangat menentukan berhasil tidaknya suatu proses pembelajaran. Di samping itu, seorang guru dituntut untuk mengecek, mengingatkan kembali ataupun memperbaiki pengetahuan prasyarat siswanya sebelum ia memulai membahas topik baru, sehingga pengetahuan yang baru tersebut dapat berkait dengan pengetahuan yang lama yang lebih dikenal sebagai belajar bermakna tersebut.

### C. Kegiatan Belajar 3: Teori Belajar Bruner

Menurut Bruner, ada tiga tahap belajar, yaitu enaktif, ikonik dan simbolik. Apa yang dapat dilakukan guru pada tahap enaktif, ikonik dan simbolik?

Berbeda dengan Teori Belajar Piaget yang telah membagi perkembangan kognitif seseorang atas empat tahap berdasar umurnya, maka Bruner membagi penyajian proses pembelajaran dalam tiga tahap, yaitu tahap enaktif, ikonik dan simbolik. Di samping itu, Bruner juga membahas teorema-teorema tentang cara belajar dan mengajar matematika. Bruner menekankan suatu proses bagaimana seseorang memilih, mempertahankan, dan mentransformasi informasi secara aktif. Proses tersebut merupakan inti utama dari belajar. Oleh karenanya Bruner memusatkan perhatian pada masalah apa yang dilakukan manusia terhadap informasi yang

diterimanya dan apa yang dilakukan setelah menerima informasi tersebut untuk pemahaman dirinya.

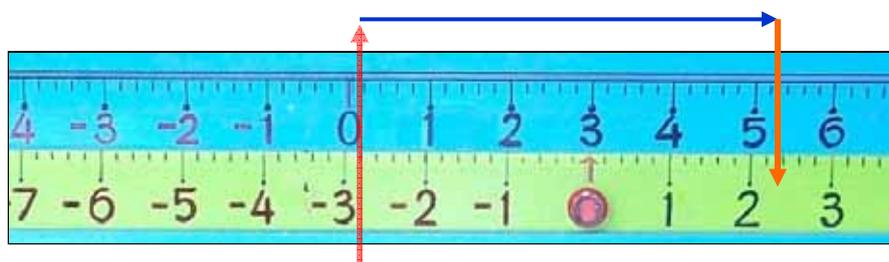
### 1. Tiga Tahap Proses Belajar

Teori Bruner tentang tiga tahap proses belajar berkaitan dengan tiga tahap yang harus dilalui siswa agar proses pembelajarannya menjadi optimal, sehingga akan terjadi internalisasi pada diri siswa, yaitu suatu keadaan dimana pengalaman yang baru dapat menyatu ke dalam struktur kognitif mereka. Ketiga tahap pada proses belajar tersebut adalah:

1. Tahap Enaktif. Pada tahap ini, para siswa mempelajari matematika dengan menggunakan sesuatu yang “konkret” atau “nyata”, yang berarti dapat diamati dengan menggunakan panca indera. Contohnya, ketika akan membahas penjumlahan dan pengurangan di awal pembelajaran, siswa dapat belajar dengan menggunakan batu, kelereng, buah, lidi, atau dapat juga memanfaatkan beberapa model atau alat peraga lainnya. Ketika belajar penjumlahan dua bilangan bulat, para siswa dapat saja memulai proses pembelajarannya dengan menggunakan beberapa benda nyata sebagai “jembatan” seperti:

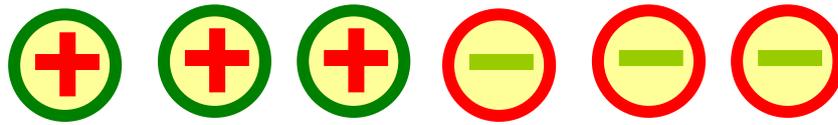
- Garis bilangan dalam bentuk dua bilah papan. Gambar ini menunjukkan bahwa posisi ‘-3’ pada bilah papan bagian bawah sudah disejajarkan dengan posisi ‘0’ pada bilah papan bagian atas, sehingga didapat beberapa hasil penjumlahan -3 dengan bilangan lainnya. Contohnya:

$$-3 + 5 = 2 \text{ (lihat tanda ruas garis berpanah) atau } -3 + (-2) = -5$$



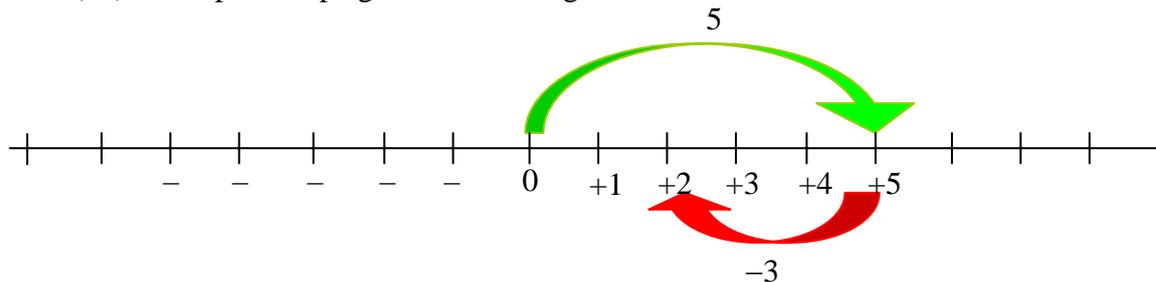
MULAI

Semacam koin dari plastik dengan tanda “+” dan “-”.



Dengan cara ini, diharapkan siswa akan lebih mudah mempelajari materi yang diberikan. Dengan demikian cara pembelajaran matematika adalah memulai dengan sesuatu yang benar-benar konkret dalam arti dapat diamati dengan menggunakan panca indera.

2. Tahap Ikonik. Para siswa sudah dapat mempelajari suatu pengetahuan dalam bentuk gambar atau diagram sebagai perwujudan dari kegiatan yang menggunakan benda konkret atau nyata. Sebagai contoh, dalam proses pembelajaran penjumlahan dua bilangan bulat dimulai dengan menggunakan benda nyata berupa garis bilangan sebagai “jembatan”, maka tahap ikonik untuk  $5 + (-3) = 2$  dapat berupa gambar atau diagram berikut.



3. Tahap Simbolik. Menurut Bruner, tahap simbolik adalah tahap dimana pengetahuan tersebut diwujudkan dalam bentuk simbol-simbol abstrak. Dengan kata lain, siswa harus mengalami proses abstraksi dan idealisasi. Proses abstraksi terjadi pada saat seseorang menyadari adanya kesamaan di antara perbedaan-perbedaan yang ada (Cooney dan Henderson, 1975).

Perbedaan yang terjadi saat menentukan hasil dari  $2 + 3$  ataupun  $3 + 4$  baik pada tahap enaktif maupun ikonik merupakan proses abstraksi yang terjadi dikarenakan siswa menyadari adanya kesamaan gerakan yang dilakukannya, yaitu ia akan bergerak dua kali ke kanan. Dengan bantuan guru, siswa diharapkan dapat menyimpulkan bahwa penjumlahan dua bilangan positif akan menghasilkan bilangan positif pula. Tidaklah mungkin hasil penjumlahan dua bilangan positif akan berupa bilangan negatif.

Melalui proses abstraksi yang serupa, pikiran siswa dibantu untuk memahami bahwa penjumlahan dua bilangan negatif akan menghasilkan bilangan negatif juga. Karena dua kali pergerakan ke kiri akan menghasilkan suatu titik yang terletak beberapa langkah di sebelah kiri titik awal 0. Melalui proses ini, siswa juga dapat memahami bahwa jika  $2 + 3 = 5$  maka  $-2 + (-3) = -5$ . Dengan demikian siswa dapat dengan mudah menentukan  $-100 + (-200) = -300$  karena  $100 + 200 = 300$  dan  $-537 + (-298) = -835$  karena  $537 + 298 = 835$ . Pada intinya, menentukan penjumlahan dua bilangan negatif adalah sama dengan menentukan penjumlahan dua bilangan positif, hanya tanda dari hasil penjumlahannya haruslah negatif.

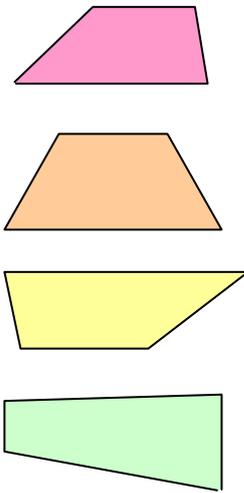
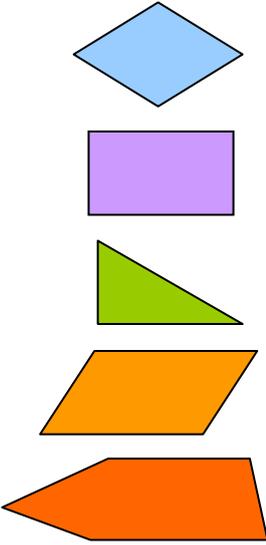
Proses abstraksi yang lebih sulit akan terjadi pada penjumlahan dua bilangan bulat yang tandanya berbeda, hasilnya bisa positif dan bisa juga negatif, tergantung pada seberapa jauh perbedaan gerakan ke kiri dengan gerakan ke kanan. Guru dapat meyakinkan siswanya bahwa hasil penjumlahan dua bilangan yang tandanya berbeda akan didapat dari selisih atau beda kedua bilangan tersebut tanpa melihat tandanya. Sebagai misal,  $2 + (-3) = -1$  karena beda atau selisih antara 2 dan 3 adalah 1 sedangkan hasilnya bertanda negatif karena pergerakan ke kiri lebih banyak banyak. Namun  $120 + (-100) = 20$  karena beda antara 100 dan 120 adalah 20 serta pergerakan ke kanan lebih banyak.

## 2. Empat Teorema Belajar dan Mengajar

Meskipun pepatah Cina menyatakan “Satu gambar sama nilainya dengan seribu kata”, namun menurut Bruner, pembelajaran sebaiknya dimulai dengan menggunakan benda nyata lebih dahulu. Karenanya, seorang guru ketika mengajar matematika hendaknya menggunakan model atau benda nyata untuk topik-topik tertentu yang dapat membantu pemahaman siswanya. Bruner mengembangkan empat teori yang terkait dengan asas peragaan, yakni:

1. Teorema konstruksi menyatakan bahwa siswa lebih mudah memahami ide-ide abstrak dengan menggunakan peragaan kongkret (*enactive*) dilanjutkan ke tahap semi kongkret (*iconic*) dan diakhiri dengan tahap abstrak (*symbolic*). Dengan menggunakan tiga tahap tersebut, siswa dapat mengkonstruksi suatu representasi dari konsep atau prinsip yang sedang dipelajari.

2. Teorema notasi menyatakan bahwa simbol-simbol abstrak harus dikenalkan secara bertahap, sesuai dengan tingkat perkembangan kognitifnya. Sebagai contoh:
  1. Notasi  $3 \times 2$  dapat dikaitkan dengan  $3 \times 2$  tablet.
  2. Soal seperti  $\dots + 4 = 7$  dapat diartikan sebagai menentukan bilangan yang kalau ditambah 4 akan menghasilkan 7. Notasi yang baru adalah  $7 - 4 = \dots$ .
3. Teorema kekontrasan atau variasi menyatakan bahwa konsep matematika dikembangkan melalui beberapa contoh dan bukan contoh seperti ditunjukkan gambar di bawah ini tentang contoh dan bukan contoh pada konsep trapesium.

Contoh Konsep Trapesium	Noncontoh Konsep Trapesium
	

4. Teorema konektivitas menyatakan bahwa konsep tertentu harus dikaitkan dengan konsep-konsep lain yang relevan. Sebagai contoh, perkalian dikaitkan dengan luas persegi panjang dan penguadratan dikaitkan dengan luas persegi. Penarikan akar pangkat dua dikaitkan dengan menentukan panjang sisi suatu persegi jika luasnya diketahui.

Lebih lanjut, berbagai jenis kegiatan dalam pembelajaran yang menerapkan teorema-teorema Bruner dapat diwujudkan dalam berbagai kegiatan seperti yang dikemukakan oleh Edgar Dale dalam bukunya “*Audio Visual Methods in Teaching*” sebagaimana dikutip Heinich, Molenda, dan Russell (1985:4) sebagai berikut.



1. Pengalaman langsung. Artinya, siswa diminta untuk mengalami, berbuat sendiri dan mengolah, serta merenungkan apa yang dikerjakan.
2. Pengalaman yang diatur. Sebagai contoh dalam membicarakan sesuatu benda, jika benda tersebut terlalu besar atau kecil, atau tidak dapat dihadirkan di kelas maka benda tersebut dapat diragakan dengan model. Contohnya: peta, gambar benda-benda yang tidak mungkin dihadirkan di kelas, model kubus, dan kerangka balok,
3. Dramatisasi. Misalnya: permainan peran, sandiwara boneka yang bisa digerakkan ke kanan atau ke kiri pada garis bilangan.
4. Demonstrasi. Biasanya dilakukan dengan menggunakan alat-alat bantu seperti papan tulis, papan flanel, OHP dan program komputer. Banyak topik dalam pembelajaran matematika di SD yang dapat diajarkan melalui demonstrasi, misalnya: penjumlahan, pengurangan, dan pecahan.
5. Karyawisata. Kegiatan ini sebenarnya sangat baik untuk menjadikan matematika sebagai atau menjadi pelajaran yang disenangi siswa. Kegiatan yang diprogramkan dengan melibatkan penerapan konsep matematika seperti mengukur tinggi objek secara tidak langsung, mengukur lebar sungai, mendata kecenderungan kejadian dan realitas yang ada di lingkungan merupakan kegiatan yang sangat menarik dan sangat bermakna bagi siswa serta bagi daya tarik pelajaran matematika di kalangan siswa.
6. Pameran. Pameran adalah usaha menyajikan berbagai bentuk model-model kongkret yang dapat digunakan untuk membantu memahami konsep matematika dengan cara yang menarik. Berbagai bentuk permainan matematika ternyata dapat menyedot perhatian siswa untuk mencobanya, sehingga jenis kegiatan ini juga cukup bermakna untuk diterapkan dalam pembelajaran matematika.
7. Televisi sebagai alat peragaan. Program pendidikan matematika yang disiarkan melalui media TV juga merupakan alternatif yang sangat baik untuk pembelajaran matematika.
8. Film sebagai alat peraga
9. Gambar sebagai alat peraga

Dengan demikian jelaslah bahwa asas peragaan dalam bentuk enaktif dan ikonik selama pembelajaran matematika adalah sangat penting untuk meningkatkan

pemahaman dan daya tarik siswa dalam mempelajari matematika sebelum mereka menggunakan bentuk-bentuk simbolik.

#### D. Ringkasan

1. Empat tahap perkembangan kognitif siswa menurut Piaget adalah: (1) tahap sensori motor (0 – 2 tahun), (2) tahap pra-operasional (2 – 7 tahun), (3) tahap operasional konkret (7 – 11 tahun), dan (4) tahap operasional formal (11 tahun ke atas).
2. Siswa SD/MI masih ada pada tahap operasional konkret dimana ia dapat membuat kesimpulan dari suatu situasi nyata atau dengan menggunakan benda konkret, dan mampu mempertimbangkan dua aspek dari suatu situasi nyata secara bersama-sama (misalnya, antara bentuk dan ukuran). Karenanya proses pembelajaran di SD/MI sebaiknya dimulai dengan penggunaan benda konkret.
3. Ada empat faktor yang mempengaruhi perkembangan kognitif seseorang, yaitu: kematangan, pengalaman (fisik dan logika-matematis), transmisi sosial, dan penyeimbangan. Kematangan (*maturation*) berkaitan dengan kesempurnaan otak dan sistem syaraf secara fisik. Pengalaman (*experience*) berkaitan dengan interaksi manusia dengan lingkungannya, yang dapat berupa pengalaman fisik (*physical experience*) dan pengalaman logika-matematis (*logico-mathematical experience*) ketika ia mulai membanding-bandingkan hasil pengalaman fisik tersebut. Transmisi sosial (*social transmission*), yaitu interaksi dan kerjasama yang dilakukan oleh manusia dengan orang lain. Penyeimbangan (*equilibration*) adalah suatu proses sebagai akibat ditemuinya pengalaman (informasi) baru.
4. ‘Belajar hafalan’ atau ‘*rote-learning*’ adalah sesuatu pembelajaran yang tidak mengaitkan antara pengetahuan yang baru dipelajari dengan hal lain yang sudah dimiliki si siswa. Contohnya, siswa hanya hafal bahwa  $5 - (-2) = 5 + 2 = 7$ , namun ia tidak dapat menjelaskan kenapa hasilnya begitu. Kelemahannya adalah hasil pembelajarannya menjadi cepat dilupakan. Contoh lainnya adalah si Nani yang hafal  $2 + 2 = 4$  namun ia tidak dapat menjelaskan kenapa hasilnya begitu.
5. Pembelajaran bermakna (*meaningful-learning*) adalah pembelajaran yang dapat mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki seseorang. Contohnya, pembelajaran seperti bilangan 7.532 akan mudah

dipelajari jika dikaitkan dengan empat bilangan prima pertama akan tetapi ditulis terbalik. Kelebihannya adalah mudah dipelajari karena empat bilangan prima pertama adalah 2, 3, 5 dan 7.

6. 'Belajar bermakna' jauh lebih baik dibanding 'belajar hafalan'.
7. Proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik adalah pembelajaran yang menggunakan: (1) benda konkret (benda nyata), (2) gambar (visual), dan diakhiri dengan (3) simbol matematika.

### E. Latihan /Tugas

Selesaikan tugas berikut ini.

1. Jelaskan empat tahap perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai ia dewasa menurut Piaget.
2. Jelaskan implikasi pentahapan perkembangan kognitif menurut Piaget terhadap pembelajaran matematika di SD.
3. Beri contoh pentingnya kematangan, pengalaman, transmisi sosial, dan penyeimbangan sebagai faktor yang dapat mempengaruhi perkembangan kognitif siswa dalam proses pembelajaran matematika di SD
4. Jelaskan ciri-ciri atau karakteristik pembelajaran yang mengacu pada 'belajar hafalan' atau '*rote-learning*' dan kemukakan kelemahannya.
5. Beri contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*' dan kemukakan kelebihannya.
6. Di antara pembelajaran bermakna dan pembelajaran hafalan, manakah yang lebih baik digunakan di kelas? Jelaskan alasannya
7. Beri contoh proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik.

### F. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan

Anda dinyatakan berhasil mempelajari bagian ini jika kebenaran jawaban Anda pada latihan/tugas di atas telah mencapai minimal 75%. Bila Anda belum berhasil, jangan jemu untuk mencermati kembali uraian bagian ini atau berdiskusi kembali dengan

rekan sejawat atau fasilitator Anda. Penilaian dapat dilakukan dalam forum KKG Anda dengan mengacu pada alternatif jawaban. Semoga berhasil.

### G. Daftar Pustaka

- Bell, F.H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa:WBC
- Bodner, G.M. 1986. *Constructivism: A theory of knowledge*. Journal of Chemical Education. Vol. 63 no. 10.0873-878.
- Heinich, R; Molenda, M; Russell, J.D. 1985. *Instructional and the New Technologies of Instruction*. New York: John Wiley & Sons.
- Cooney, T.J.; Davis, E.J.; Henderson, K.B. 1975. *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- NCTM. 1999. Overview of Principles and Standards for School Mathematics. <http://www.standard.nctm.org>. Diambil pada 13 Januari 2002.
- Orton, A. 1987 *Learning Mathematics*. London: Casell Educational Limited
- Skemp, R.R. 1989. *Mathematics in the Primary School*. London: Routledge

### Alternatif Jawaban Tugas/Latihan pada Modul II

1. Empat tahap perkembangan kognitif siswa menurut Piaget adalah: (1) tahap sensori motor (0 – 2 tahun), (2) tahap pra-operasional (2 – 7 tahun), (3) tahap operasional konkret (7 – 11 tahun), dan (4) tahap operasional formal (11 tahun ke atas).
2. Siswa SD/MI masih ada pada tahap operasional konkret (7 – 11 tahun), dimana ia dapat membuat kesimpulan dari suatu situasi nyata atau dengan menggunakan benda konkret, dan mampu mempertimbangkan dua aspek dari suatu situasi nyata secara bersama-sama (misalnya, antara bentuk dan ukuran). Karenanya proses pembelajaran di SD/MI sebaiknya dimulai dengan benda konkret.
3. Jawaban bisa bervariasi, namun harus mengacu pada beberapa hal berikut. Kematangan (*maturation*) sangat penting karena berkaitan dengan kesempurnaan otak dan sistem syaraf secara fisik. Artinya, perkembangan kognitif seseorang akan mengalami kesulitan jika ia memiliki ketidaksempurnaan otak dan sistem syarafnya. Pengalaman (*experience*) juga sangat penting karena berkaitan dengan interaksi manusia dengan lingkungannya. Hal yang sama untuk transmisi sosial (*social transmission*). Perkembangan kognitif seorang siswa akan terhambat jika ia tidak berinteraksi dan membaca buku, melakukan eksperimen, dan tidak berinteraksi dengan teman-teman dan gurunya untuk membahas pengetahuan yang baru. Jika seorang siswa tidak berminat untuk belajar matematika maka ia tidak akan melaksanakan proses asimilasi dan akomodasi sehingga proses pembelajaran di kelas tidak akan terjadi.
4. ‘Belajar hafalan’ atau ‘*rote-learning*’ adalah sesuatu pembelajaran yang tidak mengaitkan antara pengetahuan yang baru dipelajari dengan hal lain yang sudah dimiliki si siswa. Contohnya, siswa yang hanya hafal perkalian bahwa  $(-5) \times (-2) = 10$ , namun ia tidak dapat menjelaskan kenapa hasilnya begitu. Kelemahannya adalah hasil pembelajarannya menjadi cepat dilupakan. Contoh lainnya adalah si Nani yang hafal  $2 + 2 = 4$  namun ia tidak dapat menjelaskan kenapa hasilnya begitu.
5. Pembelajaran bermakna (*meaningful-learning*) adalah pembelajaran yang dapat mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki seseorang. Contohnya, pembelajaran perkalian dua bilangan negatif dapat

menjadi bermakna bagi siswa jika pembelajarannya dimulai dengan meminta para siswa untuk mengerjakan empat soal perkalian bilangan positif dengan bilangan negatif yang sudah dipelajari siswa seperti ditunjukkan pada gambar bawah sebelah kiri berikut ini.

$5 \times (-2) = \dots$	$5 \times (-2) = -10$	$1 \times (-2) = -2$
$4 \times (-2) = \dots$	$4 \times (-2) = -8$	$0 \times (-2) = 0$
$3 \times (-2) = \dots$	$3 \times (-2) = -6$	$-1 \times (-2) = 2$
$2 \times (-2) = \dots$	$2 \times (-2) = -4$	$-2 \times (-2) = 4$

Hasil yang diharapkan dari siswa ditunjukkan pada gambar tengah atas, dimana nilai hasilnya semakin besar dari atas ke bawah. Selanjutnya berdasar hasil tersebut, para siswa diminta untuk melihat polanya dan mereka diminta juga untuk melanjutkan sehingga didapat hasil perkalian selanjutnya seperti ditunjukkan pada gambar atas kanan. Berdasar hasil tersebut, siswa akan dapat menyimpulkan sendiri secara bermakna bahwa perkalian dua bilangan negatif akan menghasilkan bilangan positif, sehingga  $(-5) \times (-2) = 10$ ,

6. 'Belajar bermakna' jauh lebih baik dari 'belajar hafalan' karena pada pembelajaran bermakna akan mudah diingat (dipahami) siswa, sedangkan pada 'belajar hafalan', hasil pembelajarannya akan mudah dilupakan.
7. Jawaban bisa bervariasi, yang penting adalah, jawaban yang dikemukakan merupakan proses pembelajaran yang langkahnya menggunakan: (1) benda konkret (benda nyata), (2) gambar (visual), dan diakhiri dengan (3) simbol matematika

# **III PENERAPAN TEORI BELAJAR KOGNITIF**





### III. PENERAPAN TEORI BELAJAR KOGNITIF

Kompetensi guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini adalah:

- (1) Menerapkan berbagai pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran yang mendidik secara kreatif dalam mata pelajaran yang diampu (2.2),
- (2) Menyediakan berbagai kegiatan pembelajaran untuk mendorong peserta didik mencapai prestasi secara optimal (6.1),
- (3) Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik (22.2),
- (4) Menunjukkan etos kerja dan tanggung jawab yang tinggi (14.1),
- (5) Bangga menjadi guru dan percaya pada diri sendiri (14.2),
- (6) Berkomunikasi dengan teman sejawat dan komunitas ilmiah lainnya secara santun, empatik dan efektif (17.1).

Sebagaimana disampaikan pada modul sebelumnya, para penganut teori belajar kognitif (*cognitive science*) lebih fokus pada terbentuknya proses mengaitkan antara pengetahuan yang sudah dimiliki seseorang di dalam struktur kognitifnya dengan pengalaman barunya. Menurut Piaget, struktur kognitif, skema, atau skemata (*schema*) adalah suatu organisasi mental yang terbentuk pada saat seseorang berinteraksi dengan lingkungannya. Dua proses yang sangat penting adalah asimilasi dan akomodasi. Sejalan dengan itu, Ausubel menginginkan proses pembelajaran di kelas-kelas matematika adalah suatu pembelajaran yang bermakna (*meaningful learning*) yaitu suatu pembelajaran dimana pengetahuan atau pengalaman yang baru dapat terkait dengan pengetahuan lama yang sudah ada di dalam struktur kognitif seseorang. Untuk membantu terjadinya pembelajaran bermakna, Bruner menyatakan bahwa proses belajar siswa melalui tiga tahap, yaitu: (1) tahap enaktif, (2) tahap ikonik, dan (3) tahap simbolik. Bagian modul ini akan membahas secara lebih terinci penerapan tiga teori belajar itu di kelas.

Setelah membaca modul ini, para guru diharapkan secara umum dapat: (1) memahami kelebihan dan kekurangan masing-masing teori belajar; dan (2) memilih teori belajar yang sesuai dengan kondisi dan lingkungan masing dalam dan dapat menerapkannya

dalam pembelajaran. Secara khusus, setelah membaca modul ini, para guru diharapkan dapat:

1. Memberikan contoh penerapan asimilasi dan akomodasi pada pembelajaran matematika.
2. Merancang contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*'.
3. Merancang proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, dalam Modul III ini disajikan pembahasan yang dikemas dalam tiga Kegiatan Belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegiatan Belajar 1: Penerapan Teori Perkembangan Kognitif Piaget
2. Kegiatan Belajar 2: Penerapan Belajar Bermakna David Ausubel
3. Kegiatan Belajar 3: Penerapan Teori Belajar Bruner

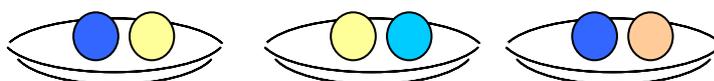
#### **A. Penerapan Teori Perkembangan Kognitif Piaget**

Dapatkan Anda memberi contoh tentang asimilasi dan akomodasi pada pembelajaran matematika?  
Apa pentingnya asimilasi dan akomodasi pada proses pembelajaran matematika?

Kunci utama teori Piaget yang harus diketahui guru matematika yaitu perkembangan kognitif seorang siswa bergantung kepada seberapa jauh siswa itu dapat memanipulasi dan aktif berinteraksi dengan lingkungannya. Artinya, seberapa jauh pengetahuan atau pengalaman barunya itu dapat dikaitkan. Keterhubungan antara pengetahuan yang satu dengan pengetahuan lainnya itu dalam istilah Piaget disebut dengan struktur kognitif, kerangka kognitif atau skemata (*schema*). Jadi, skema atau skemata adalah suatu organisasi mental yang terbentuk pada saat seseorang berinteraksi dengan lingkungannya. Dua proses yang termasuk adaptasi adalah asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah suatu proses dimana suatu informasi atau pengalaman baru dimasukkan dan memperkuat kerangka kognitif yang sudah ada di

benak siswa; dan akomodasi adalah suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa sebagai akibat dari informasi atau pengalaman yang baru dialami.

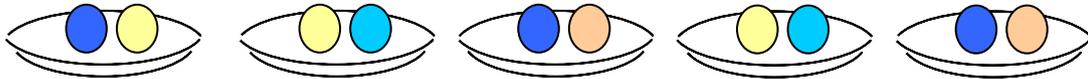
Dimisalkan para siswa SD/MI sudah belajar tentang penjumlahan dan sudah menguasai penjumlahan seperti  $2 + 2 + 2 = 6$ . Pada pembelajaran tentang perkalian, guru dapat mengawali kegiatan dengan menunjukkan adanya tiga piring yang berisi 2 kue pada setiap piringnya seperti ditunjukkan gambar di bawah ini.



Ketika guru meminta siswanya untuk menentukan banyaknya kue yang ada, maka diharapkan para siswa akan dengan mudah menentukan jawabannya. Ada beberapa cara yang dapat digunakan siswa dan dapat diterima guru untuk menentukan hasilnya, yaitu: (1) dengan membilang dari 1 sampai 6 atau (2) dengan menjumlahkan  $2 + 2 + 2 = 6$ . Setelah itu guru lalu menginformasikan bahwa notasi lain yang dapat digunakan adalah  $3 \times 2$ . Contoh ini menunjukkan bahwa pengetahuan yang baru tentang perkalian sudah dikaitkan atau disesuaikan dengan pengetahuan tentang penjumlahan yang sudah dimiliki siswa. Kata lainnya, perkalian telah diasimilasi sebagai penjumlahan berulang. Selanjutnya, akan terjadi juga perubahan pada kerangka kognitif si siswa. Kerangka kognitifnya tidak hanya berkait dengan penjumlahan saja, akan tetapi sudah berkembang atau berubah dengan penjumlahan berulang yang dapat disebut juga dengan perkalian.

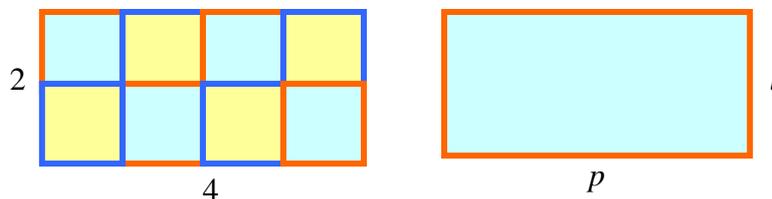
Dengan demikian jelaslah bahwa asimilasi terjadi jika pengalaman baru siswa sesuai atau memperkuat struktur kognitif yang sudah ada di benak siswa; sedangkan pada akomodasi, struktur kognitif yang sudah ada di benak siswa berubah akibat informasi atau pengalaman barunya. Berdasar contoh yang dikemukakan guru di atas, para siswa akan memahami bahwa untuk menentukan hasil  $5 \times 2$  adalah sama dengan menentukan banyaknya semua kue yang ada pada lima piring yang berisi 2 kue pada setiap piringnya, seperti ditunjukkan gambar di bawah ini. Dengan cara seperti ini diharapkan para siswa akan dengan mudah menentukan bahwa:  $5 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

$+ 2 = 10$ , namun pada struktur kognitif siswa belum ada konsep tersebut, sehingga ia harus mengubahnya yakni perkalian menjadi penjumlahan berulang.



Contoh lain, jika berdasar pengalaman yang sudah pernah dialami para siswa yaitu tentang notasi  $3 \times 1$  tablet yang berarti bahwa pada pagi hari makan 1 tablet, pada siang hari makan 1 tablet, dan pada malam hari makan 1 tablet; sehingga akan ada  $1 + 1 + 1 = 3$  tablet yang harus dimakan. Maka para siswa diharapkan dapat dengan mudah mengasimilasi  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$  dimana notasi  $3 \times 2$  sebagai pengalaman baru sudah disesuaikan dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa. Pada waktu itu juga akomodasi dapat terjadi karena sudah terjadi proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif pada benak si siswa.

Berkait dengan cara atau strategi mana yang akan digunakan, sangat tergantung pada pengetahuan prasyarat yang dimiliki siswa sendiri beserta pengalamannya. Artinya para guru tidak dapat memaksakan kehendaknya bagi para siswa untuk menggunakan salah satu dari dua strategi tersebut. Tidak tertutup kemungkinan bahwa siswa ada yang memiliki cara sendiri untuk menentukan hasilnya. Contoh lainnya adalah tentang luas daerah suatu bangun datar berikut ini.



Luas daerah bangun datar pada gambar di sebelah kiri ini adalah 8 satuan luas, karena ada 8 persegi satuan yang dapat dihitung dengan:

1. membilang 1, 2, 3, ... , 8
2. menjumlahkan  $2 + 2 + 2 + 2 = 8$
3. menjumlahkan  $4 + 4 = 8$

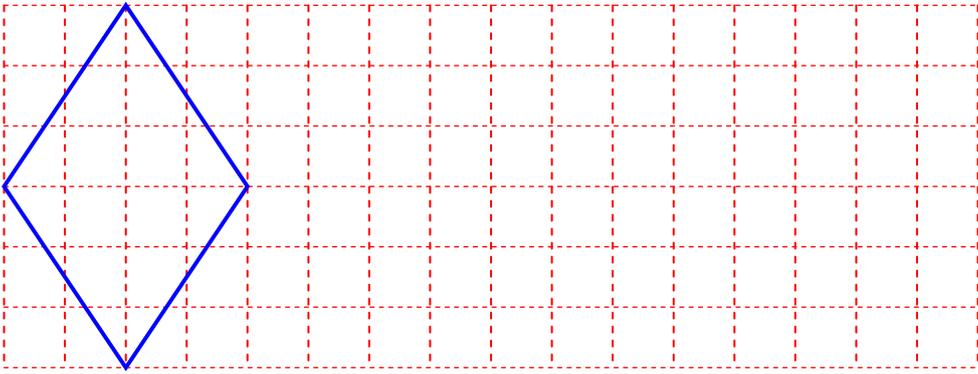


4. mengalikan  $2 \times 4 = 8$
5. mengalikan  $4 \times 2 = 8$ .

Cara ke-5 dengan mengalikan adalah cara yang paling cepat, sehingga rumus luas daerah pada gambar di sebelah kanan dapat diasimilasi, disesuaikan, ataupun dikaitkan dengan gambar di sebelah kiri sehingga luas daerah sebelah kanan adalah mengeneralisasi perkalian  $4 \times 2 = 8$  menjadi  $p \times l$ . Jadi luas daerah persegi panjang adalah  $p \times l$ . Sekali lagi, tugas gurulah untuk merancang aktivitas bagi siswanya sehingga para siswa dapat mempelajari luas daerah persegi panjang dengan mengasimilasi atau mengakomodasi.

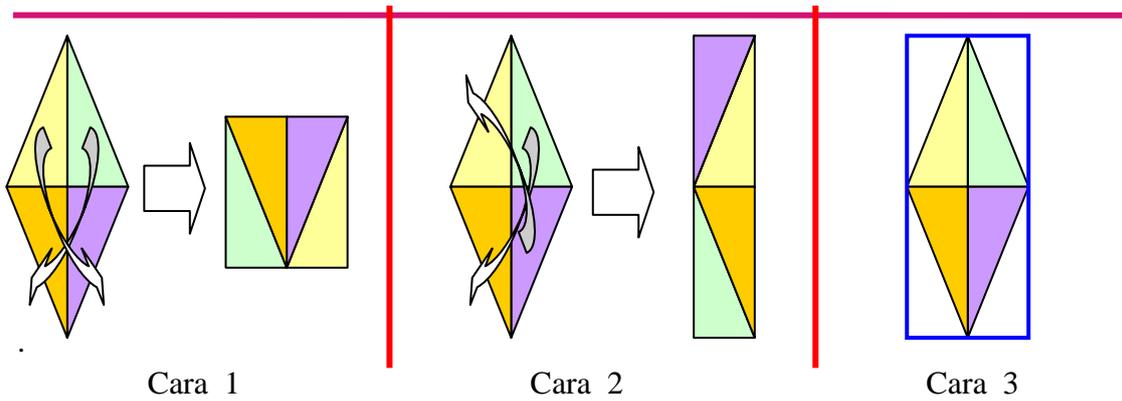
Untuk proses pembelajaran luas daerah belah ketupat, para siswa dapat difasilitasi dengan mengasimilasi luas daerah belah ketupat dengan luas daerah persegi panjang yang sudah dipelajarinya. Contohnya dengan memberi tugas berikut.

Tentukan luas daerah belah ketupat di bawah ini dengan berbagai cara.



Bandingkan hasilnya dengan hasil teman-teman lainnya.

Ada beberapa cara untuk menentukan luas daerah belah ketupat di atas menggunakan luas daerah persegi panjang yang sudah diketahui siswa, antara lain:



## B. Penerapan Belajar Bermakna David P. Ausubel

1. Tentukan hasil dari  $5 - (-3)$
2. Mengapa hasilnya begitu?
3. Bagaimana pembelajarannya?
4. Apakah kita sudah membantu siswa agar belajar secara bermakna?
5. Jelaskan langkah-langkah yang dapat Anda gunakan agar para siswa dapat belajar secara bermakna?

Shadiq (2010) menyatakan bahwa jawaban dari 24 orang guru untuk soal nomor 3 pada kotak di atas adalah sebagai berikut.

Cara	Frek	%	Cara
1	15	62,5	Fokus pada aturan bahwa $5 - (-3) = 5 + 3$ .
2	3	12,5	Menggunakan garis bilangan, dengan cara sebagai berikut.
3	1	4,2	Menggunakan pola dengan meminta siswa menentukan hasil dari pengurangan dua bilangan berikut sebagai alternatif diikuti dengan meminta siswa untuk melanjutkannya dengan baris-baris berikutnya. $5 - 3 = \dots$ (Hasil 2) $5 - 2 = \dots$ (Hasil 3) $5 - 1 = \dots$ (Hasil 4) Selanjutnya siswa diminta menentukan keteraturan (pola) yang ada pada pengurangan dimaksud sehingga didapat $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$
4	1	4,2	Menggunakan koin '+' dan koin '-' .
5	1	4,2	Fokus pada aturan perkalian bahwa $(-a) \times (-b) = ab$ .
	3	12,5	Tidak menjawab

Mayoritas guru (62,5%) menjawab dengan cara 1, dimana mereka fokus pada aturan bahwa  $5 - (-3) = 5 + 3$ . Pertanyaan lanjutan yang dapat diajukan adalah:

1. Jika ada siswa yang bertanya: “Mengapa hasilnya begitu?” Lalu apa jawaban kita sebagai guru mereka?

2. Apakah kita sudah membantu siswa agar belajar secara bermakna?

Pembelajaran yang fokus pada aturan bahwa  $5 - (-3) = 5 + 3$  merupakan contoh pembelajaran yang tidak bermakna menurut istilah Ausubel. Alasannya karena proses pembelajarannya hanya berkeinginan agar siswa mengingat bahwa  $5 - (-3) = 5 + 3$  tanpa mengaitkan dengan sesuatu yang ada di benaknya. Dengan demikian baik proses maupun hasil pembelajarannya dapat dinyatakan sebagai hafalan (*rote*) dan tidak akan bermakna (*meaningless*) sama sekali baginya.

Perhatikan kelima pengurangan di bawah ini.

$$5 - 4 = \dots$$

$$5 - 3 = \dots$$

$$5 - 2 = \dots$$

$$5 - 1 = \dots$$

- Tentukan hasil pengurangannya.
- Perhatikan bilangan yang dikurangi, bilangan pengurangannya, dan bilangan hasilnya, bagaimana polanya?
- Lanjutkan baris-baris pada kegiatan pengurangan di atas.
- Dapatkah Anda menjelaskan mengapa  $5 - (-3) = 8$ ?

Ketika siswa melaksanakan kegiatan di atas, diharapkan akan didapat hasil berikut.

$$5 - 4 = 1$$

$$5 - 3 = 2$$

$$5 - 2 = 3$$

$$5 - 1 = 4$$

$$5 - 0 = 5$$

$$5 - (-1) = 6$$

$$5 - (-2) = 7$$

$$5 - (-3) = 8$$

$$5 - (-4) = 9$$

$$5 - (-5) = 10$$

Perhatikan hasil di atas. Nampaklah bahwa ada beberapa keteraturan atau pola yang diharapkan dapat ditemukan siswa sendiri, di antaranya adalah sebagai berikut.

1. Bilangan yang dikurangi adalah tetap, yaitu 5.
2. Bilangan pengurangnya turun satu-satu.
3. Bilangan hasilnya adalah naik satu-satu.

Tidak hanya itu. Dari tiga pola di atas, siswa harus dapat menyimpulkan mengapa hal seperti itu dapat terjadi. Apakah hal itu terjadi secara kebetulan, ataukah hal itu terjadi sesuai aturan yang ada. Yang paling utama, siswa harus dapat menyimpulkan dan menunjukkan bahwa bilangan hasilnya naik satu-satu karena bilangan pengurangnya turun satu-satu. Dengan langkah seperti ini guru telah berusaha untuk membantu siswanya memahami mengapa  $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ . Proses pembelajaran yang dilakukan guru ini jauh lebih baik dari proses pembelajaran yang dilakukan guru yang hanya fokus pada  $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ . Dengan strategi pembelajaran seperti ini, diharapkan adanya perubahan dari:

1. Pembelajaran yang fokus pada mengingat (*memorizing*) atau menghafal (*rote learning*) ke arah berpikir (*thinking*) dan pemahaman (*understanding*).
2. Pembelajaran dengan metode ceramah ke metode yang lebih mengaktifkan siswa, seperti belajar penemuan (*discovery learning*), belajar induktif (*inductive learning*), atau belajar inkuiri (*inquiry learning*).

Jika seorang guru berupaya untuk lebih memandirikan siswanya, maka ia dapat saja menggunakan Lembar Kerja Siswa (LKS) seperti berikut ini.

a. Tentukan hasil pengurangan berikut.

$$5 - 4 = \dots$$

$$5 - 3 = \dots$$

$$5 - 2 = \dots$$

$$5 - 1 = \dots$$

b. Lanjutkan baris-baris di atas dan selidiki untuk mendapatkan temuan-temuan menarik.

c. Kembangkan untuk pola (keteraturan) lainnya

Setiap guru yang menggunakan LKS di atas harus berusaha untuk meyakinkan dirinya sendiri bahwa para siswanya telah memahami tugas di atas, utamanya untuk

kegiatan b. Guru harus tetap berupaya agar setiap siswanya mampu menemukannya pola, keteraturan, atau struktur yang ada pada lima pengurangan di atas. Jika siswanya tidak mampu mengungkap pola yang ada, ia akan memfasilitasi siswanya dengan mengajukan beberapa alternatif pertanyaan sebagai berikut.

1. Apa yang menarik pada bilangan yang dikurangi?
2. Apa yang menarik pada bilangan pengurangnya?
3. Apa yang menarik pada bilangan hasilnya?
4. Apa yang menarik pada keteraturan atau pola yang ada?

Dengan cara seperti itulah, para siswa diharapkan akan mampu menemukan aturan sendiri jika dihadapkan dengan tugas atau kegiatan lain seperti berikut.

a. Tentukan hasilnya lalu perhatikan keempat perkalian di bawah ini.

$$4 \times 2 = \dots$$

$$3 \times 2 = \dots$$

$$2 \times 2 = \dots$$

$$1 \times 2 = \dots$$

b. Lanjutkan baris-baris di atas dan selidiki untuk mendapatkan temuan-temuan yang menarik.

c. Kembangkan untuk pola (keteraturan) lainnya

a. Tentukan hasilnya lalu perhatikan empat hal di bawah ini.

$$4 \times (-2) = \dots$$

$$3 \times (-2) = \dots$$

$$2 \times (-2) = \dots$$

$$1 \times (-2) = \dots$$

b. Lanjutkan baris-baris di atas dan selidiki untuk mendapatkan temuan-temuan yang menarik.

c. Kembangkan untuk pola (keteraturan) lainnya

Proses pembelajaran yang dilakukan dengan LKS tadi akan jauh lebih baik dari proses pembelajaran yang dilakukan guru sebelumnya. Guru dengan LKS tadi dapat

dianalogikan dengan seseorang yang memberi kail dan bukan memberi ikan, sebagaimana dinyatakan Bastow, Hughes, Kissane, dan Mortlock (1986:1) berikut: “*A person given a fish is fed for a day. A person taught to fish is fed for live.*” Jelaslah bahwa selama di kelas, para siswa dilatih untuk tidak hanya menerima sesuatu yang sudah jadi layaknya diberi seekor ikan yang dapat dan tinggal dimakan selama sehari saja, namun, mereka dilatih seperti layaknya belajar cara menangkap, dengan diberi kail, sehingga ia bisa makan ikan selama hidupnya.

Sejalan dengan teori belajar kognitif, menguatnya isu demokratisasi pendidikan, semakin canggihnya teknologi informasi dan komunikasi, semakin dibutuhkannya kemampuan memecahkan masalah dan berinvestigasi, serta semakin banyak dan cepatnya penemuan teori-teori baru, maka pendekatan seperti Pendidikan Matematika Realistik (*Realistic Mathematics Education*), Pembelajaran Berbasis Pemecahan Masalah (*Problem-Based Learning*), Pembelajaran Kooperatif (*Cooperative Learning*), serta Pendekatan Pembelajaran Matematika Kontekstual (*Contextual Teaching & Learning*), dan Pembelajaran Aktif, Kreatif dan Menyenangkan (PAKEM) merupakan pendekatan-pendekatan yang sangat dianjurkan para pakar untuk digunakan selama proses pembelajaran di kelas-kelas di Indonesia. Karena itulah pendekatan dan strategi pembelajaran yang dapat disarankan adalah suatu pendekatan pembelajaran yang didasarkan pada suatu pendapat bahwa pembelajaran haruslah bermakna (*meaningful*) bagi para siswa.

Jelaslah sekarang bahwa seorang siswa ketika mempelajari pengetahuan matematika harus difasilitasi untuk tidak hanya mempelajari matematika dengan cara menghafal saja, namun ia juga harus difasilitasi untuk mengetahui “mengapanya”, dalam arti para siswa harus diyakinkan mengapa cara seperti dapat dilakukan. Cara seperti itu dapat dijadikan fondasi atau dasar yang kokoh ketika melakukan tugas-tugas yang berkaitan dengan perkalian. Hal seperti ini dikenal dengan sebutan pemahaman relasional (atau *understanding* saja) menurut istilah Skemp (1989) yaitu suatu keadaan dimana siswa memahami dua hal secara bersama-sama, yaitu apa dan mengapanya. Artinya, si siswa dapat menentukan atau melaksanakan tugasnya

dengan baik, namun ia harus dapat menjelaskan bahwa cara yang digunakannya adalah benar dan dapat dipertanggung-jawabkan.

*NCTM* (1999) juga menyatakan bahwa para siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, siswa secara aktif membangun pengetahuan baru berdasarkan pengalaman dan pengetahuan yang sudah dimilikinya (*Students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and prior knowledge*). Agar hal seperti ini terjadi, maka pada proses pembelajaran di kelas, menurut istilah yang ada pada teori Piaget, para siswa harus difasilitasi sehingga proses asimilasi dan akomodasi dapat terjadi. Sesuai dengan tuntutan dari teori Piaget, maka asimilasi terjadi jika pengetahuan lama dapat berkait ('nyambung') dengan pengetahuan yang sudah ada di benak siswa (struktur kognitif). Selanjutnya dengan adanya proses asimilasi ini, proses akomodasi akan terjadi juga.

### C. Penerapan Teori Belajar Bruner

Beri contoh pembelajaran sesuai teori belajar Bruner yang memuat tahap enaktif, ikonik dan simbolik.

Sebagaimana disampaikan di bagian depan, teori Bruner berkait dengan tiga tahap pada proses pembelajaran, yaitu tahap enaktif yang menggunakan benda konkret (nyata), tahap ikonik (ingat kata ikon pada komputer yang berupa gambar atau lambang) yang menggunakan benda semi konkret, dan tahap simbolik dimana pengalaman tersebut diwujudkan dalam bentuk simbol-simbol abstrak. Menentukan hasil pengurangan bilangan dua angka dengan bilangan satu angka yang hasilnya merupakan bilangan satu angka sangatlah penting. Contohnya menentukan hasil pengurangan  $14 - 8$ ,  $12 - 9$  dan  $12 - 6$ , karena pengetahuan ini akan digunakan untuk menentukan pengurangan bilangan seperti  $54 - 28$ ,  $52 - 39$  dan  $52 - 46$ . Untuk mempelajarinya, para siswa harus sudah terampil menghitung  $10 - 1 = 9$ ,  $10 - 2 = 8$ ,  $10 - 3 = 7$ ,  $10 - 4 = 6$ , dan  $10 - 5 = 5$ .

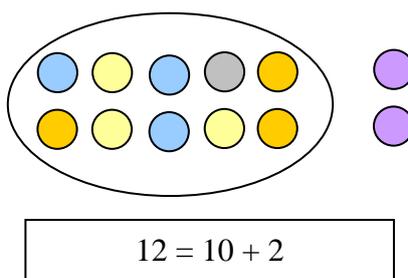
Untuk memudahkan mengingatnya, dapat digunakan notasi SS, DD, TT, EE, LL. Sebagai contoh, untuk notasi TT berarti Tujuh memiliki teman Tiga, yaitu  $10 - 7 = 3$  dan  $10 - 3 = 7$ ; serta notasi EE berarti Empat memiliki teman Enam, yaitu  $10 - 4 = 6$  dan  $10 - 6 = 4$ .

Berikut ini adalah contoh rancangan pembelajaran untuk topik pengurangan bilangan dua angka dengan bilangan satu angka yang hasilnya berupa bilangan satu angka dengan menggunakan tiga tahapan enaktif, ikonik, dan simbolik.

1. Siswa diminta menentukan hasil dari pengurangan  $10 - 1$ ,  $10 - 2$ ,  $10 - 3$ ,  $10 - 4$ ,  $10 - 5$ .
2. Siswa diminta memahami masalah berikut. Cek adakah kata-kata yang belum dikuasai siswa.

Ardi memiliki 12 kelereng. Sembilan kelereng diberikan kepada adiknya.

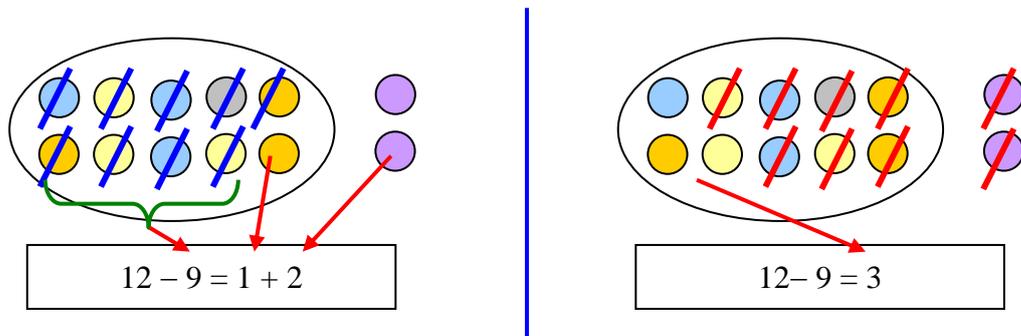
3. (ENAKTIF) Siswa diminta menggunakan benda-benda konkret (biji-bijian serta tali rafia) yang dimilikinya untuk menggambarkan 12 kelereng yang dimiliki Ardi.



4. Minta setiap kelompok melakukan diskusi tentang cara mereka mendapatkan hasilnya. Guru berkeliling untuk bertanya, memantau pekerjaan dan diskusi para siswa, dan memberi pendapat serta saran.
5. (IKONIK) Minta setiap kelompok melakukan diskusi tentang cara mereka mendapatkan hasilnya dan menngambarkannya. Guru berkeliling untuk

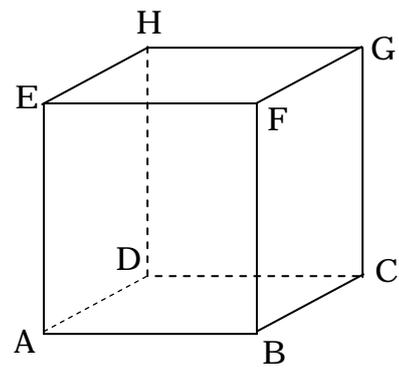
bertanya, memantau pekerjaan dan diskusi para siswa, memberi pendapat serta saran.

- Minta siswa melaporkan hasil yang didapat, terutama yang caranya berbeda. Alternatif jawabannya adalah sebagai berikut.



- Minta siswa untuk menyelesaikan soal seperti  $13 - 9$  dan  $12 - 8$ . Mereka masih dimungkinkan untuk menggunakan benda-benda konkret dan menggambarannya.
- (SIMBOLIK) Minta siswa untuk mendiskusikan cara menyelesaikan soal seperti  $16 - 9$  dan  $13 - 7$  tanpa menggunakan benda konkret dan menggambarannya.

Contoh di atas menunjukkan pentingnya penggunaan benda-benda konkret, diikuti dengan gambar (semi konkret), dan diakhiri dengan simbol matematika. Penggunaan benda-benda konkret ini semakin nyata pada pembahasan topik-topik pada geometri. Pengalaman salah seorang penulis menunjukkan bahwa ada siswa SMA yang



masih menyatakan bahwa pada gambar kubus ABCD.EFGH, ruas garis DC berpotongan dengan BF dan EFGC berbentuk jajargenjang. Padahalnya, menurut umurnya, mereka sudah pada tahap operasional formal.

Hal ini harus makin memantapkan para guru SD/MI untuk menggunakan benda konkret kemudian gambar setelah itu menggunakan simbol matematika selama proses

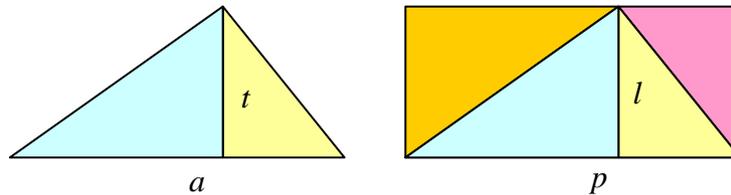
pembelajaran matematika di SD/MI. Pepatah cina mengatakan: “Saya mendengar, saya lupa. Saya melihat, saya ingat. Saya melakukan, saya paham.” Kalimat terakhir, yaitu: “Saya melakukan, saya paham,” akan semakin membantu siswa jika dilakukan dengan menggunakan benda-benda konkret. Sekali lagi, pengertian konkret atau nyata di sini ditunjukkan dengan benda-benda yang dapat diamati dengan panca indera.

Namun istilah lain yang muncul saat ini adalah kata ‘real.’ Lalu apa bedanya kata ‘real’ dengan ‘nyata’? Ternyata, realistik berarti hal-hal yang mudah dibayangkan atau diterima oleh siswa. Jika pembelajaran dimulai dari sesuatu yang real yang mudah dibayangkan atau diterima siswa, maka pembelajaran akan potensial mendorong proses berpikir (Majalah PMRI, 2009:30). Pembelajaran harus dimulai dari sesuatu yang sudah diketahui atau sudah pernah dialami siswa, sehingga proses pembelajarannya menjadi mudah dipahami para siswa. Menggunakan istilah yang dikemukakan Ausubel maka pembelajarannya akan menjadi bermakna. Menggunakan istilah yang dikemukakan Piaget maka selama proses pembelajaran, pengetahuan yang baru dapat diasimilasi (disesuaikan) dengan pengetahuan lama yang sudah ada di benak siswa.

#### D. Ringkasan

1. Asimilasi adalah suatu proses penguatan skemata siswa yang terjadi karena suatu informasi atau pengalaman baru sesuai dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa; sedangkan akomodasi adalah suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa akibat informasi atau pengalaman yang baru dialami.
2. Contoh pembelajaran yang mengacu pada ‘belajar hafalan’ atau ‘rote-learning’ adalah pembelajaran yang tidak mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki siswa. Contohnya rumus luas daerah segitiga tidak dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki tentang luas daerah persegi panjang.
3. Ausubel menginginkan proses pembelajaran di kelas-kelas matematika adalah suatu pembelajaran yang bermakna (*meaningful learning*); yaitu suatu

pembelajaran dimana pengetahuan atau pengalaman baru dapat terkait dengan pengetahuan lama yang sudah dimiliki siswa. Contohnya rumus luas daerah segitiga dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki tentang luas daerah persegi panjang.



Dengan menggunakan gambar di atas, nampaklah bahwa luas daerah segitiga adalah separuh luas daerah persegi panjang yang bersesuaian. Karena luas daerah persegi panjang adalah  $p \times l$ ; maka luas daerah segitiga adalah  $\frac{1}{2} \times a \times t$ .

4. Pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik merupakan pembelajaran yang memfasilitasi siswa untuk menggunakan: (1) benda konkret, (2) benda semi konkret atau gambar, dan (3) simbol matematika.

### E. Latihan/Tugas

1. Berilah contoh penerapan asimilasi dan akomodasi pada pembelajaran matematika.
2. Rancanglah contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar bermakna' atau 'meaningful-learning'!
3. Rancanglah proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik!

### F. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan

Anda dinyatakan berhasil mempelajari bagian ini jika kebenaran jawaban Anda pada tugas/latihan di atas telah mencapai minimal 75%. Bila Anda belum berhasil, jangan bosan untuk mencermati kembali uraian bagian ini atau berdiskusi kembali dengan rekan sejawat atau fasilitator Anda. Penilaian dapat dilakukan dalam forum KKG Anda dengan mengacu pada alternatif jawaban. Semoga berhasil.

## G. Daftar Pustaka

- Bastow, B. Hughes, J. Kissane, B. & Randall, R. 1986. *Another 20 Investigational Work*. Perth: The Mathematical Association of Western Australia (MAWA).
- Majalah PMRI. 2009. *Laporan Kegiatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia*.  
Majalah PMRI Volume VIII April. Hal 30 – 31.
- NCTM. 1999. Overview of Principles and Standards for School Mathematics.  
<http://www.standard.nctm.org>. Diambil pada 13 Januari 2002.
- Skemp, R.R. 1989. *Mathematics in the Primary School*. London: Routledge
- Shadiq, F. 2010. Keyakinan dan Kecenderungan Praktek Pembelajaran Peserta Diklat Teacher Made Teaching Aids Berdasar Hasil Tes Awal di *SEAMEO QITEP in Mathematics*. *Edumat, Jurnal Edukasi Matematika*. Volume 1 Nomor 2. Hal 126 -143

### Alternatif Jawaban Tugas pada Modul III

1. Contoh penerapan asimilasi dan akomodasi bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh. Pada proses pembelajaran yang menggunakan penerapan asimilasi maka pembelajarannya harus menunjukkan bahwa pengalaman baru yang sedang dipelajari siswa disusun atau dibuat sesuai dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa atau sudah dipelajari siswa. Di pihak lain, akomodasi akan terjadi karena adanya proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang dimiliki siswa yang disesuaikan dengan pengalaman baru yang dialami mereka. Contohnya, perkalian dapat diasimilasi sebagai penjumlahan berulang. Pembagian dapat diasimilasi sebagai operasi lawan dari perkalian. Artinya, jika diketahui bahwa  $5 \times 7 = 35$ , maka  $35 : 7 = 5$ .
2. Rancangan pembelajaran yang mengacu pada ‘belajar bermakna’ atau ‘*meaningful-learning*’ bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh, namun yang penting adalah pada rancangan itu, pengetahuan atau pengalaman baru harus dapat dikaitkan dengan pengetahuan lama yang sudah dimiliki siswa.

3. Rancangan pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh, namun yang penting adalah pada rancangan itu, proses pembelajarannya harus memfasilitasi siswa untuk menggunakan: (1) benda konkret, (2) benda semi konkret atau gambar, dan (3) simbol matematika.

# PENUTUP





# PENUTUP

## A. Rangkuman

Permasalahan pembelajaran matematika adalah mata pelajaran ini sering dianggap sebagai mata pelajaran yang sulit oleh sebagian siswa. Ada juga sebagian siswa yang memiliki anggapan atau keyakinan (*belief*) bahwa dirinya tidak berbakat matematika sehingga ia tidak akan pernah berhasil mempelajari matematika. Tentunya, anggapan seperti itu cukup mengkhawatirkan terutama jika anggapan itu dinyatakan oleh para siswa SD/MI karena keyakinan tersebut akan terus dibawanya ke jenjang pendidikan di atasnya. Padahal Matematika sangat penting untuk masa depan setiap siswa, sehingga selama proses pembelajaran Matematika, mereka harus difasilitasi untuk belajar bernalar dan memecahkan masalah. Keyakinan siswa bahwa dirinya tidak berbakat matematika seperti itu akan muncul jika mereka selalu tidak berhasil mempelajari matematika. Karenanya, masalah ini harus dipecahkan para guru. Guru dapat mengandalkan pada pengalamannya sendiri, namun akan lebih efektif apabila didukung teori belajar (*learning theory*) yang dikembangkan para pakar.

Dikenal dua teori belajar, yaitu teori belajar tingkah laku dan teori belajar kognitif. Para penganut teori belajar tingkah laku berpendapat bahwa semakin sering hubungan (*bond*) antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Mereka juga berpendapat bahwa batu saja akan berlubang jika ditetesi air terus menerus. Pendapat ini sebetulnya masih dapat digunakan jika siswa sudah memahami konsepnya. Gagne, mengklasifikasi objek langsung matematika menjadi fakta, konsep, prinsip (keterkaitan antar konsep), dan keterampilan (*skill*). Fokus untuk setiap objek tersebut akan berbeda-beda sehingga pembelajarannya akan berbeda-beda pula. Gagne juga menunjukkan pentingnya hirarki belajar untuk menentukan dan menggunakan pengetahuan prasyarat yang harus dikuasai siswa.

Para penganut teori belajar kognitif (*cognitive science*) lebih fokus pada proses mengaitkan pengalaman baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya. Piaget menyatakan bahwa asimilasi akan terjadi jika pengetahuan baru sesuai dengan struktur kognitif yang ada. Jelas sekali bahwa proses asimilasi melibatkan penggunaan struktur atau skema untuk menginterpretasi data. Karena itu, pengetahuan baru terbangun di saat siswa berusaha untuk mengorganisasikan pengalamannya sesuai dengan struktur kognitif yang ada. Sejalan dengan itu, Ausubel menginginkan proses pembelajaran di kelas-kelas matematika adalah suatu pembelajaran yang bermakna (*meaningful learning*); yaitu suatu pembelajaran dimana pengetahuan atau pengalaman baru dapat terkait dengan pengetahuan lama. Sampai di sini, Ausubel juga menunjukkan pentingnya pengetahuan lama yang sudah dimiliki siswa. Itulah sebabnya Ausubel sebagaimana dikutip Orton (1987:34) menyatakan bahwa salah satu faktor utama keberhasilan pembelajaran matematika adalah dengan pemanfaatan pengetahuan yang sudah dimiliki siswa.

Implikasinya adalah, para guru matematika harus mendasarkan pembelajarannya pada pengetahuan yang sudah dipelajari atau sudah dialami siswa, lalu mengembangkan pembelajarannya agar terjadi pembelajaran bermakna (dalam istilah Ausubel) atau pengetahuan yang baru dapat diasimilasi dengan pengetahuan yang ada pada struktur kognitif (dalam istilah Piaget). Karena itu, pembelajaran matematika sudah seharusnya dimulai dari hal-hal yang sudah diketahui siswa, mudah, sederhana, dan dimulai dari kasus-kasus khusus. Itulah sebabnya Bruner juga mengemukakan bahwa proses pembelajaran matematika melalui tahap penggunaan: (1) benda “konkret” atau “nyata” yang dapat diamati dengan menggunakan panca indera, (2) benda semi konkret berupa gambar atau diagram sebagai perwujudan dari kegiatan yang menggunakan benda konkret atau nyata tadi, dan (3) simbol-simbol abstrak sebagai perwujudan pengetahuan yang baru didapat.

## **B. Penilaian**

Selesaikan tes akhir berikut ini.

1. Pilih salah satu topik, kompetensi dasar, indikator, atau bagian dari indikator. Lalu beri minimal satu contoh dan jelaskan mengapa Anda mengkategorikannya sebagai:

- a. fakta
  - b. konsep
  - c. prinsip
  - d. keterampilan
2. Pilih salah satu topik, kompetensi dasar, indikator, atau bagian dari indikator. Lalu susun satu RPP (Rencana Pelaksanaan Pembelajaran) yang mendukung terjadinya pembelajaran yang memfasilitasi siswa untuk terjadinya ketiga hal berikut.
- a. asimilasi dan akomodasi,
  - b. pembelajaran bermakna, dan
  - c. tahap enaktif, ikonik, dan simbolik
3. Jelaskan mengapa Anda menyatakan bahwa RPP yang Anda susun pada soal 2 di atas telah memfasilitasi siswa untuk terjadinya tiga hal tersebut [(a). asimilasi dan akomodasi; (b). pembelajaran bermakna; serta (c) langkah enaktif, ikonik, dan simbolik.

### **C. Petunjuk untuk Menilai Keberhasilan**

Anda dinyatakan berhasil mempelajari modul ini jika kebenaran jawaban Anda pada latihan/tugas di atas telah mencapai minimal 75%. Bila Anda belum berhasil, jangan bosan untuk mencermati kembali uraian bagian ini atau berdiskusi kembali dengan rekan sejawat atau fasilitator Anda. Penilaian dapat dilakukan dalam forum KKG Anda dengan mengacu pada alternatif jawaban. Semoga berhasil.

### **D. Daftar Pustaka**

- Bell, F.H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa:WBC.
- Orton, A. 1987. *Learning Mathematics*. London: Casell Educational Limited

### **Alternatif Jawaban untuk Penilaian**

1. Contoh fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh. Yang penting, para guru dapat menyatakan bahwa fakta merupakan konvensi atau kesepakatan, konsep berkaitan dengan pengertian abstrak, prinsip berkaitan dengan hubungan antar konsep yang berupa rumus atau teorema, serta keterampilan yang berkaitan dengan pelaksanaan urutan langkah-langkah atau prosedur dalam menyelesaikan soal.
2. RPP (Rencana Pelaksanaan Pembelajaran) yang disusun bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh. Yang penting, para guru dapat menggunakan: (a). asimilasi dan akomodasi; (b). pembelajaran bermakna; serta (c) langkah enaktif, ikonik, dan simbolik.
3. Para guru dapat menjelaskan beberapa hal berikut.
  - a. Pada proses pembelajaran yang menggunakan penerapan asimilasi maka pembelajarannya harus menunjukkan bahwa pengalaman baru yang sedang dipelajari siswa sesuai dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa atau pengetahuan yang sudah dipelajari siswa. Di pihak lain, akomodasi terjadi jika terjadi proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang dimiliki siswa yang diakibatkan pengalaman yang baru dialami mereka berbeda dengan struktur kognitif yang dimiliki.
  - b. Pada ‘belajar bermakna’ (*meaningful learning*), pengetahuan atau pengalaman baru harus dikaitkan dengan pengetahuan lama yang sudah dimiliki siswa.
  - c. Rancangan pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik bisa bervariasi, tergantung pada topik yang dijadikan contoh, namun yang penting adalah pada rancangan itu, proses pembelajarannya harus memfasilitasi siswa untuk menggunakan: (1) benda konkret, (2) benda semi konkret atau gambar, dan (3) simbol matematika.







## **PPPPTK MATEMATIKA**

Jl. Kaliurang Km. 6 Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta  
Kotak Pos 31 YKBS Yogyakarta 55281  
Telp. (0274) 885752, 881717, 885725, Fax. (0274) 885752  
Website: [www.p4tkmatematika.org](http://www.p4tkmatematika.org)  
E-mail: [p4tkmatematika@yahoo.com](mailto:p4tkmatematika@yahoo.com)