SMP

BERMUTU

Better Education Through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading

KAPITA SELEKTA PEMBELAJARAN GEOMETRI DATAR KELAS VII DI SMP

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

Quality System
Quality Endorsed Company
ISO 9001: 2000
Lic no:QEC 23961
SAI Global

Modul Matematika SMP Program BERMUTU

KAPITA SELEKTA
PEMBELAJARAN GEOMETRI DATAR
KELAS VII DI SMP

Penulis:
Untung TS
Jakim Wiyoto

Penilai:
Djadir
Budi Sudiarso

Editor:
Wiworo

Lay out:
Nur Hamid

Departemen Pendidikan Nasional
Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan
Tenaga Kependidikan
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan
Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena atas bimbingan-Nya akhirnya PPPPTK Matematika dapat mewujudkan modul program BERMUTU untuk mata pelajaran matematika SD sebanyak sembilan judul dan SMP sebanyak sebelas judul. Modul ini akan dimanfaatkan oleh para guru dalam kegiatan di KKG dan MGMP. Kami mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya modul-modul tersebut.

Penyusunan modul melibatkan beberapa unsur yaitu PPPPTK Matematika, LPMP, LPTK, Guru SD dan Guru Matematika SMP. Proses penyusunan modul diawali dengan *workshop* yang menghasilkan kesepakatan tentang judul, penulis, penekanan isi (tema) modul, sistematika penulisan, garis besar isi atau muatan tiap bab, dan garis besar isi saran cara pemanfaatan tiap judul modul di KKG dan MGMP. *Workshop* dilanjutkan dengan rapat kerja teknis penulisan dan penilaian *draft* modul yang kemudian diakhiri rapat kerja teknis finalisasi modul dengan fokus *editing* dan *layouting* modul.

Semoga duapuluh judul modul tersebut dapat bermanfaat optimal dalam memfasilitasi kegiatan para guru SD dan SMP di KKG dan MGMP, khususnya KKG dan MGMP yang mengikuti program BERMUTU sehingga dapat meningkatkan kinerja para guru dan kualitas pengelolaan pembelajaran matematika di SD dan SMP.

Tidak ada gading yang tak retak. Saran dan kritik yang membangun terkait modul dapat disampaikan ke PPPPTK Matematika dengan alamat email *p4tkmatematika@yahoo.com* atau alamat surat: PPPPTK Matematika, Jalan Kaliurang Km 6 Condongcatur, Depok, Sleman, D.I. Yogyakarta atau Kotak Pos 31 Yk-Bs 55281 atau telepon (0274) 881717, 885725 atau nomor faksimili: (0274) 885752.

Sleman, Oktober 2009

a.n. Kepala PPPPTK Matematika

Kepala Bidang Program dan Informasi

Winarno, M.Sc.

NIP 195404081978101001

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Geometri datar, merupakan studi tentang titik, garis, sudut, dan bangun-bangun geometri yang terletak pada sebuah bidang datar. Berbagai mekanisme peralatan dalam kehidupan nyata banyak diciptakan berdasarkan prinsip-prinsip geometri datar. Sebagai contoh sifat-sifat jajar genjang digunakan untuk membuat mekanisme pemindah rantai pada sepeda balap, pantograf (alat untuk memperbesar gambar), sifat belah ketupat digunakan pada mekanisme pantograf kereta api listrik, konstruksi trapesium digunakan untuk sistem stir mobil, susunan segitiga yang kaku digunakan pada konstruksi bangunan dan jembatan, serta masih banyak lagi aplikasi yang lain. Tidak dapat dipungkiri, geometri berperan besar dalam membantu manusia memecahkan permasalahan yang dihadapi.

Ironisnya dalam Laporan Hasil TIMMS 2003 disampaikan bahwa pengetahuan dasar geometri siswa kita masih lemah. Mereka kurang memahami konsep dasar dan aplikasinya. Pengetahuan tentang sudut 60° yang dapat digambar dengan mistar dan jangka, jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga adalah 180°, besarnya sudut dalam dan luar sebuah segitiga beraturan, dan berbagai informasi esensial lainnya belum dikuasai siswa. Demikian juga dalam laporan ujian nasional matematika SMP/MTs tahun 2007/2008 skor untuk kemampuan siswa dalam geometri juga belum menggembirakan. Sebagai contoh untuk indikator menghitung besar sudut segi empat, menghitung luas atau keliling gabungan beberapa bangun datar, dan menyelesaikan masalah yang terkait dengan konsep luas dan keliling bangun datar, berturut-turut skor rata-rata nasionalnya adalah 64,39, 56,19, dan 34,99.

Untuk mengatasi permasalahan di atas, diperlukan komitmen yang kuat untuk menjadikan peserta didik memiliki kemahiran dalam matematika. Disamping harus memahami proses berpikir siswa, menguasai teknik-teknik pembelajaran, guru haruslah selalu menambah dan memperdalam pengetahuan matematika. Modul ini disusun dengan harapan dapat menjadi salah satu sumber bacaan bagi guru.

B. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini diharapkan pengetahuan pembaca tentang materi geometri datar kelas VII menjadi segar kembali. Secara khusus, beberapa istilah asing kami cantumkan, dengan harapan untuk memudahkan pembaca dalam mencari sumber-sumber referensi dengan memanfaatkan fasilitas teknologi informasi.

C. Ruang Lingkup

Ruang lingkup materi dalam modul ini meliputi sebagai berikut.

1. BAB I PENDAHULUAN membahas tentang: latar belakang penulisan, tujuan penulisan, ruang lingkup penulisan, dan cara pemanfaatkan modul.
2. BAB II GARIS DAN SUDUT yang membahas tentang pengertian pangkal dalam geometri, garis, sinar garis, ruas garis, sudut, transversal, dan melukis sudut.
3. BAB III SEGITIGA DAN SEGIEMPAT yang membahas tentang pengertian segitiga dan segi empat beserta sifat-sifatnya.
4. BAB IV PENUTUP yang berisi rangkuman.

D. Cara Pemanfaatan Modul

Beberapa tip yang dapat digunakan dalam modul ini:

1. Belajar geometri memiliki kemiripan dengan belajar bahasa asing. Terdapat banyak istilah dan sifat-sifat yang harus diingat. Setiap kata memiliki makna, karena itu pahami arti dari kata-kata pada istilah yang digunakan.

2. Meskipun sifat-sifat dalam modul ini hanya diperoleh dari aktivitas konfirmatif, namun sebagai guru, Anda harus dapat membuktikannya. Tidak perlu cemas dengan bukti dan penjelasan, pikirkan bukti dan penjelasan sebagai teka-teki yang dapat Anda selesaikan.
3. Pusatkan pada pemahaman konsep, bukan mengingat fakta-fakta yang disampaikan. Sebagai contoh, jika Anda sudah memahami konsep luas, Anda tidak perlu mengingat semua rumus luas bangun yang disampaikan. Anda dapat menyusun rumus luas bangun-bangun yang lain ketika dibutuhkan.
4. Jangan segan-segan untuk membuat diagram dan ikuti semua aktivitas yang disajikan, karena hal tersebut akan meningkatkan pemahaman Anda.

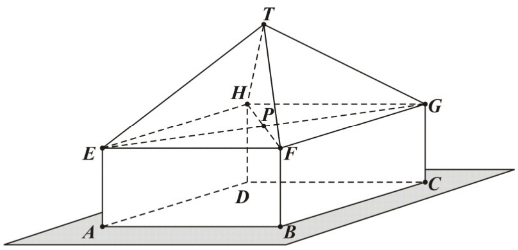
Secara umum modul ini dapat dimanfaatkan pada forum Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) sebagai bahan kajian bersama. Materi pada Bab II dan Bab III modul ini memerlukan waktu kurang lebih dua kali pertemuan dengan setiap pertemuan 4×50 menit. Setiap kali selesai satu bab diharapkan Anda menyelesaikan soal-soal latihan baik yang diberikan pada akhir bab, pertanyaan siswa yang belum terjawab, maupun dari buku sumber yang lain.

Kunci jawaban soal latihan pada modul ini diberikan pada lampiran. Jawaban pada kunci mungkin hanya salah satu dari beberapa kemungkinan jawaban. Anda dapat mendiskusikan dengan teman sejawat jika memiliki pendapat yang lain. Anda dinyatakan berhasil jika pada setiap latihan jawaban yang benar minimal 75%.

Akhirnya, saran dan masukan berkaitan dengan modul ini dapat disampaikan kepada penulis melalui alamat PPPPTK Matematika kotak pos 31 Yk-BS Yogyakarta dengan alamat email *p4tkmatematika@yahoo.com*, dan alamat situs *http://www.p4tkmatematika.com*, atau ke email penulis *ontongts@yahoo.com*.

BAB II
GARIS DAN SUDUT

Untuk dapat membuat sketsa bangunan seperti pada gambar II-0, kita dituntut untuk memahami pengertian tentang obyek-obyek geometri dan hubungan di antaranya. Pada bab II akan dibahas materi-materi geometri datar yang berkaitan dengan Standar Kompetensi 5 beserta Kompetensi Dasar yang termuat dalam Standar Isi. Bunyi dari Standar Kompetensi tersebut adalah "Memahami hubungan garis dan garis, garis dan sudut, sudut dan sudut serta ukuran-ukurannya".



Gb. II-0 Sketsa Bangunan

Setelah mempelajari bagian ini diharapkan peserta:

- Memahami titik, garis, dan bidang.
- Mampu mendefinisikan bagian-bagian garis, seperti ruas garis dan sinar garis.
- Mampu menjelaskan pengertian sudut beserta bagian-bagian, dan klasifikasinya.
- Mampu menjelaskan hubungan garis dengan garis dan sudut dengan sudut.
- Mampu menjelaskan istilah-istilah sudut yang terbentuk jika terdapat dua garis dipotong oleh sebuah garis lain. Lebih lanjut, pembaca mampu menjelaskan sifat-sifat yang terjadi jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis yang lain.
- Memahami macam-macam satuan untuk mengukur besar sudut.
- Mampu menyalin sudut dan membagi suatu sudut menjadi dua bagian yang sama besar dengan menggunakan jangka dan penggaris.
- Mampu melukis sudut 30°, 45°, 60°, dan 90°.
- Mampu membagi sebuah ruas garis menjadi n-bagian yang sama panjang.

Untuk memudahkan dalam pencapaian kemampuan di atas, materi bab dalam bab ini dibagi menjadi beberapa Kegiatan Belajar (KB).

Kegiatan Belajar 1 : Titik, Garis, Bidang, dan Sudut

Kegiatan Belajar 2 : Titik Tengah Ruas Garis (*Midpoint*), Garis Bagi (*Bisector*), Garis Bagi Tegak Lurus (*Perpendicular Bisector*)

Kegiatan Belajar 3 : Sudut (*Angle*)

Kegiatan Belajar 4 : Macam-macam Sudut, Hubungan antar Sudut dan Hubungan Garis dengan Sudut

Kegiatan Belajar 5 : Konstruksi Sudut dan Garis Sejajar

A. KEGIATAN BELAJAR 1: Titik, Garis, Bidang, dan Sudut

1. Pengertian Titik, Garis, dan Bidang.

Berikut ini pertanyaan-pertanyaan yang dapat direnungkan.

1. “Titik adalah pertemuan antara dua garis yang berpotongan”, “Garis adalah perpotongan dua bidang”. Apakah kedua pernyataan di atas dapat dikatakan **definisi** sebuah titik dan garis?
2. Jika sebuah ujung pena yang runcing diletakkan ke kertas kemudian diangkat, dapatkah kita katakan bahwa bekas tinta yang terbentuk merupakan sebuah titik? Apakah yang dimaksud dengan titik, garis, dan bidang?
3. Apakah yang dimaksud dengan ruas garis dan sinar garis?
4. Apakah setiap ruas garis dapat ditambahkan?

Tiga unsur dasar yang membangun geometri adalah titik, garis, dan bidang. Titik, garis, dan bidang termasuk istilah yang tidak didefinisikan *(undefined term*) karena secara intuitif dianggap sebagai sesuatu yang mudah dijelaskan.

• *P*

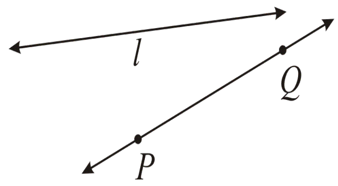
Gb. II-1 Titik P dan Biji-bijian Sebagai Model Fisik Suatu Titik

Titik dapat dianggap sebagai bola sangat kecil dengan jari-jari nol. Walaupun titik tidak memiliki ukuran, titik dapat ditentukan letaknya. Titik direpresentasikan sebagai noktah/dot (“.”) dan dinamai dengan huruf kapital. Pada Gambar. II-1 sebuah titik dinamai dengan *P*. Biji-bijian merupakan model fisik dari titik. Namun demikian betapapun kecilnya biji-bijian tetap bukanlah titik karena masih mempunyai ukuran.

Garis hanya memiliki panjang, memanjang ke kedua arah, tetapi tidak mempunyai lebar maupun tinggi. Garis dapat juga dibayangkan sebagai jejak titik yang bergerak. Dalam pembahasan ini yang dimaksud garis adalah garis lurus. Jeruji sepeda merupakan model fisik untuk garis. Garis dilambangkan dengan dua titik yang dilaluinya, atau dengan huruf non kapital. Garis pada gambar di bawah dapat dilambangkan dengan garis l, garis PQ, atau $\overleftrightarrow{PQ}$.

Gb. II-2 Jari-jari Roda sebagai Model Fisik suatu Garis

Bidang dapat dibayangkan sebagai jejak sebuah garis yang digeser menyamping. Bidang memanjang dan melebar tak terbatas, tetapi tidak memiliki ketebalan. Yang dimaksud bidang dalam hal ini adalah bidang datar. Model fisik dari bidang adalah lembaran kertas.



Gb. II-3 Garis *l* dan garis *PQ*

Kembali ke pertanyaan 1, kedua pernyataan di atas bukanlah definisi dari titik dan garis. Definisi merupakan pernyataan yang menjelaskan arti dari suatu kata atau frasa. Tidak mungkin untuk mendefinisikan titik, garis, dan bidang dengan menggunakan kata-kata itu sendiri atau menggunakan istilah-istilah yang belum diperkenalkan.

Pada pertanyaan 1, “Titik adalah pertemuan antara dua garis yang berpotongan”. Pernyataan ini menjelaskan titik melalui perpotongan dua garis, sementara istilah garis sendiri belum dikenal atau dijelaskan.

Dengan menggunakan *undefined term* titik, garis, dan bidang, semua istilah-istilah geometri dapat didefinisikan. Berikut ini beberapa contoh definisi yang dapat diturunkan dengan istilah titik, garis, dan bidang.

a. Kolinear:

Tiga titik dikatakan kolinear (segaris) jika semua titik tersebut terletak pada garis yang sama. Pada gambar II-0, titik *E*, *P*, *G* segaris, sedangkan titik *A*, *B* dan *T* tak segaris (non kolinear).

b. Koplanar (sebidang):

Dua garis dikatakan koplanar jika keduanya terletak pada bidang yang sama. Pada gambar II-0, garis *AB* dan *BC* koplanar, sedang garis *AB* dan *FG* non koplanar (tak sebidang)

c. Ruas garis (*Line Segment* atau *Segment*):

Ruas garis *AB* (dilambangkan dengan $\overline{AB}$) merupakan himpunan titik *A*, *B* dan semua titik di antara *A* dan *B* yang kolinear dengan garis melalui kedua titik tersebut.

Atau dapat juga didefinisikan

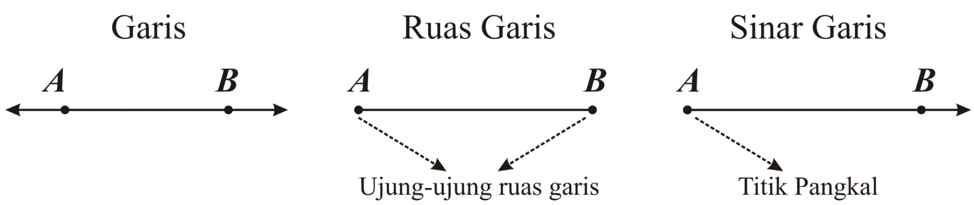
Ruas garis *AB* merupakan bagian dari $\overleftrightarrow{AB}$ yang memuat titik *A*, *B*, dan semua titik di antara keduanya.

Titik *A* dan *B* dalam hal ini disebut sebagai ujung-ujung ruas garis.

d. Sinar Garis (*Ray*):

Sinar *AB* (ditulis $\overrightarrow{AB}$) merupakan bagian dari $\overleftrightarrow{AB}$ yang terdiri atas titik A beserta semua titik pada $\overleftrightarrow{AB}$ yang terletak sepihak dengan *B* terhadap titik *A*. Selanjutnya titik A ini dinamakan sebagai titik pangkal.

Harap dicatat bahwa $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{BA}$ merupakan sinar yang berbeda.

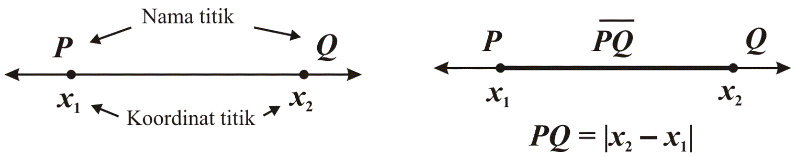


Gambar. II-4 Garis *AB*, ruas garis *AB*, dan sinar

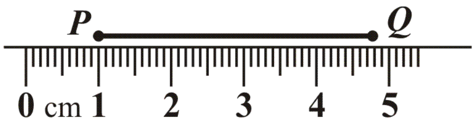
2. Panjang ruas garis *AB*

Titik-titik pada sebuah garis dapat dipasangkan satu-satu dengan bilangan real. Bilangan real yang berkorespondensi dengan suatu titik dinamakan koordinat dari titik tersebut. Jarak antara titik *P* dan *Q*, (ditulis *PQ* atau panjang $\overline{PQ}$), merupakan harga mutlak dari selisih koordinat *P* dan *Q*.

Jarak kedua titik ini, disebut juga sebagai panjang ruas garis *PQ*.



Gambar. II-5 Koordinat titik *P* dan *Q* serta besar *PQ*



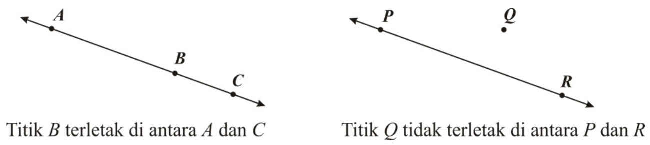
Gambar. II-6 Menentukan Nilai *PQ*

Sebagai contoh:

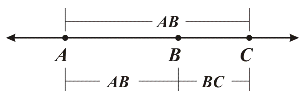
Pada gambar di samping, titik *P* berada pada koordinat 1, dan titik *Q* pada koordinat 4,8. Jarak antara titik *P* dan *Q*, atau panjang ruas garis *PQ* adalah $|4{,}8 - 1| = 3{,}8$. Karena satuan yang digunakan adalah cm, maka dikatakan panjang ruas garis *PQ* = 3,8 cm.

3. Penjumlahan ruas garis

Jika terdapat tiga titik yang segaris, dapat dikatakan bahwa satu titik berada di antara dua titik yang lain.



Gambar. II-7



Gambar. II-8

Postulat penjumlahan ruas garis
Jika *B* di antara *A* dan *C*, maka *AB* + *BC* = *AC*. *Jika AB + BC = AC, maka B terletak di antara A dan C.*

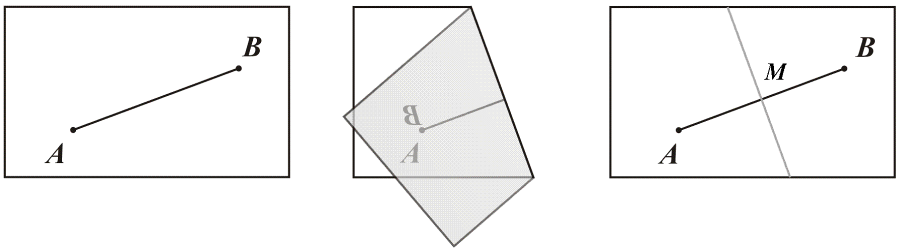
B. KEGIATAN BELAJAR 2: Titik Tengah Ruas Garis (*Midpoint*), Garis Bagi (*Bisector*), Garis Bagi Tegak Lurus (*Perpendicular Bisector*)

1. Dapatkah kita menentukan titik tengah suatu garis atau sinar garis?
2. Suatu garis *g* yang tidak tegak lurus $\overline{AB}$ memotong $\overline{AB}$ sehingga titik potongnya tepat di tengah antara *A* dan *B*. Apakah garis *g* ini dapat dikatakan sebagai garis bagi $\overline{AB}$?
3. Bagaimana cara menentukan titik tengah ruas garis?

1. Aktivitas Membagi Ruas Garis
   a. Ambil selembar kertas, lukis ruas garis AB di atasnya.
   b. Lipat kertas sedemikian rupa sehingga titik A dan B berhimpit.
   c. Buka kembali lipatan dan perhatikan bahwa garis lipatan berpotongan dengan $\overleftrightarrow{AB}$. Sebut titik perpotongan ini dengan M. Bandingkan AM, MB, dan AB.

      Titik M membagi $\overline{AB}$ menjadi dua bagian yang sama panjang, yaitu $\overline{AM}$ dan $\overline{MB}$.

Titik tengah suatu ruas garis adalah titik pada garis yang membagi ruas garis menjadi dua bagian yang sama panjang.

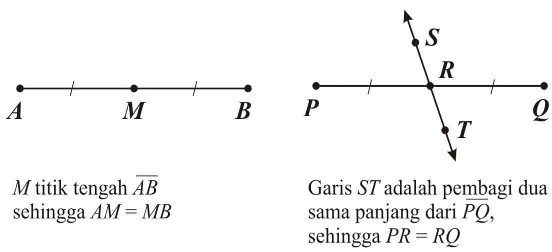


Gb. II-9 Menentukan Titik Tengah $\overline{AB}$ dengan Melipat

Pembagi dua ruas garis tidak hanya berupa titik, namun dapat berupa sinar, garis, ruas garis, atau bidang yang memotong ruas garis di titik tengahnya.

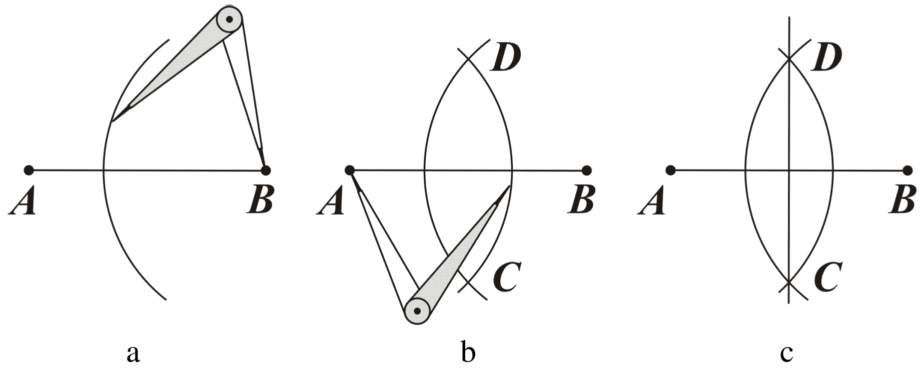
Jika $\overleftrightarrow{CD}$ membagi dua $\overline{AB}$ dan $\overleftrightarrow{CD}$ tegaklurus $\overline{AB}$, maka dikatakan $\overleftrightarrow{CD}$ merupakan garis bagi tegak lurus $\overline{AB}$.

Tidak seperti ruas garis yang dapat dibagi dua sama panjang, suatu garis tidak dapat dibagi dua sama panjang. Hal ini dikarenakan garis memanjang tak terbatas ke dua arah.



Gb. II-10 Pembagi Dua Sebuah Ruas Garis

2. Melukis garis bagi tegak lurus.



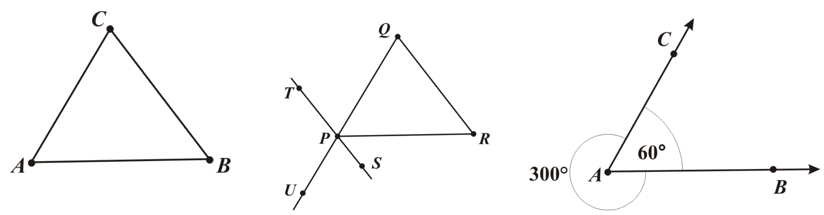
Gambar. II-10 Melukis Garis Bagi Tegak Lurus

a. Pada ruas garis *AB*, lukis dua busur berjari-jari sama, masing masing berpusat di *A* dan *B* sehingga keduanya berpotongan di titik *C* dan *D* (Gambar.II-10 a dan Gambar.II-10 b).

b. Tarik garis melalui titik *C* dan *D*. Diperoleh garis *CD* tegak lurus *AB* (Gambar. Gambar.II-10 c).

C. KEGIATAN BELAJAR 3: Sudut (*Angle*)

1. Di beberapa buku, terdapat perbedaan dalam definisi sudut. Bagaimana kita harus menyikapi?
2. Apakah yang dimaksud dengan daerah sudut?
3. Jika ada tiga buah sinar berpangkal sama, ada berapa banyak sudut yang terjadi?
4. Pada gambar di bawah, sudut pada segitiga *ABC* seringkali hanya disebutkan dengan $\angle A$, $\angle B$, dan $\angle C$ (gambar kiri). Bolehkah menyebut sudut pada Gambar 2 dengan $\angle P$ saja (gambar tengah)?



5. Perhatikan gambar yang paling kanan. Bolehkan kita menyebut besar $\angle$BAC = 300°?
6. Adakah satuan lain untuk pengukuran besar sudut? Bagaimana prinsipnya?

7. Berikut ini salah satu pertanyaan yang diajukan seorang siswa ke *Dr. Math* dari *Math Forum*

   Dear Dr. Math,
   I would like to know why a circle measures 360 degrees. Is there any special reason for this, or did the Greeks just kind of pick it out? I'm sure there's a rational explanation, but I just can't seem to figure it out. I hate accepting things that I don't understand, and this is something that really bugs me. Please help!
   Sincerely,
   Leon

   Terjemahan bebasnya:

   ... Saya ingin mengetahui mengapa sebuah lingkaran diukur dengan 360 derajat. Apakah ada alasan khusus untuk ini, atau orang Yunani hanya sekedar mencomot begitu saja? Saya yakin ada penjelasan yang rasional, tetapi saya tiak dapat menggambarkannya. Saya benci menerima sesuatu yang tidak saya pahami, dan ini kadang benar-benar menjadi problem bagi saya. Mohon dibantu. ...

   Bagaimana Anda menjelaskan pertanyaan di atas?
8. Bagaimana mengkonversi suatu satuan sudut ke satuan yang lain?

1. Definisi Sudut

Berikut ini diberikan contoh definisi sudut yang terdapat di beberapa buku.

Definisi 1.

An angle is formed by two noncollinear rays that have a common endpoint. (Sudut dibentuk oleh dua sinar garis tak segaris yang bertitik pangkal sama). - *Glencoe Geometry.*

Definisi 2.

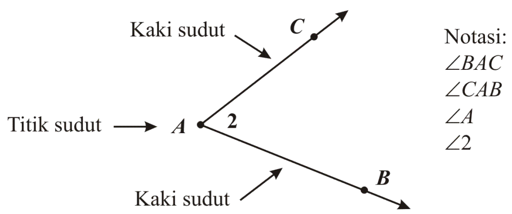
An angle is a set of points that is the union of two rays having the same endpoint. (Sudut merupakan himpunan titik-titik dari gabungan dua sinar yang bertitik pangkal sama.). - *Amsco Geometry dan School Geometry*

Definisi ke-2 ini mirip dengan definisi sudut yang diberikan oleh Atik dalam buku *CTL Matematika kelas VII* dan Wagiyo (*Pegangan Belajar Matematika Kelas VII*). Dalam buku *CTL Matematika* dinyatakan "sudut terbentuk dari dua sinar yang titik pangkalnya berimpit", dan dalam buku *Pegangan Belajar Matematika Kelas VII* dinyatakan "Sudut diartikan sebagai bentuk atau bangun yang terjadi dari dua sinar yang bersekutu pada pangkalnya".

Perhatikan akibat perbedaan dari kedua definisi di atas. Definisi 1 tidak memungkinkan kita mendefinisikan sudut lurus, karena sudut lurus dibentuk oleh dua sinar yang segaris. Untuk tiga titik yang segaris, misalkan ABC, lebih baik menyebut garis AC daripada sudut ABC karena tidak ada "lekukan" pada garis AC. Sementara itu dengan definisi 2, memungkinkan untuk mendefinisikan sudut lurus (*straight angle*), yaitu sudut lurus adalah sudut yang dibentuk oleh dua sinar garis dengan titik pangkal sama yang berlawanan arah.

Pada kedua definisi di atas, kedua sinar garis ini dinamakan sebagai kaki-kaki sudut, sedangkan titik pangkal kedua sinar disebut sebagai titik sudut (*vertex*).

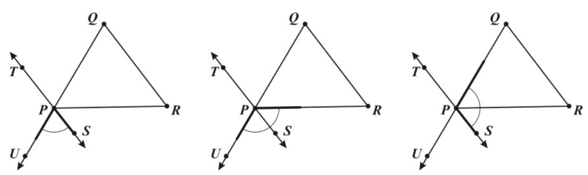
Oleh karena itu penting bagi guru untuk memperhatikan struktur sistem aksioma, definisi-definisi, teorema yang digunakan pada buku sumber. Sujadi (2000) menyatakan bahwa hakim tertinggi matematika adalah strukturnya, dan hakim tertinggi sains adalah realitas.



Gambar. II-11 Sudut, Bagian-bagiannya, dan Notasi Sudut

2. Penamaan sudut

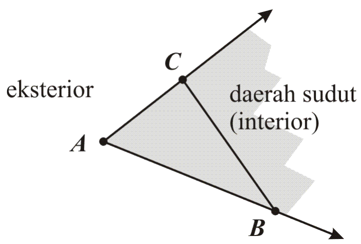
Sudut dapat dilambangkan dengan "$\angle$". Sebagai contoh sudut pada Gambar. II-11 di atas dapat dituliskan dengan $\angle A$, $\angle BAC$, $\angle CAB$, atau $\angle 2$. Penamaan sudut dengan tiga huruf menggunakan ketentuan titik sudutnya berada di tengah, sedangkan dua titik yang lain merupakan titik-titik pada kedua kaki sudut.



Gambar. II-12 Sudut *P*

Perhatikan pada gambar-gambar di bawah. Untuk titik Q dan R, kita dapat menuliskan dengan $\angle Q$ dan $\angle R$ saja. Pada masing-masing titik tersebut hanya terdapat satu sudut. Namun jika pada sebuah titik terdapat lebih dari satu sudut seperti pada titik P, maka akan menjadi sulit untuk mengidentifikasi mana yang dimaksudkan dengan $\angle P$. Apakah $\angle P = \angle UPS$, $\angle P = \angle UPR$, atau $\angle P = \angle SPQ$? Oleh karena itu, penulisan sudut untuk titik P harus jelas, menggunakan notasi tiga huruf.

3. Daerah sudut



Gambar. II-13 Daerah Sudut

Sudut membagi bidang menjadi dua bagian, yaitu interior (daerah sudut) dan eksterior. Bagaimana menentukan daerah sudut? Ambil masing-masing satu titik di kaki sudut yang bukan titik pangkal. Maka seluruh ruas garis yang menghubungkan kedua titik ini terletak pada daerah sudut (interior).

4. Satuan pengukuran sudut dalam derajat, radian, dan *grade*.

Sebagaimana ruas garis yang memiliki besaran yaitu panjang, sudut juga memiliki besaran untuk menyatakan besarnya “bukaan”. Untuk itu, sudut dapat juga dipandang sebagai jarak putar suatu sinar garis pada titik pangkalnya.

Misalkan kaki sudut OA diam, bayangkan OB mula-mula berimpit dengan OA kemudian berputar dengan pusat putaran O sehingga menempati posisinya yang terakhir. Besar sudut AOB diukur berdasarkan banyaknya putaran **terkecil** yang dibutuhkan untuk membawa kaki sudut OB dari posisi pertama berimpit dengan OA ke posisi OB.

Sedangkan ukuran banyaknya putaran terbesar, dinamakan **sudut refleks**. Beberapa buku mendefinisikan sudut refleks sebagai sudut yang lebih besar dari 180°, tetapi lebih kecil dari 360°, misal dalam buku "*The A to Z of Mathematics*" dan "*Schaum's Outline of Theory and Problems of Geometry*".

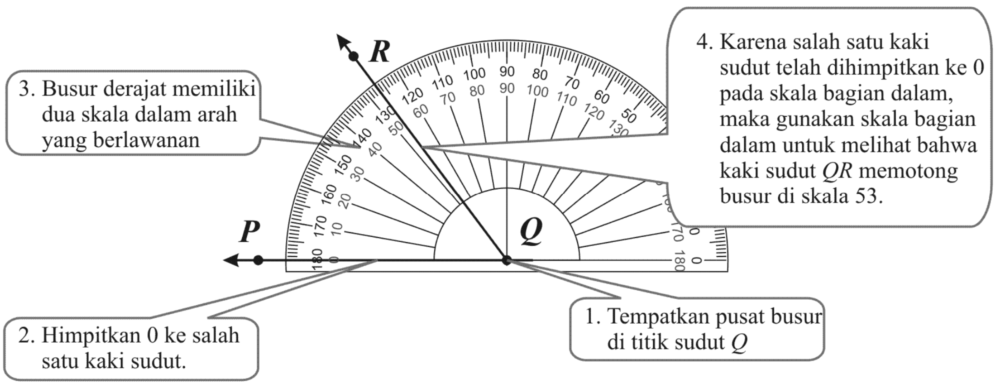
Untuk mengukur besar sudut, harus dipilih terlebih dahulu satuan yang akan digunakan dan bagaimana satuan tersebut diterapkan. Terdapat tiga macam satuan sudut, yaitu derajat, radian, dan *grade*.

Beberapa buku membedakan penulisan besar $\angle AOB$ dengan $m\angle AOB$ (*m* berasal dari kata *measure* atau ukuran). Sementara itu buku yang lain tidak membedakan antara $\angle AOB$ digunakan untuk menyatakan sudut dan juga digunakan untuk menyatakan besar sudut (*VNR, The A to Z of Mathematics*).

Satuan Pengukuran Sudut dalam Derajat

Dalam satuan derajat, jika $\angle AOB$ membentuk garis lurus maka besar $\angle AOB$ adalah 180 derajat (dilambangkan dengan 180°). Dengan demikian 1° merupakan besar sudut yang besarnya $\frac{1}{180}$ sudut lurus (bagi yang mendefinisikan sudut lurus). Untuk ukuran sudut yang lebih kecil, 1° terdiri atas 60 menit (60'), dan 1' terdiri atas 60". Dalam satuan ini, sudut yang dibentuk oleh satu putaran penuh adalah 360°. Untuk mengetahui besar sudut dalam satuan derajat, biasanya digunakan busur derajat.

Cara menggunakan busur derajat



Gambar. II-14 Penggunaan Busur Derajat

Besar Sudut dalam Radian

Lakukan aktivitas berikut:

a. Buatlah jiplakan benda berbentuk lingkaran (misal tutup gelas) ke kertas, kemudian tentukan titik pusat lingkarannya dengan cara melipat kertas sehingga diperoleh perpotongan dua sumbu simetri lingkaran.

b. Potong benang sepanjang jari-jari lingkaran. Anggap panjang jari-jari ini sebagai 1 (satu) satuan panjang.

c. Letakkan benda lingkaran dan himpitkan pada gambar lingkaran di kertas.

d. Lilitkan benang yang telah dipotong di sekeliling benda dan tandai ujung-ujungnya.

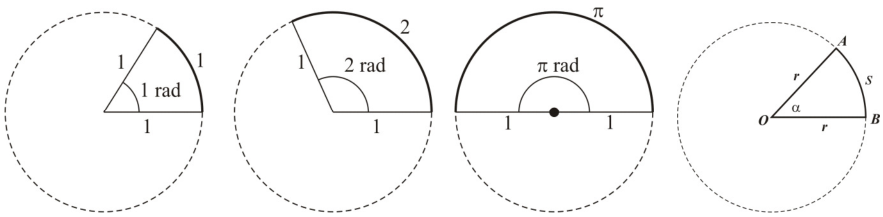
e. Buat sudut dengan titik sudut di pusat lingkaran dan kaki-kaki sudut melalui ujung-ujung benang.

Perhatikan sudut di pusat lingkaran (sudut pusat) yang dibentuk oleh kedua jari-jari. Melalui aktivitas ini Anda telah berhasil membuat sudut yang besarnya 1 radian. Bagaimana dengan sudut 2 radian? Anda dapat memperoleh sudut 2 radian dengan cara seperti di atas dengan mengambil benang sepanjang 2 satuan (dua kali panjang jari-jari).

Jika α menyatakan besar sudut dalam radian, s menyatakan panjang busur AB, dan r menyatakan jari-jari, maka

$$\alpha = \frac{s}{r}$$

Selanjutnya berapa sudut yang dibentuk oleh perputaran sebesar setengah lingkaran (180°) dalam satuan radian? Panjang busur yang dihasilkan oleh sudut 180° tidak lain merupakan setengah keliling lingkaran yaitu $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$. (dengan r menyatakan panjang jari-jari = 1 satuan). Dengan demikian $180° = \pi$ rad.



Gambar. II-15 Besar Sudut Dalam Radian

Catatan: Perhatikan bahwa besar sudut dalam radian berupa bilangan real. Sehingga jika besar suatu sudut tidak disebutkan satuannya, maka yang dimaksudkan adalah besar sudut dalam radian.

Pengukuran Sudut dalam Derajat

Di Perancis dan Inggris secara terpisah pada sekitar tahun 1900, diciptakan sistim baru untuk membagi sudut-sudut dalam lingkaran. Mereka membagi 1 lingkaran ke dalam 400 gradien (dilambangkan dengan 400^g). Terdapat beberapa istilah untuk satuan ini, yaitu *grade*, *gon*, atau *Neugrad* (*new degree*). Untuk satuan yang lebih kecil, digunakan

$1^g = 100^c$ (100 *centigrade* atau 100 *new minute*)

$1^c = 100^{cc}$ (100 *miligrade* atau 100 *new second*)

Salah satu keuntungan menggunakan satuan ini adalah mempermudah perhitungan secara mental. Sebagai contoh, jika seseorang berjalan ke arah 117 grad (terhadap arah utara searah jarum jam) maka cukup mudah dipahami bahwa ia berjalan 17 grad terhadap arah timur. Beberapa kelemahannya adalah, sudut-sudut yang biasa digunakan di geometri, seperti 30° dan 60° harus dinyatakan dalam bentuk pecahan. Demikian juga perputaran bumi selama 1 jam. Dalam satuan derajat diperoleh 15°, sedangkan dalam grad harus dinyatakan dalam bentuk pecahan.

Banyak Putaran	Derajat	Radian	Gradien
1	360°	2π	400^g
$\frac{1}{2}$	180°	$\pi \approx 3{,}141592654$	200^g
$\frac{1}{4}$	90°	$\frac{\pi}{2} \approx 1{,}570796327$	100^g

Dari uraian di atas, kita telah mendapatkan informasi tiga macam cara pengukuran besar sudut. Orang-orang Babilonia (bukan Yunani) menentukan bahwa satu putaran penuh terdiri atas 360°. Sementara itu di Inggris dan Perancis telah diperkenalkan satuan *grade*, satu putaran penuh terdiri atas 400^g. Sehingga sudut 1^g sedikit lebih kecil dari 1°. Pengukuran sudut dengan radian mempermudah perhitungan, terutama dalam perhitungan fisika dan matematika tingkat lanjut. Dalam satuan radian, satu putaran penuh memiliki ukuran yang baik, yaitu 2π radian, dimana π merupakan bilangan yang penting, terutama untuk lingkaran.

Konversi antar satuan sudut

Derajat ke *grade* dan sebaliknya

$360° = 400^g$, sehingga

$$1^\circ = \left(\frac{400}{360}\right)^g \quad \text{dan} \quad x^\circ = \left(x \times \frac{400}{360}\right)^g$$

$$1^g = \left(\frac{360}{400}\right)^\circ \quad \text{dan} \quad y^g = \left(y \times \frac{360}{400}\right)^\circ$$

Derajat ke radian dan sebaliknya

$360° = 2\pi$ rad, sehingga

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360}\text{ rad} \quad \text{dan} \quad x^\circ = x \times \frac{2\pi}{360}\text{ rad}$$

$$1\text{ rad} = \left(\frac{360}{2\pi}\right)^\circ \quad \text{dan} \quad y\text{ rad} = \left(y \times \frac{360}{2\pi}\right)^\circ$$

Grade ke radian dan sebaliknya

$400^g = 2\pi$ rad, sehingga

$$1^g = \frac{2\pi}{400}\text{ rad} \quad \text{dan} \quad x^g = x \times \frac{2\pi}{400}\text{ rad}$$

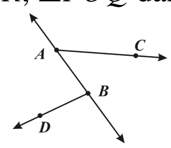
$$1\text{ rad} = \left(\frac{400}{2\pi}\right)^g \quad \text{dan} \quad y\text{ rad} = \left(y \times \frac{400}{2\pi}\right)^g$$

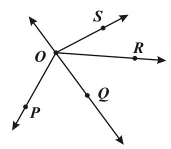
Sekarang yang menjadi pertanyaan adalah mengapa orang Babilonia memilih bilangan 360. Salah satu alasannya adalah bilangan mereka munggunakan basis 60. Sebagai perbandingan, bilangan yang biasa kita gunakan berbasis 10. Bilangan berbasis 10 memudahkan untuk melakukan perkalian kelipatan 10.

Mengapa bilangan berbasis 60 mereka sukai, tidak ada yang mengetahui. Matematikawan modern setuju bahwa 60 merupakan bilangan yang bagus juga. Perhatikan bahwa $60 = 2\times2\times3\times5$ dan $360 = 2\times2\times2\times3\times3\times5$, sehingga 360 dapat dibagi oleh 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 36, 45, dan 90. Hal ini memudahkan untuk membagi lingkaran menjadi bagian-bagian yang sama besar dengan lebih banyak cara: 120° untuk sepertiga lingkaran, 90° untuk seperempat lingkaran, 72° untuk seperlima lingkaran, dan seterusnya. Anda dapat membandingkan dengan satuan 400^g, berapa banyak pembagi bulat untuk 400.

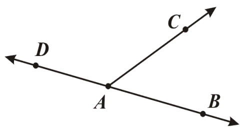
D. KEGIATAN BELAJAR 4: Macam-macam Sudut, Hubungan antar Sudut dan Hubungan Garis dengan Sudut

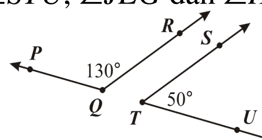
1. Apakah yang dimaksud dengan sudut berdekatan?
   Manakah yang merupakan pasangan sudut berdekatan: $\angle CAB$ dan $\angle ABD$, $\angle POQ$ dan $\angle SOR$, $\angle POQ$ dan $\angle POR$?

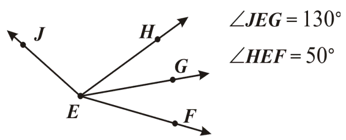




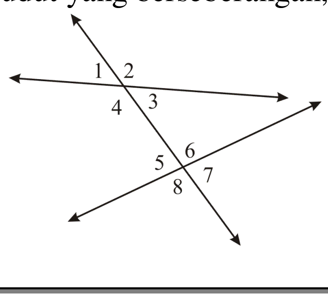
2. Manakah pasangan sudut berikut yang saling berpelurus: $\angle DAC$ dan $\angle CAB$, $\angle PQR$ dan $\angle STU$, $\angle JEG$ dan $\angle HEF$?

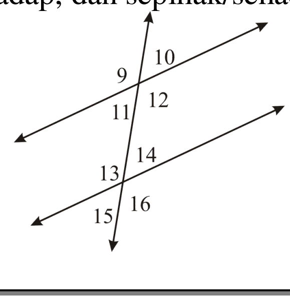




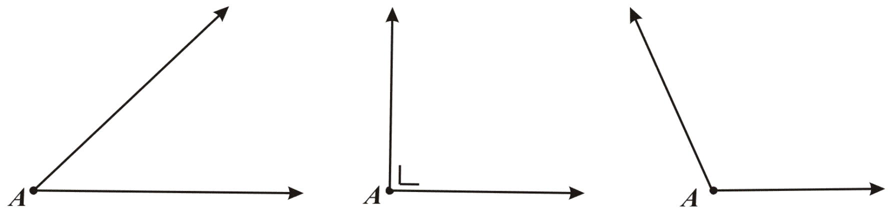


3. Apakah yang dimaksud dengan dua garis sejajar, dua garis berpotongan? Adakah dua garis yang tidak sejajar sekaligus tidak berpotongan?
4. Pada dua gambar berikut, sebutkan sudut-sudut luar, sudut-sudut dalam, pasangan sudut yang berseberangan, sehadap, dan sepihak/sehadap.





1. Macam-macam Sudut Menurut Besarnya



Sudut Lancip
$0° < m\angle A < 90°$

Sudut Siku-siku
$m\angle A = 90°$

Sudut Tumpul
$90° < m\angle A < 180°$

Gambar. II-16 Macam-macam sudut menurut besarnya

Sudut lancip (*acute angle*) adalah sudut yang besarnya antara 0° dan 90°.

Sudut siku-siku (*right angle*) adalah sudut yang besarnya 90°. Pada sudut siku-siku, biasanya diberi tanda siku-siku kecil pada sudutnya.

Sudut tumpul (*obtuse angle*) adalah sudut yang besarnya antara 90° dan 180°.

2. Hubungan antara sudut-sudut

Dua sudut yang kongruen dan kesamaan dua sudut

Beberapa buku membedakan antara kongruen (*congruent*) dan sama (*equal*), seperti dalam buku *Amsco* dan *McDougall*. Dalam buku ini dijelaskan

> Dua sudut $\angle ABC$ dan $\angle PQR$ dikatakan kongruen jika besar sudutnya sama.
> Jika ditulis dalam bentuk notasi:
> $\angle ABC \cong \angle PQR$ jika $m\angle ABC = m\angle PQR$

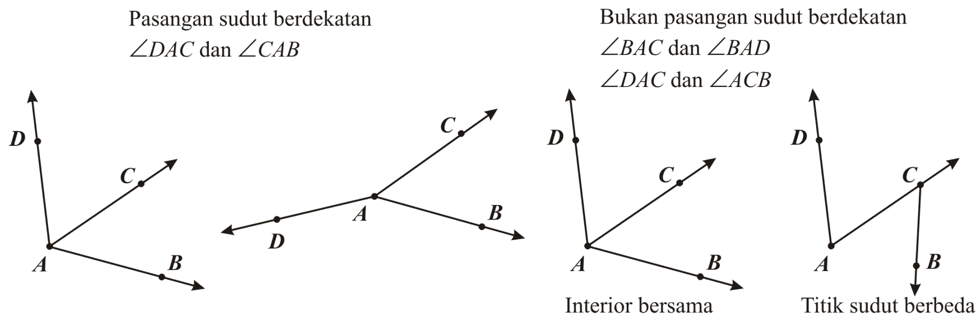
Catatan: dalam buku tersebut dikatakan dua sudut sama hanya jika sudut-sudut tersebut merupakan gabungan dari dua sinar yang sama, sebagai contoh: $\angle ABC = \angle\ CBA$. (*Amsco Geometry*)

Sementara itu di buku yang lain (salah satunya adalah *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*), walaupun tidak memberikan kesamaan dua sudut, asalkan besar sudutnya sama maka kedua sudut tersebut dikatakan sama.

Sekali lagi perhatikan struktur yang digunakan pada buku sumber.

Sudut yang berdekatan/berdampingan (*adjacent angle*)

Sudut yang berdekatan adalah dua sudut yang memiliki titik sudut yang sama, sebuah kaki sudut yang sama, tetapi tidak memiliki titik-titik interior yang sama.



Gambar. II-17 Contoh dan bukan contoh sudut berdekatan

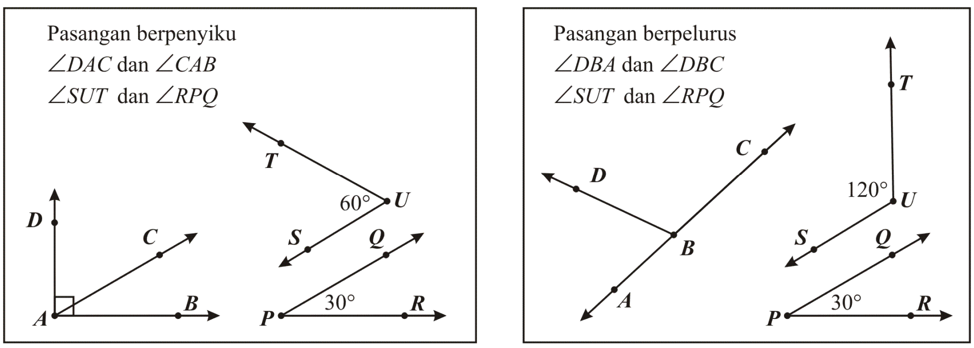
Sudut-sudut berpenyiku (*complementary angle*)

Dua sudut dikatakan berpenyiku jika jumlah besar kedua sudut 90°. Satu sudut merupakan penyiku (komplemen) bagi sudut yang lain.

Sudut-sudut berpelurus (*suplementary angles*)

Dua sudut dikatakan berpelurus jika jumlah besar kedua sudut 180°. Satu sudut merupakan pelurus (suplemen) bagi sudut yang lain.

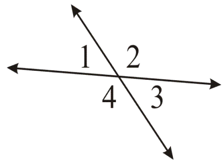
Sudut-sudut berpelurus dan berpenyiku berlaku untuk sudut yang berdekatan maupun yang tidak berdekatan.



Gambar. II-18 Pasangan sudut berpenyiku dan berpelurus

Dua sudut bertolak belakang

Sudut bertolak belakang terbentuk ketika dua garis saling berpotongan dan membentuk empat sudut. Setiap dua sudut yang tidak berdampingan dari keempat sudut disebut sudut bertolak belakang.



Gambar. II-19 Pasangan sudut bertolak belakang

Pada Gambar II-19:

Pasangan sudut bertolak belakang

$\angle 1$ dan $\angle 3$, $\angle 2$ dan $\angle 4$.

Pasangan sudut berdekatan

$\angle 1$ dan $\angle 2$, $\angle 2$ dan $\angle 3$, $\angle 3$ dan $\angle 4$, $\angle 1$ dan $\angle 4$

Perhatikan bahwa $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$

$m\angle 1 + m\angle 4 = 180°$

akibatnya $m\angle 2 = m\angle 4$

Dengan cara yang sama dapat ditunjukkan bahwa $m\angle 1 = m\angle 3$. Sehingga dapat disimpulkan:

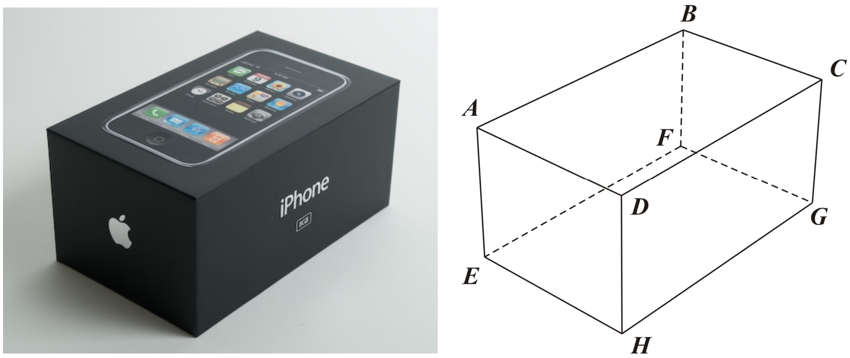
Dua sudut yang bertolak belakang sama besar.

3. Kedudukan Garis terhadap Garis

a. Lakukan aktivitas berikut:

Ambil sebuah benda berbentuk balok, misalnya kotak roti. Beri tanda titik-titik sudutnya dengan *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, dan *H* sehingga balok tersebut dapat kita sebut sebagai balok *ABCD.EFGH*. Jika rusuk-rusuk balok tersebut diperpanjang menjadi garis, perhatikan kasus-kasus berikut.

1) Garis *DC* dan garis *AB* terletak pada bidang yang sama, yaitu bidang *ABCD*. Garis *DC* dan *AB* tidak memiliki titik potong. Maka dikatakan garis *AB* sejajar garis *DC*, ditulis $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{DC}$.
2) Garis *AB* dan *BC* terletak pada bidang yang sama, yaitu *ABCD*. Titik *B* terletak pada garis *AB*, dan sekaligus terletak pada garis *BC*. Dikatakan bahwa garis *AB* dan *BC* berpotongan di titik *B*.
3) Garis *AB* dan *CG* tidak berpotongan, dan juga tidak sejajar. Dikatakan bahwa *AB* bersilangan dengan *CG*.



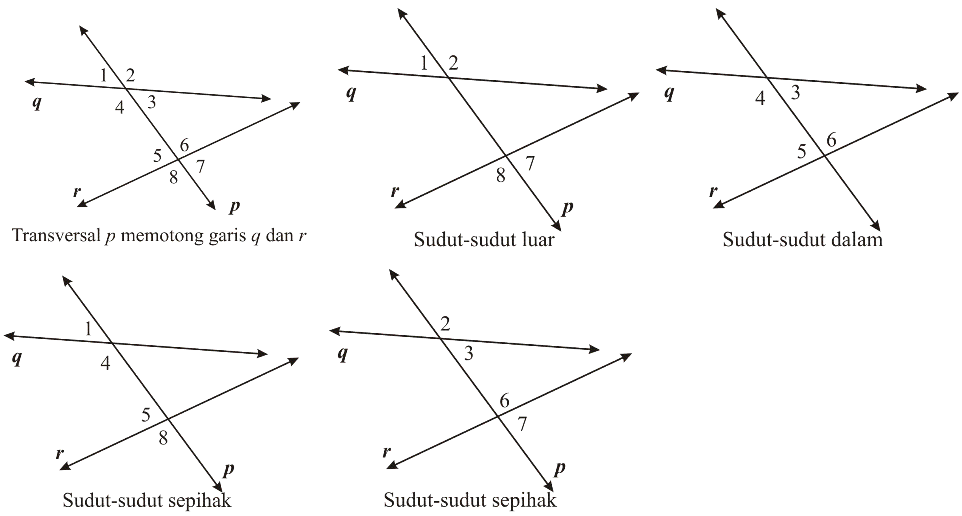
Sumber gambar:

http://macsimumnews.com/index.php/archive/problems_with_refurbished_iphones

Gambar. II-20 Kemasan berbentuk balok dan balok *ABCD.EFGH*

b. Transversal (melintang)

Jika dua garis q dan r dipotong oleh garis p, seperti pada gambar, maka dikatakan transversal p memotong garis q dan r. Perhatikan istilah-istilah yang digunakan.



Gambar. II-21 Transversal

Istilah-istilah sudut pada transversal.

Sudut	Nama
$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$	Sudut-sudut dalam (sudut yang terletak di antara garis q dan r).
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$	Sudut-sudut luar (sudut yang tidak terletak di antara garis q dan r).
$\angle 1$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 8$	Sudut-sudut sepihak (sudut di sebelah kiri garis p)

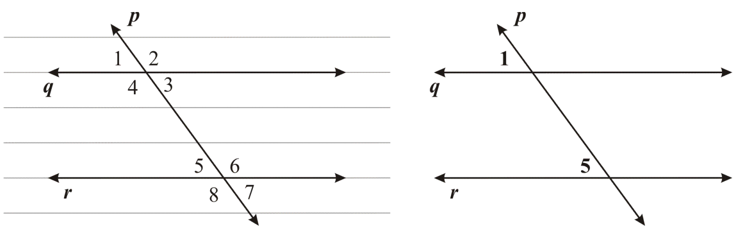
Sudut	Nama
∠2, ∠3, ∠6, ∠7	Sudut-sudut sepihak (sudut di sebelah kanan garis *p*)
∠1, ∠5	Sudut-sudut sehadap (menghadap arah yang sama)
∠1, ∠4, ∠5, ∠8 dengan ∠2, ∠3, ∠6, ∠7	Sudut-sudut berlainan pihak/berseberangan (sudut-sudut di sebelah kiri garis *p* dikatakan berseberangan dengan sudut-sudut di sebelah kanan garis *p*).
∠1, ∠7	Sudut luar berseberangan

Catatan: perhatikan bahwa istilah-istilah sudut sehadap, berseberangan, sudut luar, dan lain-lain seperti di atas berlaku secara umum tidak hanya berlaku untuk dua garis sejajar yang dipotong oleh garis lain.

c. Postulat Sejajar

Lakukan aktivitas berikut

1) Buatlah sebuah dua garis sejajar pada kertas bergaris.
2) Potong kedua garis tersebut dengan garis yang lain.
3) Jiplaklah ∠1 dengan kertas tipis.
4) Geser jiplakan anda dan tempelkan ke ∠5.
5) Bandingkan besar ∠1 dan besar ∠5.



Gambar. II-22 Dua garis sejajar dipotong oleh garis lain

Lakukan hal yang sama untuk pasangan sudut ∠3 dan ∠7, ∠2 dan ∠6, serta ∠4 dan ∠8.

Pada kasus dua garis sejajar dipotong oleh garis melintang, apa yang dapat anda simpulkan tentang besar sudut-sudut sehadap?

Postulat Garis Sejajar 1:
Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis melintang, maka masing-masing pasangan sudut sehadap sama besar.

Sehingga, pada Gambar. II-22 garis r sejajar q dipotong garis p, maka berlaku:

$m\angle 1 = m\angle 5$

$m\angle 2 = m\angle 6$

$m\angle 3 = m\angle 7$

$m\angle 4 = m\angle 8$

Akibat-akibat yang muncul dari postulat sejajar adalah:

Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis melintang, maka

1) sudut luar berseberangan sama besar.
2) sudut dalam berseberangan sama besar.
3) sudut-sudut dalam sepihak saling berpelurus.
4) sudut luar sepihak saling berpelurus.

Bukti:

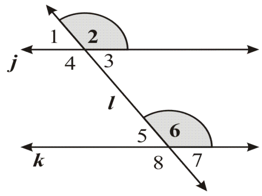
$m\angle 1 = m\angle 3$ dan $m\angle 2 = m\angle 4$ (sudut bertolak belakang sama besar)

$m\angle 3 = m\angle 7$ dan $m\angle 4 = m\angle 8$ (sudut sehadap sama besar)

Sehingga $m\angle 1 = m\angle 7$ dan $m\angle 2 = m\angle 8$, sudut-sudut luar berseberangan sama besar. (Pernyataan no. 1 terbukti).

Dengan cara serupa, pernyataan-pernyataan 2, 3, dan 4 dapat Anda buktikan kebenarannya.

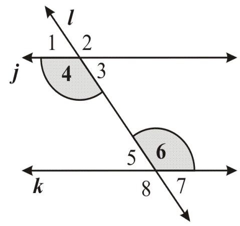
Postulat garis sejajar 2.
Jika dua garis dipotong oleh garis melintang membentuk sudut sehadap yang sama besar, maka dua garis tersebut sejajar.
Atau dapat juga dituliskan:
Misalkan garis *j* dan *k* dipotong oleh garis melintang, jika $m\angle 1 = m\angle 2$ maka *j* // *k*.



Gambar. II-23 Postulat garis sejajar 2

Dengan postulat sejajar 2, dapat diturunkan teorema-teorema berikut.

1) Jika dua garis dipotong oleh garis melintang sehingga sudut dalam berseberangan sama besar maka kedua garis tersebut sejajar.



Gambar. II-24 Sudut dalam berseberangan pada transversal

Bukti:

Diketahui garis j dan k dipotong oleh garis l,

$m\angle 4 = m\angle 6$

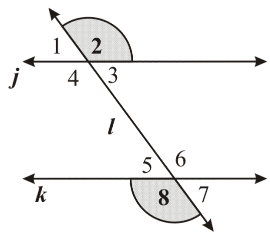
Akan ditunjukkan bahwa j // k.

$m\angle 4 = m\angle 6$ (diketahui)

$m\angle 6 = m\angle 8$ (sudut bertolak belakang sama *besar*)

Akibatnya $m\angle 4 = m\angle 8$, sehingga menurut postulat sejajar 2 diperoleh garis j // k. (terbukti).

2) Jika dua garis dipotong oleh garis melintang sehingga sudut luar berseberangan sama besar maka kedua garis tersebut sejajar.



Gambar. II-25 Sudut luar bersebarangan pada transversal

Bukti:

Diketahui garis j dan k dipotong oleh garis l,

$m\angle 2 = m\angle 7$

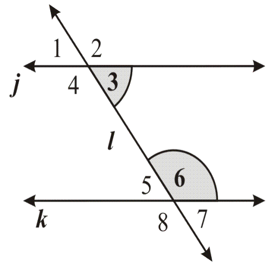
Akan ditunjukkan bahwa j // k.

$m\angle 2 = m\angle 8$ (diketahui)

$m\angle 8 = m\angle 6$ (sudut bertolak belakang sama besar)

Akibatnya $m\angle 2 = m\angle 6$, sehingga menurut postulat sejajar 2, maka garis j // k. (terbukti).

3) Jika dua garis dipotong oleh garis melintang sehingga sudut dalam sepihak saling berpelurus maka kedua garis tersebut sejajar.



Gambar. II-26 Sudut dalam sepihak pada transversal

Bukti:

Diketahui garis *j* dan *k* dipotong oleh garis *l*,

$m\angle 3 + m\angle 7 = 180°$.

Akan *ditunjukkan* bahwa $j \parallel k$.

$m\angle 3 + m\angle 6 = 180°$ (diketahui)

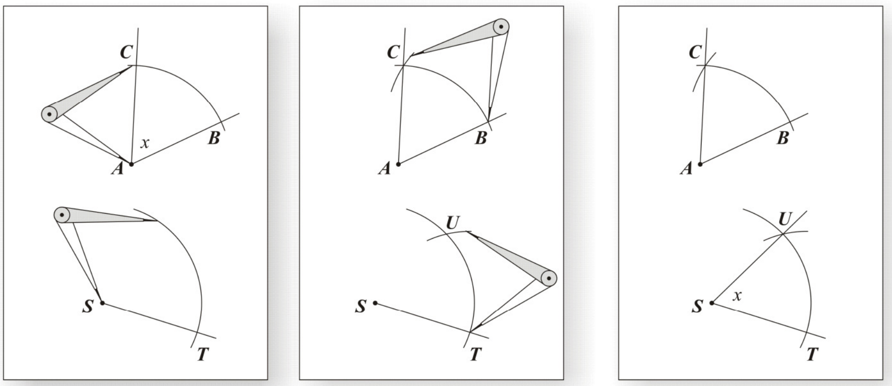
$m\angle 3 + m\angle 2 = 180°$ (sudut berpelurus)

Akibatnya $m\angle 2 = m\angle 6$, sehingga menurut postulat sejajar 2, maka garis $j \parallel k$. (terbukti).

E. KEGIATAN BELAJAR 5: Konstruksi Sudut dan Garis Sejajar

1. Bagaimana cara menyalin sebarang sudut tanpa menggunakan busur derajat?
2. Bagaimana melukis sudut 30°, 45°, 60° dan 90° tanpa menggunakan busur derajat?
3. Misalkan diberikan titik P di luar garis *MN*. Bagaimana melukis garis sejajar *MN* melalui *P*?
4. Bagaimana membagi ruas garis menjadi n bagian yang sama panjang?

1. Menyalin Sudut



Gambar. II-27 Menyalin sudut

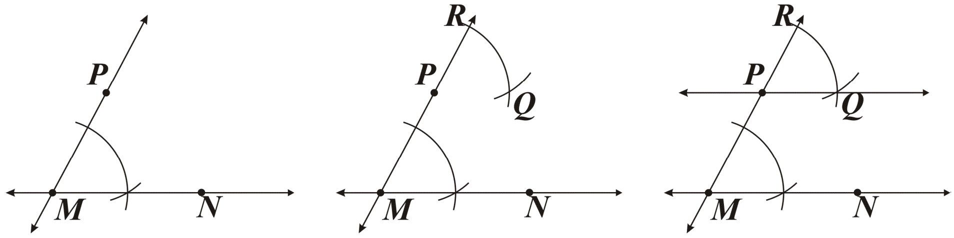
Langkah-langkah :

1) Lukis busur 1 berpusat di *A*, memotong kaki-kaki sudut di *B* dan *C* (Gambar. 1 atas).
2) Dengan jari-jari yang sama dengan busur 1, lukis busur 2 dengan pusat di *S* (Gambar. 1 bawah).

3) Lukis busur 3 berpusat di B, berjari-jari BC (Gambar. 2 atas).
4) Lukis busur 4 dengan jari-jari sama dengan busur 3 dan berpusat di T hingga memotong busur 3 di titik U (Gambar. 2 bawah).
5) Tarik sinar garis SU. Diperoleh $m\angle CAB = m\angle TSU$ (Gambar. 3).

Melalui proses menyalin sudut dan berbekal postulat kesejajaran 2, maka dimungkinkan untuk melukis garis sejajar melalui sebuah titik di luar garis dengan cara sebagai berikut:

1) Diberikan sebuah garis MN dan sebuah titik P di luar garis.
2) Tarik garis melalui P memotong garis MN (misalkan memotong di titik M).
3) Buat sudut RPQ yang besarnya sama dengan sudut PMN seperti pada gambar
4) Tarik garis melalui PQ, diperoleh garis PQ sejajar garis MN.

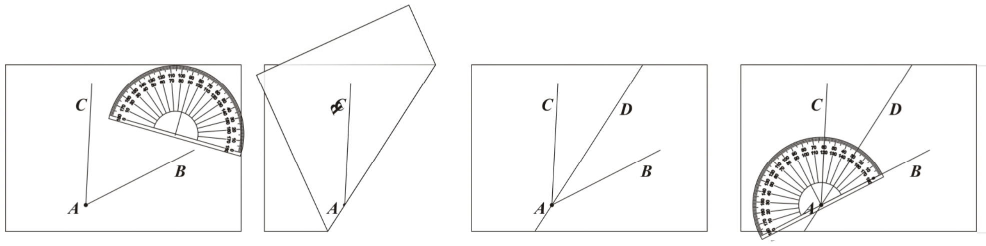


Gambar. II-28 Garis sejajar melalui sebuah titik di luar garis

2. Membagi dua suatu sudut

Aktivitas membagi sudut dengan melipat dengan langkah-langkah:

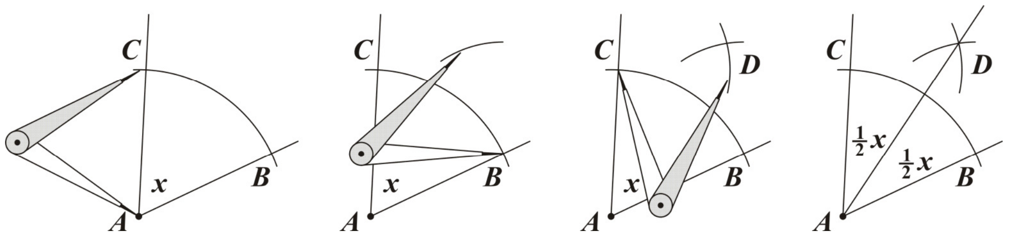
1) Siapkan selembar kertas tipis dan busur derajat. Lukis sebarang sudut ABC pada kertas.
2) Lipat kertas sedemikian rupa sehingga kaki-kaki sudut saling berimpit.
3) Buka kembali, letakkan titik D pada garis lipatan.
4) Ukur sudut ABD dan DBC, bandingkan besarnya. Anda akan mendapatkan kedua sudut ini sama besar.



a b c d

Gambar. II-29 Membuat garis bagi sudut dengan lipatan kertas

Garis lipatan seperti pada Gambar. II-29 merupakan garis bagi sudut CAB.



a b c d

Gambar. II-30 Melukis garis bagi sudut dengan mistar dan jangka

Berikut ini langkah-langkah melukis garis bagi sudut dengan mistar dan jangka.

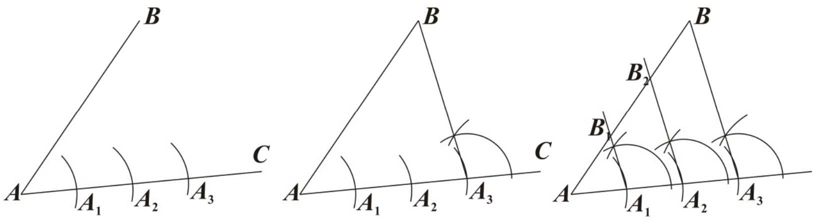
1) Lukis busur 1 berpusat di A dan memotong kaki-kaki sudut di B dan C (Gambar.II-30 a).
2) Lukis busur 2 berpusat di B (Gambar. II-30 b).
3) Dengan jari-jari sama dengan busur 2, lukis busur berpusat di C dan memotong busur 2 di D (Gambar. II-30 c).
4) Tarik garis melalui A dan D. Garis AD membagi $\angle CAB$ menjadi dua bagian sama besar, $m\angle CAD = m\angle DAB$ (Gambar. II-30 d).

3. Membagi ruas garis menjadi n bagian yang sama panjang

Misalkan diberikan ruas garis AB yang akan dibagi menjadi tiga bagian yang sama panjang. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1) Tarik garis melalui AC.

2) Dengan jari-jari busur yang sama, buat busur 1 berpusat di A dan memotong AC di A_1, busur 2 berpusat di A_1 dan memotong garis AC di A_2, serta busur 3 berpusat di A_2 dan memotong garis AC di A_3.
3) Tarik garis melalui B dan A_3.
4) Salin $\angle CA_3B$ ke titik A_2 dan A_1 dengan garis AC sebagai salah satu kakinya.
5) Perpanjang kaki-kaki sudut yang lain hingga memotong AB di B_1 dan B_2.
6) Diperoleh $AB_1 = B_1B_2 = B_2B = \frac{1}{3} AB$

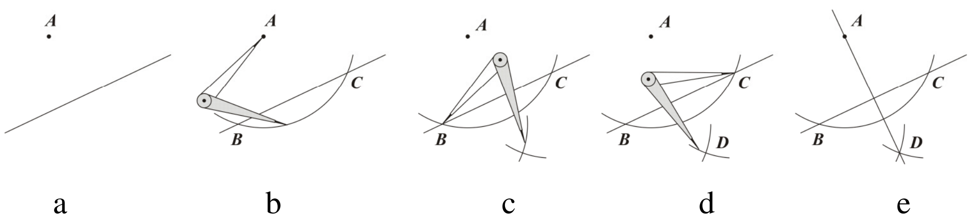


Gambar. II-31 Membagi ruas garis menjadi 2 bagian yang sama panjang

4. Melukis sudut siku-siku

a. Melalui titik di luar garis

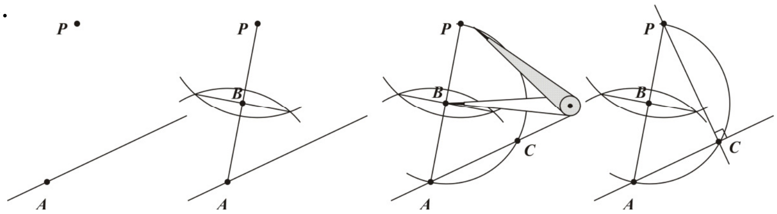
Cara 1.



Gambar. II-32 Melukis sudut siku-siku

1) Buat busur berpusat di A sehingga memotong garis di B dan C (Gambar. II-32 b).
2) Buat dua busur dengan jari-jari sama berpusat di A dan B sehingga berpotongan di D (Gambar. II-32 c dan Gambar. II-32 d).
3) Tarik garis dari A ke D. Diperoleh garis AD tegaklurus BC (Gambar. II-32 e).

Cara 2.

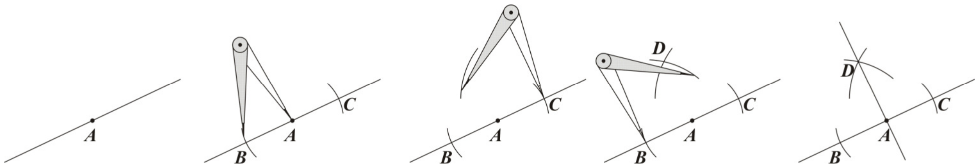


Gambar. II-33 Melukis sudut siku-siku

Langkah-langkah melukis sudut siku-siku melalui titik diluar garis:

1) Lukis melalui P memotong garis di *A* dan tentukan titik tengahnya (Gambar. II-33 b).
2) Buat busur berdiameter *AP* sehingga memotong garis di *C* (Gambar. II-33 c).
3) Tarik garis melalui *P* dan *C* (Gambar. II-33 d), diperoleh *PC* tegak lurus *AC*.

b. Titik pada garis

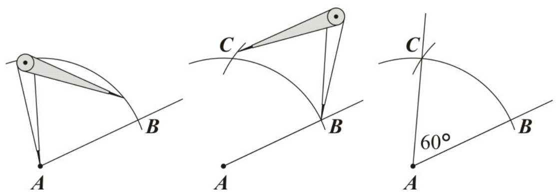


Gambar. II-34 Melukis sudut siku-siku

Langkah-langkah melukis sudut siku-siku melalui titik pada garis:

1) Buat busur berpusat di *A* sehingga memotong garis di *B* dan *C* (Gambar.II-34 b).
2) Buat dua busur berjari-jari sama dengan pusat di *B* dan di *C* sehingga berpotongan di *D* (Gambar. II-34 c dan Gambar. II-34 d).
3) Tarik garis dari *A* ke *D*. Diperoleh garis *AD* tegaklurus *BC*.

5. Melukis sudut 60°

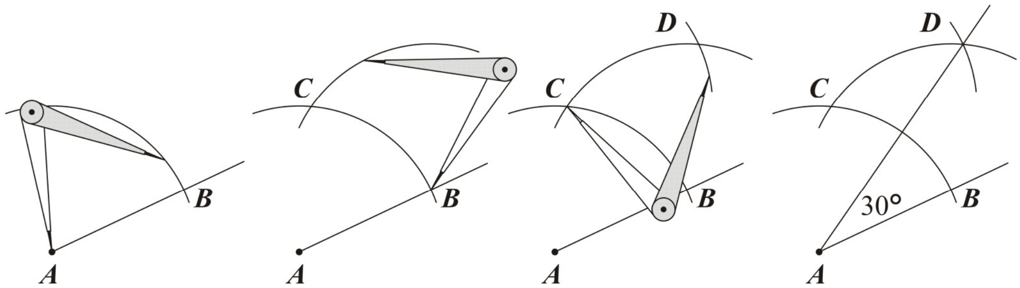


Gambar. II-35 Melukis sudut 60°

Langkah-langkah melukis sudut 60°.

1) Gunakan jari-jari yang sama untuk busur 1 dan 2.
2) Buat busur 1 berpusat di titik *A* memotong garis di titik *B*.
3) Buat busur 2 berpusat di *B* hingga memotong busur 1 di *C*.
4) Tarik garis melalui *A* dan *C*, maka terbentuk $\angle CAB$ yang besarnya 60°.

6. Melukis sudut 30°

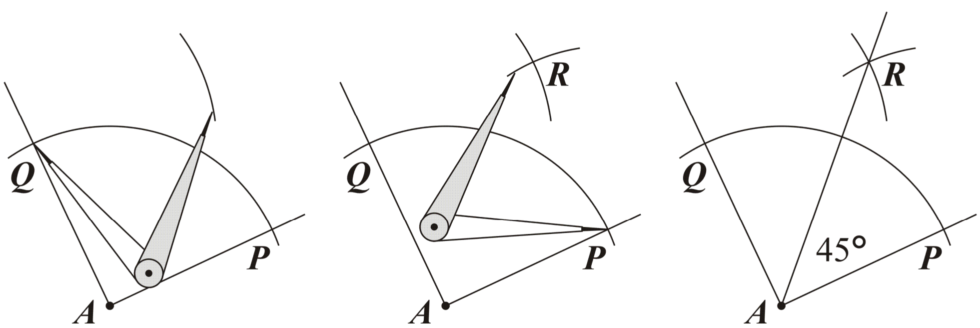


Gambar. II-36 Melukis sudut 30°

Langkah-langkah melukis sudut 30°.

1) Gunakan jari-jari yang sama untuk semua busur yang dibuat.
2) Lukis busur 1 berpusat di *A* hingga memotong garis di *B*.
3) Lukis busur 2 hingga memotong busur 1 di *C*.
4) Lukis busur 3 hingga memotong busur 2 di *D*.
5) Tarik garis melalui *A* dan *D*, maka terbentuk sudut *BAD* yang besarnya 30°.

7. Melukis sudut 45°

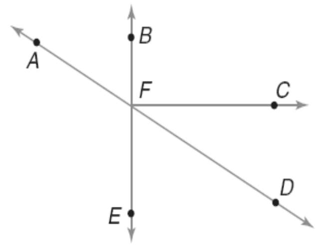


Gambar. II-37 Melukis sudut 45°

Melukis sudut 45° dapat dilakukan dengan melukis sudut siku-siku terlebih dahulu, kemudian dibagi dua sama besar.

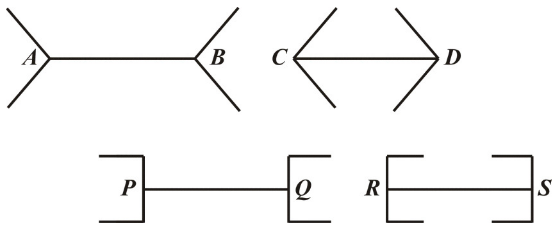
Soal Latihan

1. Gunakan gambar di samping untuk memberikan contoh-contoh yang diminta, $\angle EFC$ siku-siku.



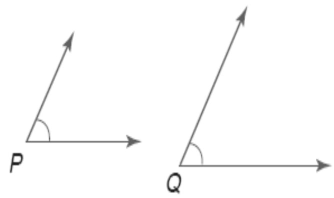
   a. Dua buah garis
   b. Tiga buah sinar garis
   c. Tiga buah ruas garis
   d. Titik yang tidak terletak pada ruas garis AD.
   e. Garis yang tidak memuat titik E.
   f. Sinar yang berpangkal di A.
   g. Ruas garis yang memuat titik F (7 ruas garis).
   h. Tiga titik segaris.
   i. Tiga titik tidak segaris.
   j. Sudut yang saling berpelurus.
   k. Sudut yang saling berpenyiku.
   l. Sudut yang bertolak belakang.
   m. Ada berapa banyak sudut refleks.

2. Tebaklah, di antara $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{PQ}$ dan $\overline{RS}$, ruas garis mana yang lebih panjang, kemudian lakukan pengukuran dengan jangka atau mistar.

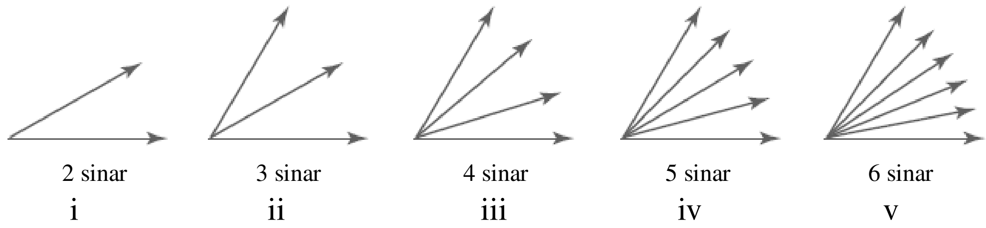


3. Tunjukkan bahwa jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis lain, maka
   a. sudut dalam berseberangan sama besar.
   b. sudut-sudut dalam sepihak saling berpelurus.
   c. sudut luar sepihak saling berpelurus

4. Bandingkan besar kedua sudut ini. Berikan penjelasan.



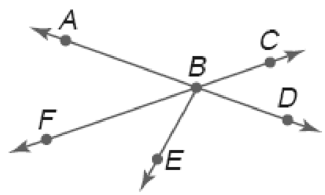
5. Untuk soal-soal berikut ini gunakan informasi yang diberikan. Setiap gambar berikut menunjukkan sinar-sinar berpangkal sama yang tak segaris.



   a. Tentukan banyak sudut untuk setiap gambar.
   b. Buatlah dugaan (konjektur) untuk banyak sudut yang terjadi jika diberikan 7 sinar berpangkal sama dan tak segaris. Bagaimana jika diberikan 10 sinar serupa?
   c. Tulis rumus banyak sudut yang terbentuk jika diberikan *n* sinar tak segaris dan berpangkal di titik yang sama.

6. Jelaskan, bagaimana mengetahui besar suatu sudut dengan menggunakan busur derajat.

7. Gunakan busur derajat dan gambar di samping.



   a. Sebutkan pasangan sudut lancip bertolak belakang.
   b. Sebutkan pasangan sudut tumpul berdekatan.

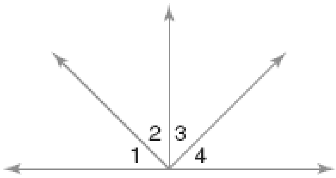
8. Tentukan pernyataan berikut apakah kadang-kadang benar, selalu benar, atau tidak mungkin benar.

   a. Jika dua sudut saling berpelurus dan salah satunya sudut lancip, maka yang lain sudut tumpul.
   b. Jika dua sudut saling berpenyiku, maka keduanya sudut lancip.

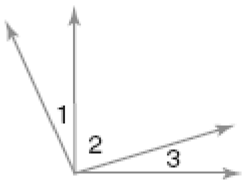
c. Jika ∠*A* pelurus ∠*B* dan ∠*B* pelurus ∠*C*, maka ∠*A* merupakan pelurus ∠*C*.

d. Jika ruas garis *PN* tegak lurus ruas garis PQ, maka ∠*NPQ* sudut lancip.

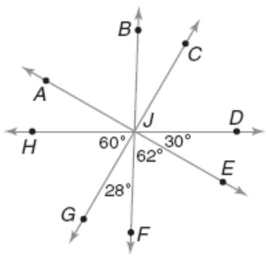
9. Sudut 1 dan 2 saling berpenyiku, demikian juga dengan sudut 1 dan 3. Jelaskan hubungan antara sudut 2 dan sudut 3.



10. Jika ∠1 komplemen ∠2, ∠3 komplemen ∠2, dan $m\angle 1 = 28°$, maka berapakah $m\angle 2$ dan $m\angle 3$?

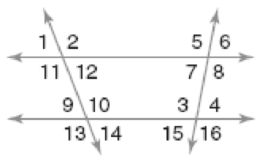


11. Mengacu ke gambar di samping, jelaskan garis-garis mana saja yang saling tegak lurus?

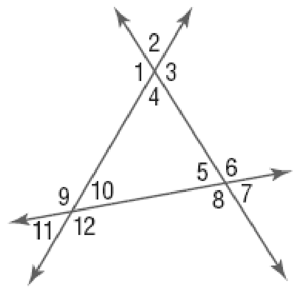


12. Cocokkan antara sudut dengan kondisi sesuai pada gambar

a.	∠5 dan ∠16	i.	Sudut bersesuaian
b.	∠9 dan ∠3	ii.	Sudut dalam sepihak
c.	∠10 dan ∠13	iii.	Sudut dalam berseberangan
d.	∠11 dan ∠9	iv.	Sudut luar berseberangan
e.	∠2 dan ∠7	v.	Sudut bertolak belakang



13. Temukan dimana letak kesalahannya. Julia dan Indra mencari sudut dalam berseberangan untuk gambar di samping. Salah satu sudutnya harus $\angle 4$. Siapa yang menjawab dengan benar?



Julia	Indra
$\angle 4$ dan $\angle 9$	$\angle 4$ dan $\angle 10$
$\angle 4$ dan $\angle 6$	$\angle 4$ dan $\angle 5$

14. Lukis dengan jangka dan penggaris.

    a. Sudut 75°.

    b. Sudut 22,5°

    c. Sudut 15°.

Refleksi:

Setelah mempelajari tentang garis, sudut, dan hubungan-hubungannya apakah Anda telah menguasainya? Apakah Anda dapat mengerjakan soal-soal latihan yang diberikan? Jika belum, jangan segan-segan untuk mengulanginya, berdiskusi dengan teman sejawat, dan memperbanyak membaca berbagai buku referensi. Akan lebih baik lagi jika Anda sering menggali permasalahan dan kesulitan yang dihadapi oleh siswa dan kemudian berusaha mengatasinya.

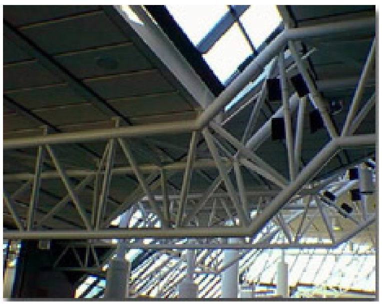
BAB III
SEGITIGA DAN SEGI EMPAT

Setelah pada bab II dipelajari tentang garis dan sudut, pada bab III ini akan dibahas mengenai segitiga dan segi empat. Sebelum mempelajari lebih lanjut tentang segitiga dan segi empat ada baiknya Anda melakukan percobaan berikut:

1) Potong sedotan (pipet) sepanjang 6, 8, dan 10 cm. Masukkan benang ke dalamnya kemudian eratkan dan ikat ujung-ujungnya sehingga membentuk segitiga.
2) Buatlah segitiga dengan sedotan seperti di atas sekali lagi. Bandingkan hasilnya.
3) Ambil sedotan dan potong dengan panjang 4, 6, 8, dan 10 cm. Masukan benang ke sedotan dengan urutan yang sama (4, 6, 8, dan 10) kemudian eratkan dan ikat ujung-ujungnya. Anda mendapatkan sebuah segi empat.
4) Ulangi langkah di atas untuk membuat sebuah segi empat lagi. Jika memungkinkan segi empat yang bentuknya berbeda.

Berdasarkan aktivitas di atas, selidikilah:

1) Dapatkah Anda membuat dua segitiga dengan panjang sisi sama persis tetapi bentuknya berbeda? Cobalah memberi penjelasan.
2) Dapatkah Anda membuat dua segi empat dengan panjang sisi yang sama persis tetapi berbeda bentuk? Cobalah memberikan penjelasan.



Sumber gambar: *http://vcity.ou.edu/demoModules/analysis/truss/truss1.jpg*

Segitiga mempunyai sifat yang "kaku" sehingga bentuk ini banyak digunakan untuk menambah kekuatan suatu struktur dalam aplikasi-aplikasi nyata. Sebagai contoh struktur kerangka bangunan pada gambar menggunakan rangkaian-rangkaian segitiga.

Adapun segi empat memiliki sifat yang "tidak kaku", sehingga banyak diterapkan dalam aplikasi-aplikasi mekanis seperti dongkrak, pantograf kereta listrik, mekanisme pemindah rantai pada sepeda balap, dan lain-lain.

Melalui pembahasan dalam bab ini diharapkan pembaca

1) Mampu menjelaskan pengertian segitiga dan segi empat, beserta unsur-unsur dan sifat-sifatnya.
2) Mampu melukis segitiga dan segi empat berdasarkan unsur-unsur yang diketahui dengan menggunakan jangka dan penggaris.

Sifat-sifat segitiga dan segi empat pada bab ini diperoleh melalui aktivitas konfirmatif. Hal ini dilakukan karena untuk membuktikan sifat-sifat segitiga dan segi empat diperlukan prinsip kekongruenan yang baru dibahas di kelas IX.

Untuk memudahkan dalam pencapaian kemampuan di atas, materi bab dalam bab ini dibagi menjadi beberapa Kegiatan Belajar (KB).

Kegiatan Belajar 1 : Pengertian, Jenis-jenis dan Sifat-sifat Segitiga

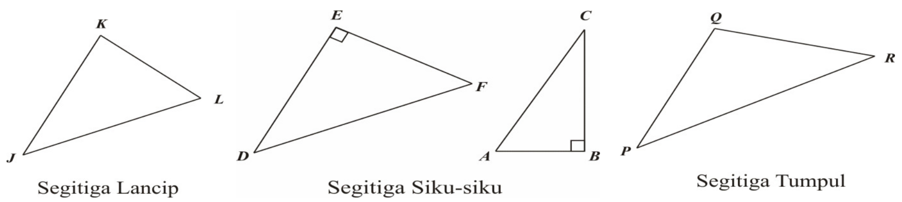
Kegiatan Belajar 2 : Garis-garis Istimewa dalam Segitiga, Melukis Segitiga dan Postulat Kongruen

Kegiatan Belajar 3 : Pengertian, Jenis-jenis, dan Sifat-sifat Segi Empat

A. KEGIATAN BELAJAR 1: Pengertian, Jenis-jenis dan Sifat-sifat Segitiga

1. Apakah yang dimaksud dengan segitiga?

1. Pada gambar di bawah, segitiga manakah yang memiliki sisi miring?



2. Bagaimana klasifikasi segitiga menurut sudut dan panjang sisinya?
3. Dapatkah Anda melukis segitiga yang panjang sisinya 4, 3, dan 8?
4. Benarkah jumlah sudut suatu segitiga 180°? Lalu bagaimana dengan kasus ini: Seseorang terbang dari dari titik *A* di kutub utara ke arah selatan sejauh 100 km di titik *B*. Dari titik *B* ini kemudian ia berbelok ke arah timur 100 km menuju titik *C*. Kemudian dilanjutkan ke arah utara kembali 100 km dan ia kembali ke tempat semula. Perhatikan bahwa jalur yang dilalui membentuk segitiga dengan sudut *B* dan *C* sebesar 90°, sehingga $m\angle B + m\angle C = 180°$. Akibatnya pada segitiga tersebut $m\angle A + m\angle B + m\angle C > 180°$. Bagaimana penjelasan hal ini?

Berikut ini beberapa pengertian segitiga yang diambil dari beberapa buku.

Dalam buku *School Geometry*:

A triangle is a plane figure bounded by three straight lines.

Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga garis lurus.

Dalam buku *McDougall* diberikan pengertian segitiga melalui pengenalan poligon terlebih dahulu. Berikut pengertian poligon dan segitiga dalam buku tersebut:

In geometry, a figure that lies in a plane is called a plane figure. A polygon is a closed plane figure with the following properties.

1. *It is formed by three or more line segments called sides.*
2. *Each side intersects exactly two sides, one at each endpoint, so that no two sides with a common endpoint are collinear.*

Terjemahan bebasnya:

Pada geometri, bangun yang terletak pada bidang datar dinamakan sebagai bangun datar. Poligon merupakan bangun tertutup dengan sifat-sifat berikut.

1. Dibentuk oleh tiga atau lebih ruas garis yang disebut sisi.
2. Setiap sisi berpotongan dengan tepat dua sisi, masing-masing satu di ujungnya, sedemikian rupa sehingga tidak ada dua sisi berujung sama yang segaris.

Selanjutnya *McDougall* menyatakan segitiga sebagai poligon yang memiliki tiga sisi.

Pengertian segitiga dalam buku yang ditulis oleh A. Wagiyo, dkk:

Diberikan tiga buah titik A, B, dan C yang tidak segaris. Titik A dihubungkan dengan B, titik B dihubungkan dengan titik C, dan titik C dihubungkan dengan titik A. Bangun yang terbentuk disebut segitiga.

Perhatikan ketiga definisi segitiga di atas antara definisi segitiga dalam buku *School Geometry* yang mendefinisikan segitiga termasuk daerah di dalamnya. Sedangkan *McDougall* mendefinisikan segitiga melalui pengertian poligon. Sementara itu, A. Wagiyo memberikan pengertian segitiga melalui titik A, B, dan C yang tak segaris.

Pada segitiga ABC ruas garis AB, BC, dan AC dinamakan sebagai sisi, sedangkan titik-titik A, B, dan C sebagai titik sudut. Segitiga diberi nama berdasarkan titik-titik sudutnya. Sehingga segitiga ABC (dilambangkan dengan ΔABC), ΔBCA, ΔCAB, dan ΔACB menunjuk ke segitiga yang sama.

2. Jenis-jenis Segitiga

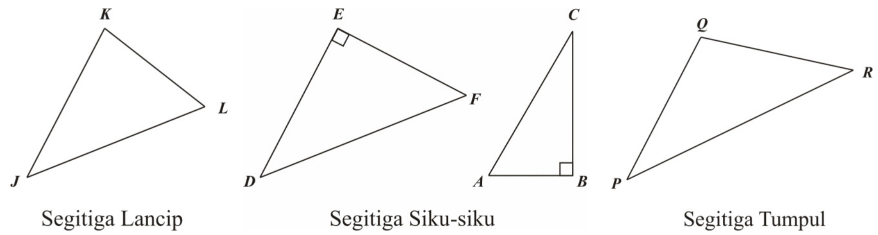
a. Jenis segitiga berdasarkan besar sudutnya.

1) Segitiga lancip (*acute triangle)*: Segitiga yang semua sudutnya kurang dari 90°.

2) Segitiga siku-siku (*right triangle*): Segitiga yang salah satu sudutnya 90°.

Pada segitiga siku-siku DEF dengan $m\angle E$ = 90°, sisi ED dan EF disebut sebagai sisi siku-siku (kedua sisi siku-siku saling tegak lurus) dan sisi di depan sudut E disebut sebagai sisi miring (*hypotenusa*).

3) Segitiga tumpul (*obtuse triangle*): segitiga yang salah satu sudutnya lebih besar dari 90°.

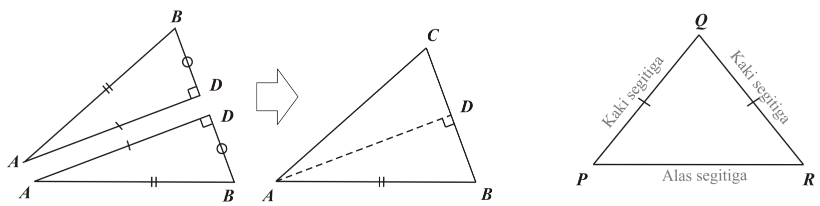


Gambar. III-1 Macam-macam segitiga menurut besar sudutnya

b. Jenis-jenis segitiga dilihat dari panjang sisinya.

1) Segitiga sebarang (*scalene triangle*), segitiga yang sisi-sisinya tidak ada yang sama panjang.

2) Segitiga samakaki (*isosceles triangle*), segitiga yang dua sisinya sama panjang. Sisi yang sama panjang disebut sebagai *kaki*, sedangkan sisi lainnya sebagai *alas*. Sudut yang terletak pada pertemuan kedua kaki segitiga disebut sebagai *sudut puncak*, sedangkan sudut lainnya disebut sebagai *sudut alas*.

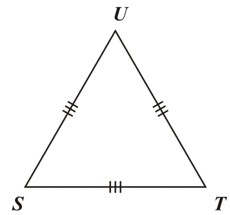


Gambar. III-2 Segitiga samakaki

Segitiga sama kaki dapat dibentuk dengan menggabungkan dua segitiga siku-siku yang kongruen seperti pada gambar di bawah. Jika segitiga *ABC* dilipat menurut garis *AD*, maka titik *A* berimpit dengan *A* sendiri, titik *B* berimpit dengan *C*, dan titik *D* berimpit dengan *D* sendiri. Hal ini menunjukkan bahwa garis *AD* merupakan sumbu simetri dari segitiga *ABC*

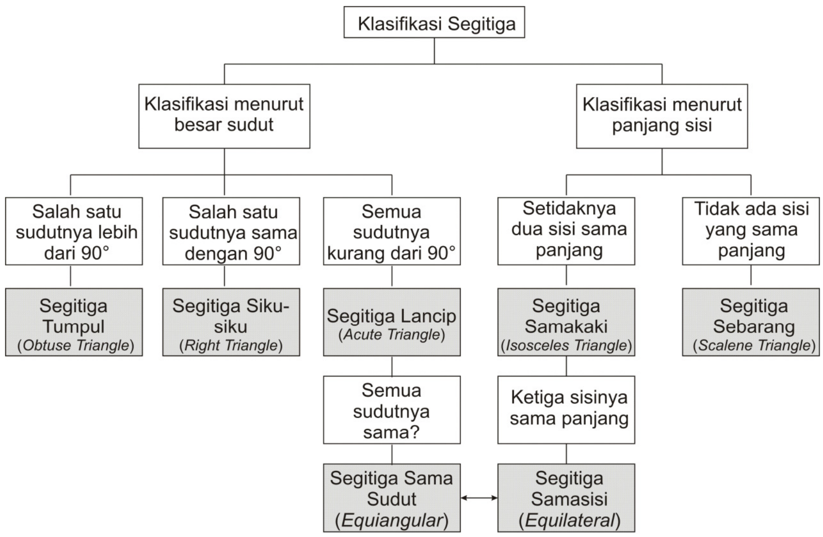
3) Segitiga samasisi (*equilateral triangle*): Segitiga yang semua sisinya sama panjang. Dengan memandang segitiga sama sisi *sebagai* segitiga

samakaki (dua sisi sebagai kaki, dan satu sisi lainnya sebagai alas), maka dapat ditunjukkan bahwa segitiga samasisi memiliki tiga sumbu simetri. Dapat ditunjukkan juga bahwa ketiga sumbu simetri ini berpotongan di satu titik (misal titik *O*) dan membentuk sudut 120°. Dari sini dapat disimpulkan juga bahwa segitiga samasisi memiliki simetri putar tingkat 3. Artinya jika segitiga tersebut diputar dengan pusat *O* akan menempati posisinya dengan tiga cara.



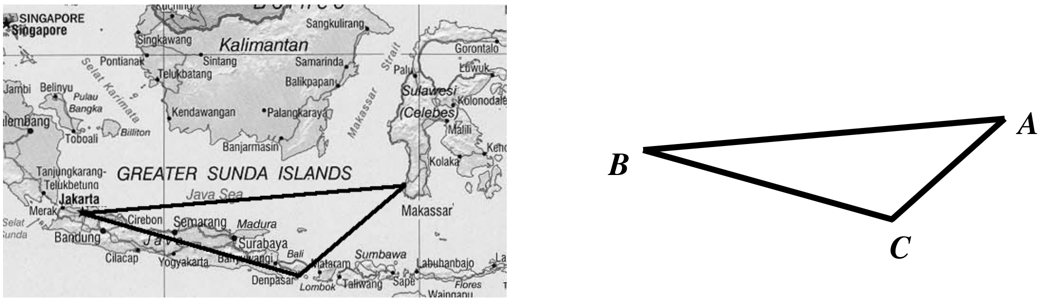
Gambar. III-3 Segitiga sama sisi

c. Skema klasifikasi segitiga



3. Ketaksamaan Segitiga

Perhatikan peta berikut ini. Jika Anda ingin bepergian dari Makassar ke Jakarta, tentunya jalur yang terpendek adalah Makassar-Jakarta, daripada Makassar-Denpasar-Jakarta. Demikian juga jika Anda akan bepergian dari Makassar ke Denpasar, maka jalur Makassar-Denpasar akan lebih pendek jika dibandingkan jalur Makassar-Jakarta-Denpasar. Fakta ini membawa ke suatu kesimpulan bahwa dikarenakan jarak terpendek antar dua titik adalah panjang ruas garis yang menghubungkannya.



Gambar. III-4 Jalur terpendek Makassar-Jakarta

Pada segitiga ABC, panjang $\overline{AB}$ merupakan jarak terpendek dari A ke B. Dengan demikian $AB < AC + CB$. Dengan alasan yang sama, $BC < BA + AC$, dan $AC < AB + BC$. Akibatnya dalam suatu segitiga berlaku:

Jumlah panjang dua sisi segitiga selalu lebih panjang dari sisi yang lain

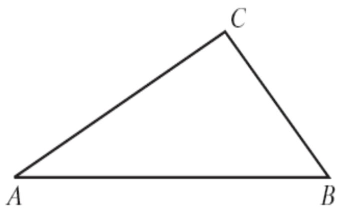
Atau dapat juga dinyatakan:

Pada suatu segitiga ABC berlaku:

$AC + CB > AB$

$AB + BC > AC$

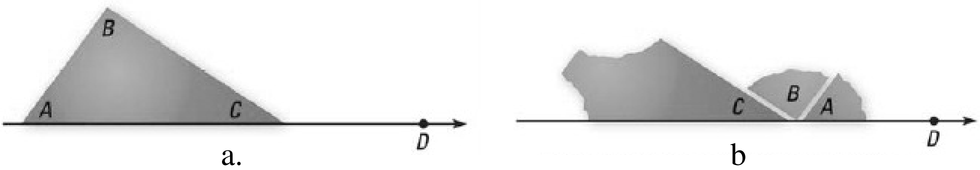
$AB + AC > BC$



Gambar. III-5 Ketaksamaan segitiga

Dengan ketentuan ini, tidak mungkin membentuk segitiga yang panjang sisinya 4, 5, dan 10 karena ada satu syarat yang tidak dipenuhi karena $4 + 5 < 10$.

4. Jumlah sudut dalam satu segitiga



a. b

Gambar. III-6 Jumlah sudut segitiga

Lakukan aktivitas berikut

1) Potonglah beberapa lembar kertas untuk mendapatkan bentuk segitiga yang berlainan.
2) Untuk setiap segitiga, himpitkan salah satu sisinya pada sebuah garis, seperti terlihat pada Gambar. III-6 a.
3) Pada masing-masing segitiga, potong/sobek pada salah satu sudut yang menempel ke garis dan satu sudut lagi yang tidak menempel ke garis. Kemudian gunakan untuk mengisi sudut luar yang masih utuh seperti terlihat pada Gambar. III-6 b.
4) Amati hasil yang terjadi, ternyata jumlah sudut segitiga besarnya 180°.

Sifat 1 Segitiga: Jumlah besar sudut segitiga adalah 180°.

Harus dicatat bahwa jumlah besar sudut segitiga adalah 180° berlaku untuk sistem geometri bidang datar (Geometri Euclid), adapun pada kasus yang diceriterakan, segitiga yang terbentuk adalah segitiga di permukaan bola. Aturan-aturan kesejajaran pada geometri Euclid tidak berlaku pada permukaan bola, dan ini memicu munculnya sistem-sistem geometri yang lain yang disebut sebagai sistim geometri non-Euclid. Pembahasan mengenai sistem geometri non-Euclid merupakan materi matematika tingkat lanjut.

B. KEGIATAN BELAJAR 2: Garis-garis Istimewa dalam Segitiga, Melukis Segitiga dan Postulat Kongruen.

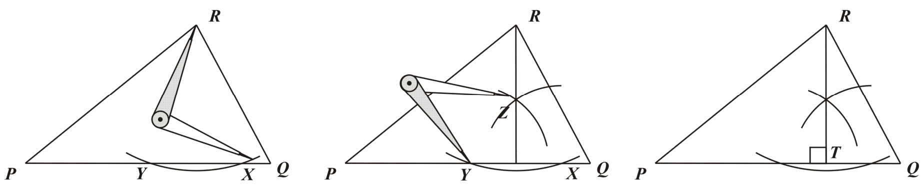
1. Mengapa garis tinggi dalam sebuah segitiga ada tiga buah? Bukankah garis tinggi selalu ditarik tegak dari atas ke bawah (vertikal)? Selanjutnya apakah yang dimaksud dengan garis tinggi?
2. Bagaimana melukis garis tinggi suatu segitiga?
3. Apa yang dimaksud dengan garis berat? Bagaimana melukisnya?
4. Apa yang dimaksud dengan garis bagi suatu segitiga? Bagaimana melukisnya?

1. Garis-garis Istimewa dalam Segitiga

a. Garis tinggi

Ikuti petunjuk berikut ini

1) Lukis busur berpusat di R hingga memotong $\overleftrightarrow{PQ}$ di X dan Y.
2) Buat 2 busur berjari-jari sama (lebih besar dari $\frac{1}{2}XY$) masing-masing berpusat di X dan Y. Namakan titik potong kedua busur ini dengan Z
3) Tarik garis melalui R dan Z hingga memotong PQ di T. Perhatikan bahwa garis RT merupakan tegak lurus garis PQ, sehingga RT merupakan jarak terpendek dari R ke sisi PQ. Garis RT dinamakan sebagai garis tinggi segitiga ABC.



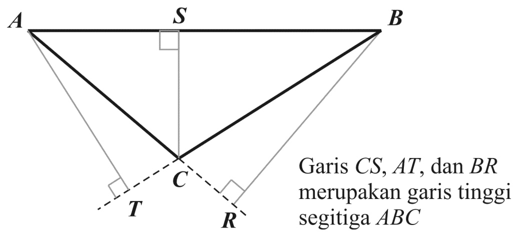
a. b. c.

Gambar. III-6 Melukis garis tinggi segitiga

4) Cobalah Anda membuat dua garis tinggi yang lain pada segitiga yang sama. Anda mungkin perlu memperpanjang sisi segitiga untuk menemukan titik potong antara busur dengan sisi segitiga.

Dari kegiatan di atas, apakah yang dimaksud dengan garis tinggi (*altitude*)?

Garis tinggi suatu segitiga merupakan garis yang melalui suatu titik sudut dan tegak lurus terhadap garis yang memuat sisi di depan sudut tersebut.



Gambar. III-7 Garis-garis tinggi segitiga

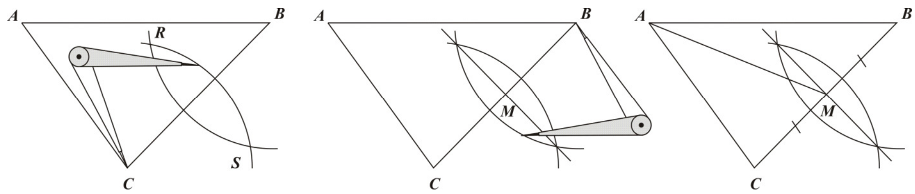
Cobalah untuk menemukan garis tinggi segitiga siku-siku.

Sesuai dengan definisinya, garis tinggi tidak selalu dalam posisi vertikal, tetapi dapat juga miring, bahkan horizontal. Sebagai ilustrasi, misalkan tinggi Doni 1,5 meter, tentunya tinggi Doni tidak berubah ketika ia tidur dan tetap diukur dari ujung kaki sampai ujung kepala. Karena segitiga memiliki tiga titik sudut yang dapat dianggap sebagai puncak maka garis tinggi segitiga ada tiga buah. Garis-garis tinggi suatu segitiga berpotongan di satu titik, yang disebut sebagai *orthocenter*. Cobalah untuk menemukan garis tinggi segitiga siku-siku.

b. Garis berat

Ikuti langkah-langkah berikut.

1) Pada segitiga ABC, lukis busur dengan jari-jari sama (lebih besar dari $\frac{1}{2}BC$), masing-masing berpusat di B dan C hingga keduanya berpotongan di R dan S.
2) Tarik garis melalui R dan S hingga memotong sisi BC di M. Titik M ternyata merupakan titik tengah ruas garis BC.
3) Tarik garis melalui A dan M. Garis AM ini merupakan garis berat segitiga ABC.
4) Ulangi langkah di atas untuk mendapatkan garis berat yang melalui titik sudut yang lain.

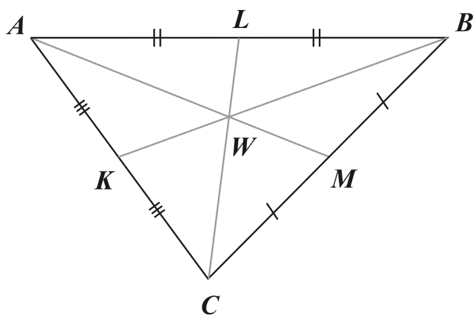


Gambar. III-8 Melukis garis berat segitiga.

Apakah yang dimaksud dengan garis berat?

Garis berat adalah garis yang melalui titik sudut segitiga dan titik tengah sisi di depannya.

Karena segitiga memiliki tiga sudut, maka terdapat tiga garis berat dalam sebuah segitiga. Ketiga garis berat ini berpotongan di satu titik yang disebut sebagai titik berat (*centroid*). Titik berat ini merupakan pusat kesetimbangan segitiga. Jika sebuah segitiga digantungkan tepat pada titik beratnya, maka segitiga tersebut akan berada pada posisi horisontal.



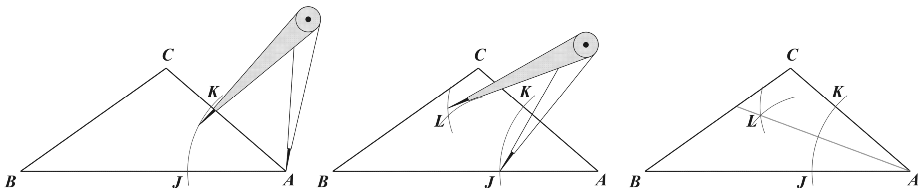
Gambar. III-9 Garis berat segitiga

c. Garis bagi sudut suatu segitiga

Ikuti langkah-langkah berikut

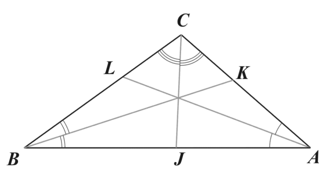
1) Pada segitiga ABC, lukis busur berpusat di A hingga memotong sisi AB dan AC berturut-turut di J dan K.
2) Buat dua busur berjari-jari sama masing-masing berpusat di J dan K hingga keduanya berpotongan di titik L.

3) Tarik garis melalui A dan L. Garis ini merupakan garis bagi sudut segitiga.



Gambar. III-10 Melukis garis bagi sudut segitiga

4) Ulangi langkah di atas untuk mendapatkan garis bagi sudut yang melalui titik B dan C.



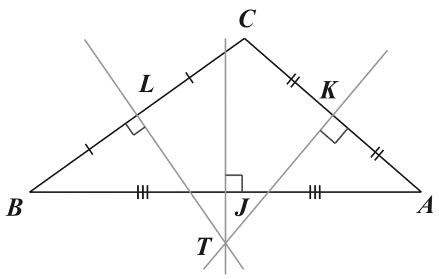
Gambar. III-11 Garis bagi segitiga

Apa yang dimaksud dengan garis bagi sudut? **Garis bagi sudut** suatu segitiga adalah garis yang membagi sudut dalam suatu segitiga sehingga menjadi dua bagian yang sama besar.

Berdasarkan ketentuan ini, terdapat tiga garis bagi sudut suatu segitiga. Garis bagi sudut segitiga berpotongan di satu titik yang disebut *incenter* segitiga. Titik ini merupakan titik pusat lingkaran dalam segitiga (lingkaran di dalam segitiga yang menyinggung semua sisinya)..

d. Garis sumbu segitiga (*perpendicular bisector of a side of a triangle*)

Garis sumbu segitiga merupakan garis bagi tegak lurus setiap sisi segitiga tersebut. Ketiga garis sumbu ini berpotongan di satu titik yang juga merupakan pusat lingkaran luar segitiga (lingkaran yang melalui semua titik sudut segitiga).



Gambar. III-12 Garis sumbu segitiga

2. Melukis Segitiga

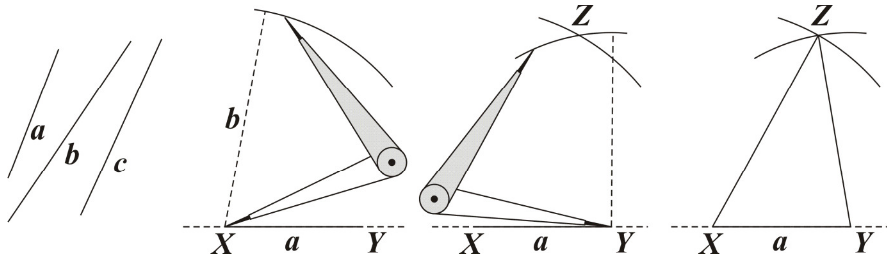
1. Dapatkah Anda melukis segitiga jika diketahui ketiga sisinya (ss-ss-ss)?
2. Dapatkah Anda melukis segitiga jika diketahui dua sisi dan sebuah sudut apitnya (ss-sd-ss)?
3. Dapatkah Anda melukis segitiga jika diketahui sudut sisi sudutnya (sd-ss-sd)?
4. Dapatkah Anda melukis segitiga jika diketahui sudut-sudut-sisinya?

a. Melukis segitiga jika diketahui panjang ketiga sisinya (ss-ss-ss/SSS)

Diberikan 3 ruas garis dengan panjang a, b, dan c.

1) Dengan bantuan jangka dan penggaris lukis ruas garis XY dengan panjang a.
2) Buat busur 1 berpusat di X berjari-jari b.
3) Lukis busur 2 berpusat di Y berjari-jari c hingga memotong busur 1 di titik Z.

4) Lukis segitiga *XYZ*.



Gambar. III-13 Melukis segitiga dengan sisi a, b, dan c

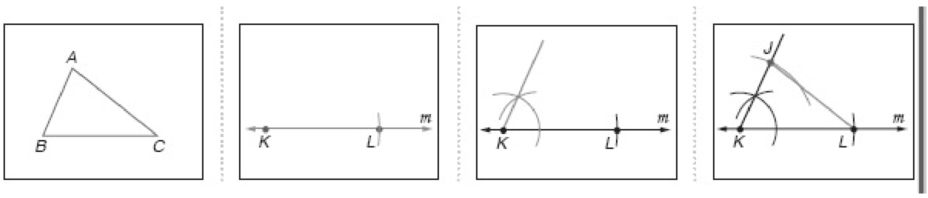
Jika Anda membuat segitiga lain dengan panjang sisi *a*, *b*, *c*, maka segitiga tersebut akan sama persis dengan segitiga *XYZ*. Hal ini membimbing ke arah postulat I kekongruenan dua segitiga.

> **Postulat I Kekongruenan.**
>
> Dua segitiga kongruen jika ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang (ss-ss-ss atau *s-s-s*).

b. Melukis segitiga jika diketahui dua sisi dan sudut di antara kedua sisi (sudut apit) (ss-sd-ss)

Ikuti langkah-langkah berikut:

1) Lukis ruas garis *KL* sepanjang *a*.
2) Salin $\angle 1$ yang diberikan ke sudut *K* dengan *KL* sebagai salah satu kakinya.
3) Lukis busur berjari-jari *b*, berpusat di *K* hingga memotong kaki $\angle 1$ di *J*.
4) Lukis segitiga *JKL*.



Gambar. III-14 Melukis segitiga jika diberikan dua sisi dan satu sudut apit

Hanya ada satu macam segitiga yang dapat dibuat berdasarkan informasi yang diberikan. Ini mengantarkan kita ke postulat II kekongruenan dua segitiga.

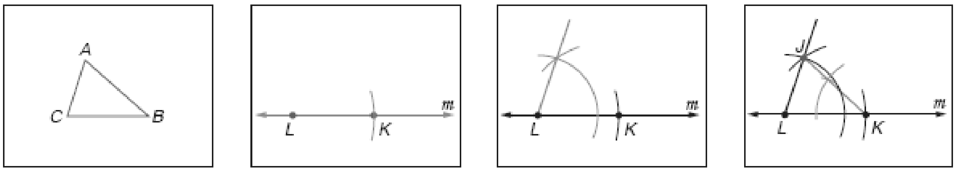
Postulat II Kekongruenan

Jika dua sisi dan sebuah sudut di antara keduanya pada suatu segitiga kongruen dengan dua sisi dan sudut di antaranya pada segitiga yang lain, maka kedua segitiga tersebut kongruen.

c. Diketahui dua sudut dan sisi di antaranya (sd-ss-sd)

Ikuti langkah-langkah berikut:

1) Lukis ruas garis *KL* sepanjang *a*.
2) Salin ∠1 ke sudut *K* dengan *KL* sebagai salah satu kakinya.
3) Salin ∠2 ke sudut L dengan *KL* sebagai salah satu kakinya.
4) Perpanjang kaki-kaki sudut yang terbentuk hingga berpotongan di titik *J*.
5) Lukis segitiga *JKL*.



Gambar. III-15 Melukis segitiga jika diberikan dua sisi dan satu sudut apit

Hanya ada satu macam segitiga yang dapat dibuat jika diberikan dua sudut dan satu sisi di antara kedua sudut (sd-ss-sd/*ASA*)

Postulat III Kekongruenan

Jika dua sudut dan sisi di antara dua sudut pada suatu segitiga kongruen dengan dua sudut dan satu sisi di antara dua sudut pada segitiga yang lain, maka kedua segitiga tersebut kongruen.

d. Diketahui dua sudut dan satu sisi tidak di antara dua sudut (sd-sd-ss/*AAS*/*Angle-Angle-Side*)

Misalkan Anda diminta untuk melukis segitiga *ABC* dengan ∠*A*, ∠*B* dan sisi *BC* diberikan (diketahui sudut-sudut-sisi). Untuk melukis segitiga ini, kita perlu membuat sketsa terlebih dahulu agar diketahui unsur-unsur segitiga yang diperlukan untuk melukisnya (ss-ss-ss, ss-sd-ss, atau sd-ss-sd). Berdasar informasi yang diberikan, diberikan dua sudut dan satu sisi tidak di antara dua sudut, maka sudut yang ketiga dapat ditemukan dengan menggunakan sifat jumlah besar sudut segitiga 180°.

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°.$

$m\angle C = 180° - m\angle B - m\angle A.$

Dengan demikian segitiga di atas dapat dilukis berdasarkan unsur yang dapat diketahui yaitu $\angle B$, sisi BC, dan $\angle C$ (sd-ss-sd).

C. KEGIATAN BELAJAR 3 : Pengertian, Jenis-jenis, dan Sifat-sifat Segi Empat

Gambar. III-16 Susunan Segi Empat yang Membentuk Kerangka Atap.

Beberapa segi empat memiliki sifat-sifat khusus. Sebagai contoh, bentuk rangka atap suatu piramida seperti pada Gambar.III-16 terbentuk susunan segi empat dengan panjang sisi yang sama. Bangun tersebut dapat diperoleh dari dua segitiga sama kaki yang dicerminkan sepanjang alasnya. Bangun ini merupakan salah satu dari berbagai macam jenis segi empat. Pada bagian ini akan dibahas tentang apa yang dimaksud dengan segi empat, jenis-jenis dan sifatnya.

1. Pengertian segi empat

Terdapat berbagai macam cara untuk mendeskripsikan segi empat. Beberapa diantaranya seperti berikut ini.

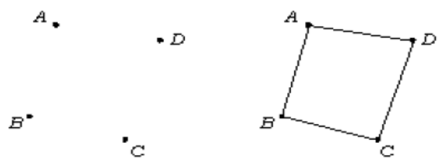
Dalam *McDougall*, *Amsco*, segi empat (*quadrilateral*) merupakan poligon dengan empat sisi. Tidak ada masalah dengan pengertian ini.

Sekarang kita cermati pengertian segi empat oleh Wagiyo yang memberikan pengertian segi empat berdasarkan sifat-sifat sebagai berikut:

- Dibentuk oleh 4 sisi
- Memiliki 4 sudut

- Diberikan 4 titik pada bidang datar, tidak ada tiga titik yang segaris maka dapat dibentuk segi empat dengan cara menghubungkan keempat titik tersebut secara berurutan.

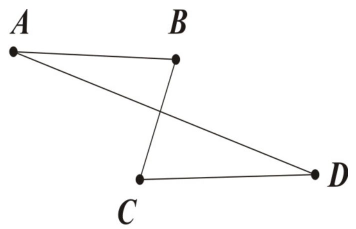
Selanjutnya Wagiyo memberikan contoh:



Gambar. III-17

Titik *A* dihubungkan dengan *B*, *B* dengan *C*, *C* dengan *D*, dan *D* dengan A, maka bangun *ABCD* merupakan segi empat.

Selanjutnya kita coba kasus lain dan kita periksa, apakah gambar berikut (Gambar. III-18) memenuhi kriteria yang diberikan oleh Wagiyo.



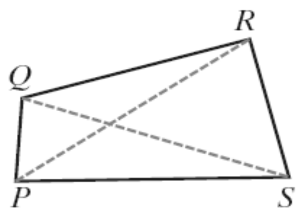
Gambar. III-18 Segiempat atau Bukan?

Gambar. III-18 memenuhi 2 syarat dari 3 syarat yang diberikan, yaitu syarat 1 dan 3. Hanya pada syarat ke-2 tidak dipenuhi, sehingga bangun tersebut bukan termasuk segi empat. Walaupun memberikan pengertian dengan susunan lebih panjang, tidak ada masalah dengan pengertian segi empat yang diberikan oleh Wagiyo.

2. Istilah-istilah dalam segi empat

Berikut ini merupakan istilah-istilah yang terdapat pada segi empat seperti pada Gambar III-19.

a. Titik-titik sudut berdekatan/ berdampingan/ berurutan (*adjacent vertices/consecutive vertices*) merupakan titik-titik sudut yang terletak pada ujung-ujung sisi yang sama. Contoh: *P* dengan *Q*, *Q* dengan *R*.



Gambar. III-19 Unsur-unsur Segiempat

b. Sisi-sisi yang berdekatan/berdampingan (*adjacent sides/consecutive sides*) yaitu sisi-sisi yang mempunyai titik persekutuan, seperti $\overline{PQ}$ dengan $\overline{QR}$, $\overline{RQ}$ dengan $\overline{SR}$, $\overline{SR}$ dengan $\overline{SP}$, dan $\overline{SP}$ dengan $\overline{PQ}$.

c. Sisi-sisi yang berseberangan/berhadapan (*opposite sides*) yaitu sisi-sisi yang tidak memiliki titik persekutuan, seperti $\overline{PQ}$ dengan $\overline{SR}$.

d. Sudut-sudut berdekatan (*consecutive angles*) yaitu sudut yang titik sudutnya berdekatan, seperti $\angle P$ dengan $\angle Q$, $\angle Q$ dengan $\angle R$, $\angle R$ dengan $\angle S$, dan $\angle S$ dengan $\angle P$.

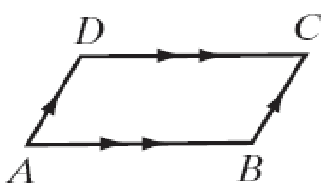
e. Sudut berseberangan/berhadapan (*opposite angles*) yaitu sudut yang titik sudutnya tidak berdekatan, seperti $\angle P$ dengan $\angle R$, $\angle Q$ dengan $\angle S$.

f. Diagonal segi empat yaitu ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan dua titik sudut yang tidak berdekatan, seperti $\overline{PR}$ dan $\overline{QS}$.

3. Macam-macam segi empat dan sifat-sifatnya.

a. Jajar genjang (*parallelogram*)

Definisi:
Jajar genjang merupakan segi empat yang dua pasang sisi-sisi berhadapannya sejajar.



Gambar. III-20 Jajar genjang *ABCD*

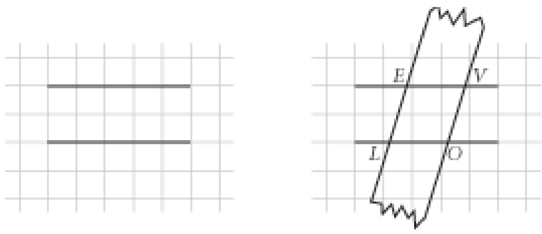
Segi empat *ABCD* di samping merupakan jajar genjang karena $\overline{AD} // \overline{BC}$ dan $\overline{DC} // \overline{AB}$. Jajar genjang *ABCD* dapat dilambangkan dengan $\square ABCD$

Pada jajar genjang *ABCD*, jika sisi *AB* dianggap sebagai alas, maka yang dimaksud dengan tinggi jajar genjang adalah jarak suatu titik pada sisi *DC* ke garis yang memuat sisi *AB*. Demikian juga sebaliknya, jika *AD* dianggap sebagai alas, maka yang dimaksud dengan tinggi adalah jarak antara suatu titik pada garis *BC* ke garis yang memuat sisi *AD*. Seperti halnya dalam segitiga, tinggi suatu jajar genjang tidak selalu harus dalam posisi vertikal.

Lakukan aktivitas berikut:

1) Siapkan kertas bergaris dan penggaris. Lukislah pasangan garis sejajar pada kertas bergaris yang jaraknya sekitar 6 cm. Dengan menggunakan sisi-sisi penggaris buatlah jajar genjang dan namakan sebagai jajar genjang *LOVE.*

2) Perhatikan sudut-sudut yang berhadapan. Ukur sudut-sudut pada jajar genjang *LOVE*. Bandingkan pasangan sudut berhadapan menggunakan busur, jangka, atau dijiplak dengan kertas tipis.



Gambar. III-21 Dua pasang garis sejajar yang saling berpotongan

3) Perhatikan sisi-sisi berhadapan pada suatu jajar genjang. Bandingkan panjangnya dengan menggunakan jangka. Apa yang Anda peroleh?
4) Ukur dan jumlahkan dua yang berdekatan. Bagaimana relasi antara dua sudut berdekatan ini?
5) Lukis diagonal-diagonal pada jajar genjang. Kedua jajar genjang ini berpotongan di titik *M*. Ukur dan bandingkan *JM* dengan *MR* dan *AM* dengan *MG*.

Berdasarkan aktivitas konfirmatif di atas, jajar genjang memiliki sifat-sifat:

1) Sisi-sisi yang berhadapan saling sejajar.
2) Diagonal membagi jajar genjang menjadi dua segitiga kongruen
3) Sudut-sudut yang berhadapan sama besar.
4) Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang.
5) Sudut-sudut yang berdekatan saling berpelurus.
6) Diagonal-diagonalnya saling membagi dua sama panjang.

b. Persegi panjang (*rectangle*)

Definisi: Persegi panjang adalah jajar genjang yang satu sudutnya tegak lurus. Jika salah satu sudut dari jajar genjang *ABCD* siku-siku, maka jajar genjang *ABCD* merupakan persegi panjang. Setiap sisi pada persegi panjang dapat menjadi alas. Jika salah satu sisi menjadi alas, maka sisi yang berdekatannya menjadi tinggi persegi panjang.

Lakukan aktivitas berikut:

1) Sediakan dua pasang sisi, masing-masing pasang sama panjang dan sebuah sudut siku-siku. Kemudian lukis jajar genjang dengan salah satu sudutnya siku-siku.
2) Ukur keempat sudut yang terbentuk pada bangun tersebut. Bagaimana hasilnya?
3) Lukis kedua diagonal. Dengan menggunakan jangka, bandingkan panjang kedua diagonal. Bagaimana hasilnya?

Kesimpulan sifat-sifat persegi panjang berdasarkan aktivitas konfirmatif di atas:

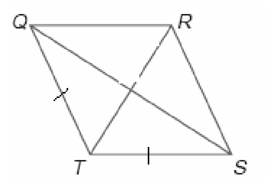
1) Karena persegi panjang merupakan jajar genjang, maka semua sifat jajar genjang dimiliki oleh persegi panjang.
2) Keempat sudutnya sama besar (*equiangular*) dan berupa sudut siku-siku.
3) Diagonal persegi panjang sama panjang.

c. Belah ketupat (*rhombus*)

Definisi: Belah ketupat merupakan jajar genjang yang dua sisi berdekatannya sama panjang.

Pada jajar genjang *QRST*, jika dua sisi berdekatan *QRST* sama panjang ($QR = ST$), maka jajar genjang *QRST* merupakan belah ketupat.

Karena belah ketupat merupakan jajar genjang, maka semua sifat jajar genjang menjadi sifat belah ketupat. Berikut ini beberapa sifat khusus belah ketupat.



Gambar. III-22 Jajar genjang dengan dua sisi berdekatan sama panjang

Lakukan aktivitas berikut:

1) Lukis sebarang belah ketupat *QRST*.
2) Lukis kedua diagonal *QS* dan *RT*.
3) Ukur atau bandingkan besar sudut-sudut yang dibentuk oleh titik potong kedua diagonal. Bagaimana hasilnya?
4) Masing-masing ujung diagonal membentuk dua sudut pada setiap titik sudut belah ketupat. Lukis belah ketupat dan kedua diagonalnya pada selembar kertas tipis. Lipat belah ketupat menurut diagonal-diagonalnya. Bandingkan sudut yang dipisahkan oleh diagonal. Apa yang Anda peroleh?

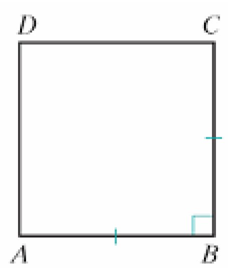
Berdasar definisi dan aktivitas konfirmatif di atas, belah ketupat memiliki sifat-sifat:

1) Belah ketupat memiliki semua sifat jajar genjang.
2) Semua sisi belah ketupat mempunyai panjang yang sama (equilateral).
3) Diagonal-diagonal belah ketupat saling tegak lurus.
4) Diagonal-diagonal belah ketupat membagi dua sama besar sudut belah ketupat.

d. Persegi (s*quare*)

Definisi:

Persegi merupakan persegi panjang yang dua sisi berdekatannya sama panjang.



Gambar. III-23 Persegi panjang yang dua sisi berdekatannya sama panjang

Jika dua sisi berdekatan *AB* dan *AD* pada persegi panjang *ABCD* sama panjang, maka *ABCD* merupakan persegi.

Karena persegi merupakan kasus khusus dari persegi panjang dan persegi panjang merupakan kasus khusus dari jajar genjang maka persegi memiliki semua sifat persegi panjang, sekaligus juga memiliki semua sifat jajar genjang. Lebih lanjut, karena persegi memiliki dua sisi berdekatan yang sama panjang, maka persegi merupakan belah ketupat. Hal ini menunjukkan semua sifat belah ketupat dimiliki oleh persegi.

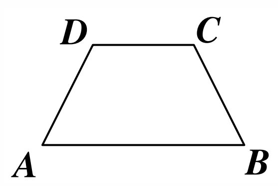
Sifat persegi.

1) Persegi memiliki semua sifat jajar genjang
2) Persegi memiliki semua sifat persegi panjang
3) Persegi memiliki semua sifat belah ketupat.

e. Trapesium (*trapezoid*)

Definisi:

Trapesium adalah segi empat yang mempunyai tepat sepasang sisi yang sejajar.



Gambar. III-24 Trapesium

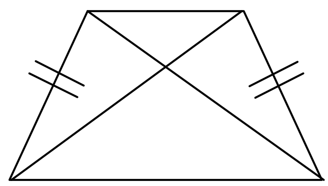
Jika $\overline{AB} // \overline{CD}$ dan $\overline{AD}$ tidak sejajar $\overline{BC}$, maka segi empat $ABCD$ merupakan trapesium. Sisi $\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$ disebut **sisi-sisi sejajar** atau sering juga disebut **sisi alas** (***bases***). Pasangan sisi yang tidak sejajar, $\overline{AD}$ dan $\overline{BC}$ dinamakan **kaki-kaki** trapesium. Pasangan sudut yang menggunakan satu sisi sejajar sebagai kaki sudut bersama dinamakan **pasangan sudut alas**.

Lakukan aktivitas berikut:

1) Gunakan dua sisi penggaris lurus untuk melukis dua ruas garis sejajar dengan panjang berbeda. Lukis dua garis yang tak sejajar sehingga terbentuk trapesium.

2) Gunakan jangka atau busur derajat untuk menentukan jumlah ukuran setiap pasangan sudut berdekatan di antara dua sisi sejajar ($\angle A$ dengan $\angle D$, dan $\angle B$ dengan $\angle C$). Apa yang dapat Anda katakan?

f. Trapesium samakaki dan sifat-sifatnya



Gambar. III-24 Trapesium samakaki

Definisi:

Trapesium sama kaki adalah trapesium yang kaki-kakinya sama panjang.

Jika $\overline{TS} // \overline{QR}$ dan $QT = RS$, maka $RSTQ$ trapesium sama kaki.

Lakukan aktivitas berikut:

1) Gunakan kedua sisi sebuah penggaris lurus untuk membuat dua garis sejajar. Gunakan jangka untuk melukis dua ruas garis tak sejajar yang sama panjang sehingga terbentuk sebuah trapesium samakaki $ABCD$, dengan sisi sejajar ruas garis AB dan CD.
2) Gunakan jangka atau busur derajat untuk membandingkan masing-masing pasangan sudut alas ($\angle BAD$ dengan $\angle ADC$, serta $\angle ABC$ dengan $\angle DCB$ Apa yang dapat Anda katakan?
3) Lukis kedua diagonal trapesium sama kaki. Bandingkan panjang keduanya.

Dari penjelasan di atas dapat dirangkum sifat-sifat trapesium:

1) Masing-masing pasangan sudut berdekatan di antara dua sisi sejajar suatu trapesium saling berpelurus.
2) Pasangan sudut alas suatu trapesium samakaki sama besar.
3) Diagonal-diagonal trapesium sama kakisama panjang.

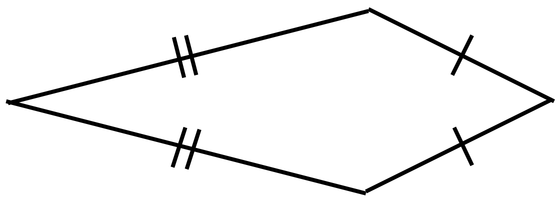
g. Layang-layang (*kite*)

Beberapa definisi layang-layang.

McDougall:

A kite is a quadrilateral that has two pairs of consecutive congruent sides, but opposite sides are not congruent.

(Layang-layang merupakan segi empat yang mempunyai dua pasang sisi berdekatan yang kongruen, tetapi sisi-sisi berhadapannya tidak kongruen)



Gambar. III-25 Layang-layang

Glencoe Geometry:

A kite is a quadrilateral with exactly two distinct pairs of adjacent congruent sides.

(Suatu layang-layang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi berdekatan yang kongruen, pasangan sisi kongruen yang satu berbeda dengan pasangan sisi kongruen yang lain).

The A to Z of Mathematics

A kite is a convex quadrilateral. Convex mean that all its angles are less than 180°, and quadrilateral means it has four sides (see figure). A kite has one axis of symmetry, and two pairs of adjacent sides are of equal length. (Layang-layang merupakan segi empat konveks. Konveks berarti bahwa semua sudut-sudutnya kurang dari 180°, dan segi empat berarti ia memiliki empat sisi. Suatu layang-layang memiliki satu sumbu simetri, dan dua pasang sisi yang berdekatan memiliki panjang yang sama).

Dalam *www.mathworld.wolfram.com/Kite.htm* dinyatakan

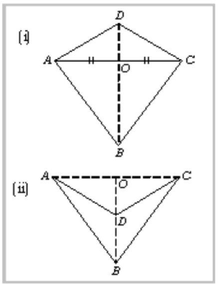
Kite: A planar convex quadrilateral consisting of two adjacent sides of length a and the other two sides of length b. The rhombus is a special case of the kite, ...

(Layang-layang merupakan segi empat konvek di bidang datar yang memiliki dua sisi berdekatan dengan panjang a dan dua sisi berdekatan lainnya dengan panjang sisi b. Belah ketupat merupakan kasus khusus dari layang-layang, ...)

Atik Wintarti dalam buku *Contextual Teaching and Learning Matematika kelas VII* mendefinisikan layang-layang sebagai berikut.

Layang-layang adalah segi empat yang diagonal-diagonalnya saling tegak lurus dan salah satu diagonalnya membagi diagonal lainnya menjadi dua sama panjang.

Sementara itu Wagiyo, menjelaskan layang-layang seperti pada salinan berikut.



Gambar 6.37

1. Bentuk layang-layang

Perhatikan gambar 6.37 di samping!

Segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan alas $\overline{AC}$ dan segitiga ACD adalah segitiga sama kaki dengan alas $\overline{AC}$. Karena alas segitiga ABC dan segitiga ACD berimpit, yaitu $\overline{AC}$, diperoleh bangun $ABCD$ yang berbentuk layang-layang.

Jadi, layang-layang dapat dibentuk oleh dua buah segitiga sama kaki yang alasnya sama panjang dan diimpitkan pada alasnya itu.

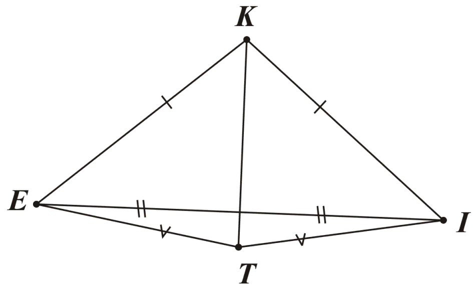
Gambar. III-26 Pengertian layang-layang.

Terdapat perbedaan pendefinisian tentang layang-layang yang masing-masing membawa konsekuensi yang berbeda. Perbedaan tersebut antara lain:

- Menurut definisi Wagiyo dan Atik, belah ketupat merupakan layang-layang, sementara itu di buku lain tidak, karena mereka mensyaratkan panjang sisi yang berbeda.
- Dalam definisi layang-layang oleh Wagiyo dan Atik, layang-layang dapat berbentuk bangun yang non-konveks, sementara itu di beberapa sumber lain memberikan syarat bahwa layang-layang merupakan bangun konveks.

Untuk tidak menimbulkan kesulitan dalam pembahasan berikutnya, maka dalam modul ini digunakan definisi menurut *www.mathworld.wolfram.com*.

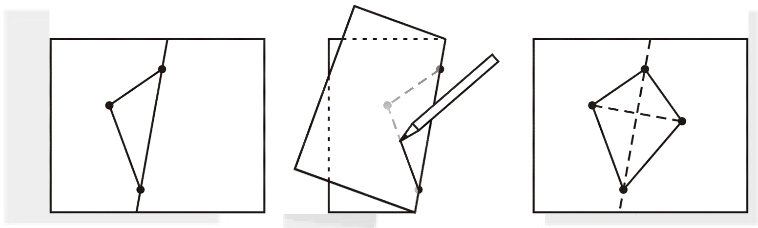
Pada layang layang *KITE* pada Gambar.III-27, diagonal *KT* membagi layang-layang menjadi dua segitiga yang kongruen. Diagonal *IE* membagi layang-layang menjadi dua segitiga samakaki yang tidak kongruen. Sudut yang dibentuk oleh dua sisi yang kongruen dinamakan sebagai sudut puncak (*vertex angles*) sedangkan sudut yang lain sudut bukan puncak (*non vertex angles*).



Gambar.III-27 Layang-layang *KITE*

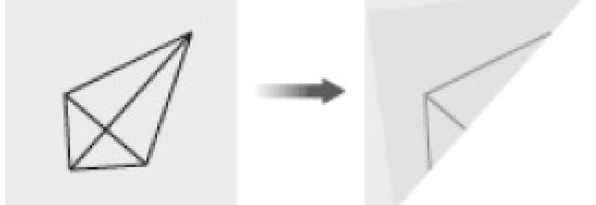
Lakukan aktivitas berikut:

1) Pada kertas tipis, lukis dua ruas garis AB dan BC dengan titik A, B, dan C tidak segaris dan $AB \neq AC$. Lipat kertas menurut garis yang menghubungkan A dan C.
2) Pada bagian lipatan yang kosong, jiplak ruas garis AB dan AC. Namakan bayangan titik B sebagai titik D (Gambar. III-28). Bandingkan kedua sudut puncak. Apakah keduanya sama besar? Bagaimana dengan sudut bukan puncak? Bagaimana hasilnya?



Gambar. III-28

3) Lukis kedua diagonal layang-layang. Bagaimana kedudukan salah satu diagonal terhadap diagonal lainnya?



Gambar. III-29

4) Bandingkan panjang ruas garis pada kedua diagonal. Apakah kedua diagonal membagi dua sama panjang?
5) Lipat layang-layang sepanjang kedua diagonal. Benarkah diagonal yang melalui sudut puncak membagi dua sama besar sudut puncak?

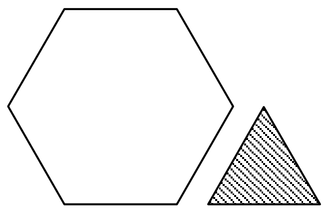
Berdasarkan definisi dan aktivitas di atas, layang-layang memiliki sifat:

1) Kedua sudut *bukan puncak* suatu layang-layang besarnya *sama*.
2) Diagonal-diagonal layang-layang *saling tegak lurus*.
3) Diagonal yang melalui kedua sudut puncak merupakan *garis bagi* diagonal yang lain.
4) *Sudut puncak* suatu layang-layang dibagi dua sama besar oleh *diagonal yang melalui titik puncak.*

D. KEGIATAN BELAJAR 4 : Luas dan Keliling Segitiga dan Segi Empat

1. Pengertian luas dan keliling

Luas suatu bangun datar adalah jumlah satuan luas yang dapat menutup habis bangun datar dengan tanpa celah dan tanpa bertumpuk. Berapa luas segienam pada Gambar III-30 di bawah jika dihitung dengan satuan luas berupa segitiga?



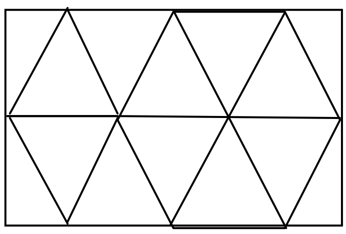
Gambar. III-30

Apabila segitiga yang diberikan digunakan untuk mengubin segienam, terdapat enam segitiga dibutuhkan untuk menutup habis segienam tanpa bertumpuk dan tanpa celah. Jadi dapat dikatakan bahwa luas segienam tersebut adalah enam satuan luas.

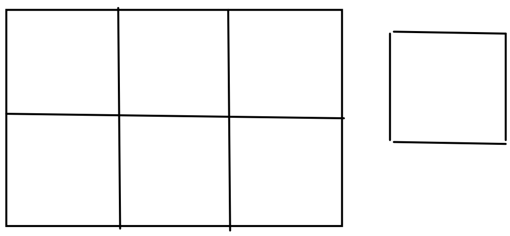
Dalam hal permasalahan menghitung luas dalam kehidupan sehari-hari, lebih sering dijumpai bangun datar berbentuk persegi panjang daripada segienam, segi delapan, atau segibanyak yang lain. Contoh yang lazim adalah menghitung luas sebidang tanah. Lazimnya sebidang tanah berbentuk persegi panjang.

Bagaimana jika segitiga di atas digunakan untuk mengubin suatu persegi panjang? Apakah persegi panjang habis tertutup oleh segitiga tanpa celah dan tanpa bertumpuk? Berapakah luas persegi tersebut?

Segitiga dapat juga digunakan untuk mengubin persegi panjang sehingga luasnya dapat dihitung. Namun, dengan satuan luas berupa segitiga, ada beberapa segitiga yang harus terpotong. Akan lebih mudah jika yang digunakan bentuk persegi satuan sebagai satuan luas.



Gambar. III-31 Persegi panjang dengan satuan luas segitiga samasisi

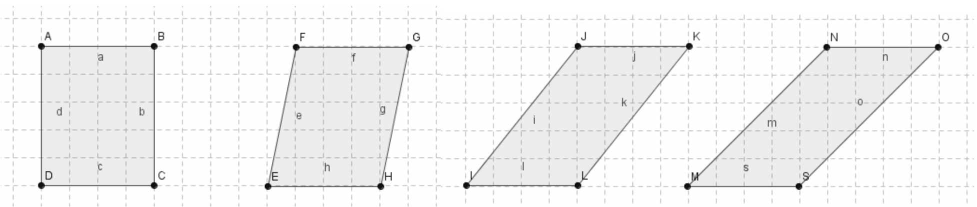


Gambar. III-32 Persegi panjang dengan satuan luas persegi satuan

Keliling suatu bangun geometri merupakan jumlah panjang semua sisinya. Sebagai contoh, sebuah segitiga sama sisi yang panjang sisinya 10 cm memiliki keliling 10 + 10 + 10 = 30 cm. Persegi panjang dengan panjang sisi 10 cm dan 20 cm memiliki keliling 10 + 20 + 10 + 20 = 60 cm.

2. Luas persegi panjang dan jajar genjang

Dari tiga segi empat di bawah, mana yang paling luas?



Gambar. III-33 Luas persegi panjang dan jajar genjang.

Luas persegi panjang *ABCD*.

Dengan menggunakan persegi satuan pada kertas berpetak sebagai satuan luas, maka luas persegi panjang *ABCD* = 20 satuan. Bagaimana mengetahuinya? Tentu saja dengan menghitung persegi satuan yang menutup seluruh permukaan persegi panjang *ABCD* tanpa menumpuk dan tanpa celah. Perhatikan bahwa persegi panjang *ABCD* dibatasi oleh empat sisi *AB*, *CD*, *BD* dan *DA*. Sisi *AB* dan *CD* masing-masing panjangnya 4 satuan serta sisi *BD* dan *DA* yang masing-masing panjangnya 5 satuan. Lazimnya persegi panjang seperti ini dikatakan memiliki panjang 5 dan lebar 4 satuan. Persegi panjang dengan panjang 5 dan lebar 4 memiliki luas 20, yang diperoleh dari hasilkali antara banyaknya satuan panjang dalam arah "memanjang" dan "melebar".

Secara umum, persegi panjang dengan panjang p dan lebar l memiliki luas

$$Luas = p \times l$$

Perhatikan pernyataan berikut "Sebuah persegi panjang memiliki **panjang 2 satuan** dan **lebar 20 satuan"**. Bolehkah kita menggunakan ukuran yang kecil sebagai panjang dan ukuran yang besar sebagai lebar?

Pada dasarnya tidak masalah apabila kita menggunakan ukuran kecil sebagai panjang dan ukuran besar sebagai lebar. Pada suatu persegi panjang, jika salah satu sisi dijadikan panjang, maka sisi lain yang berdekatan otomatis menjadi lebarnya. Hal ini juga terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh, perhatikan kasus iklan di koran:

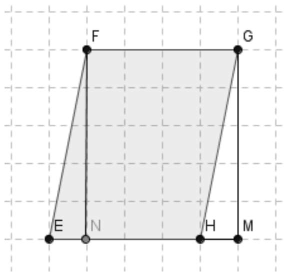
"Dijual, sebidang tanah di tepi jalan, luas 400 m^2, lebar depan 40 m."

Berapakah panjang tanah pada iklan tersebut? Yang dimaksud lebar depan adalah panjang sisi yang sejajar dengan jala. Dari informasi yang diberikan, maka panjang sisi yang lain adalah 10 meter. Walaupun 10 lebih kecil dari 40, tentunya tidak mungkin dikatakan "tanah dengan **lebar** depan 40 meter dan **lebar** 10 meter".

Kasus lain, ketika seseorang membeli karpet, terdapat berbagai ukuran lebar. Mulai 80 cm, 100 cm, 120 cm, sampai 200 cm. Biasanya penjaga toko akan menanyakan lebar karpet yang akan dibeli. Misalkan pembeli memilih yang lebarnya 200 cm. Seandainya ia membeli karpet sepanjang 0,5 meter, tentunya ia tidak akan mengatakan "karpet yang lebarnya 50 cm dan panjang 200 m", tetapi akan mengatakan "karpet yang lebarnya 200 cm dan panjang 50 cm".

Luas jajar genjang *EFGH*

Setelah mengenal rumus untuk luas persegi panjang, selanjutnya luas bangun-bangun yang lain dapat ditemukan.



Gambar. III-34

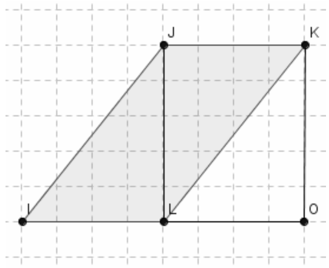
Untuk menghitung luas jajar genjang *EFGH* lakukan langkah-langkah berikut:

1) Buat garis yang tegaklurus garis *FG* dan memotong garis *EH* di *N*.
2) Buat garis yang tehaklurus *FG* dan memotong perpanjangan garis *EH* di *M*.
3) Perhatikan bahwa segitiga *ENF* kongruen dengan segitiga *HMG* dan luas keduanya sama.

Luas jajar genjang *EFGH* = Luas segitiga *EFN* + Luas trapesium *NFGH* = Luas segitiga *HGM* + Luas trapesium *NFGH* = Luas persegi panjang *NMGF* = $NM \times NF$.

Sehingga dapat dikatakan bahwa luas jajar genjang *EHGF* sama dengan luas persegi panjang *NHGF*. Perhatikan bahwa panjang alas jajar genjang (*EH*) sama dengan panjang *NM*. Jadi luas jajar genjang dapat diperoleh dari hasil kali antara panjang alas dengan tingginya.

Demikian juga untuk jajar genjang *IJKL*, penyelidikan untuk mencari formula luasnya sama dengan langkah-langkah pada jajar genjang *EFGH*. Perhatikan Gambar III-35.



Gambar. III-35

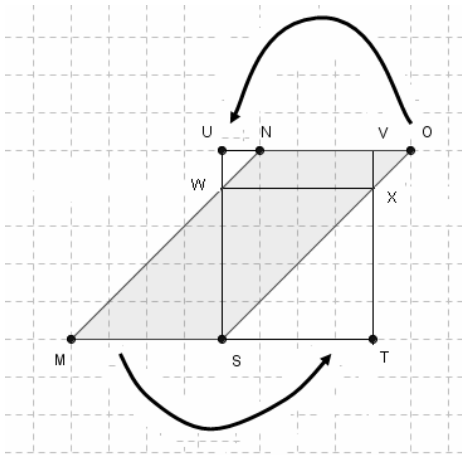
Panjang *IL* = panjang *LO*

Luas segitiga *IJL* = Luas segitiga *LKO*.

Luas jajar genjang *IJKL* = Luas segitiga *IJK* + Luas segitiga *LJK* = Luas segitiga *LJK* + Luas segitiga *LKO* = Luas persegi panjang *LOKJ* = *LO* × *JL*

Bagaimana dengan luas jajar genjang *MSON* yang "semakin miring"?

1) Buat garis *SU* yang tegaklurus *MS*, dan memotong sisi *MN* di *W*.
2) Buat garis yang sejajar *MS* dan melewati *W* dan memotong *OS* di *X*.
3) Buat garis melalui *X* tegak lurus *MS* sehingga memotong *NO* di *V*.



Gambar. III-36

Terlihat luas segitiga *MSW* sama dengan luas segitiga *STX* dan luas segitiga *XOV* sama dengan luas segitiga *WNU*.

Sehingga dapat dikatakan luas jajar genjang *MSOU* sama dengan luas persegi panjang *STVU*.

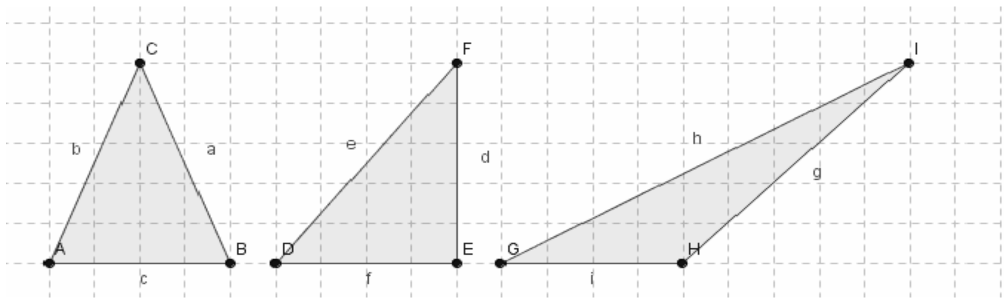
Luas persegi panjang *STVU* = 20 satuan luas.

Dari keempat kasus di atas, untuk sebarang jajar genjang asal dapat ditentukan panjang alas dan tingginya maka luasnya dapat ditentukan.

Luas jajar genjang adalah panjang alas dikalikan tinggi.

3. Luas segitiga

Dari tiga segitiga di bawah, mana yang paling luas?



Gambar. III-37 Luas segitiga

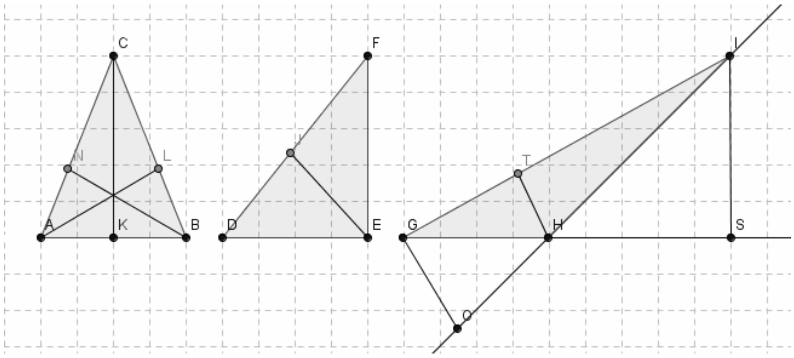
Penyelesaian

Dengan mengingat kembali tentang garis tinggi segitiga, maka garis tinggi dan alas yang bersesuaian untuk masing-masing segitiga adalah sebagai berikut:

Pada segitiga *ABC*: garis tinggi *CK* dengan alas *AB*, garis tinggi *AL* dengan alas *BC*, dan garis tinggi *BN* dengan alas *AC*.

Pada segitiga *DEF*: garis tinggi *EF* dengan alas *DE*, garis tinggi *DE* dengan alas *EF*, dan garis tinggi *EJ* dengan alas *DF*.

Pada segitiga *GNI*: garis tinggi *IS* dengan las *GS*, garis tinggi *GO* dengan alas *IO*, dan garis tinggi *HT* dengan alas *GI*.



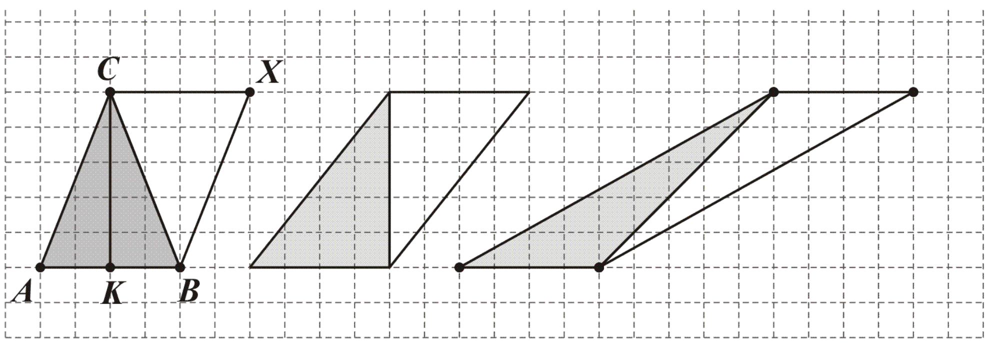
Gambar. III-38 Segitiga dan garis-garis tingginya.

Perhatikan bahwa perpotongan garis tinggi dengan alas dapat terjadi pada alas segitiga, pada salah satu titik sudut segitiga, atau pada garis yang memuat alas segitiga.

Untuk kepentingan menghitung luas segitiga kita dapat memilih tinggi segitiga dan alas yang bersesuaian agar merpermudah penghitungannya.

Jadi untuk segitiga *ABC* dapat dipilih sebagai garis tinggi adalah *CK* dengan alas *AB*. Untuk segitiga *DEF* kita bisa memilih garis tinggi *EF* dengan alas *DE* atau garis tinggi *DE* dengan alas *EF*, kedua pemilihan ini memberikan kemudahan penghitungan yang sama. Untuk segitiga *GNI* dapat dipilih garis tinggi *IS* dengan alas *GS*.

Untuk menentukan luas segitiga di atas, salah satu caranya adalah dengan menduplikasi setiap segitiga dan disusun menjadi sebuah jajar genjang. Maka luas segitiga sama dengan setengah luas jajar genjang yang terbentuk.



Gambar. III-39 Menentukan luas segitiga melalui luas jajar genjang

Ketiga segitiga di atas memiliki luas yang sama yaitu 10 satuan luas.

Secara umum, luas segitiga dapat dicari dengan jalan menduplikasi segitiga dan diperoleh

Luas Segitiga = $\dfrac{alas \times tinggi}{2}$

Sementara itu keliling segitiga dapat dihitung dengan menjumlahkan panjang ketiga sisinya.

4. Luas trapesium

Luas trapesium dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut:
Perhatikan Gambar III-40 di bawah. Buat duplikat trapesium *ABCD* dengan cara memperpanjang garis *DC* hinggan diperoleh *DE*, dengan panjang *CD* = *AB*. Perpanjang garis *AB* hingá diperoleh garis *AF*, dengan panjang *BF* = *DC*. Diperoleh jajar genjang *AFED*.

Perhatikan bahwa trapesium *ABCD* dan *ECBF* sebangun sehingga luas keduanya juga sama.

Dengan demikian
Luas jajar genjang *AFED* = 2 x luas trapesium *ABCD*.

Luas jajar genjang *AFED* = panjang alas × tinggi

$= AF \times t$

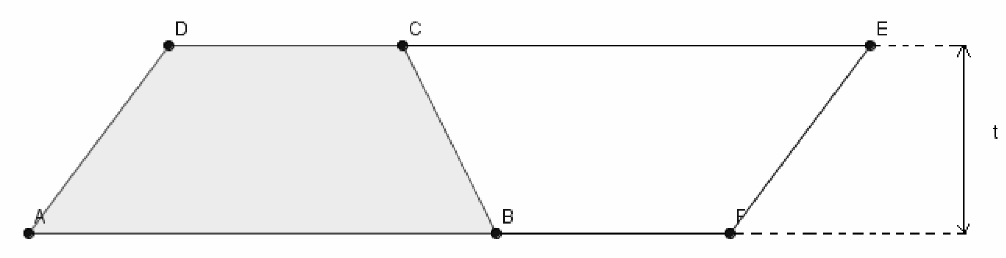
$= (AB + BF) \times t$

$= (AB + DC) \times t$

Luas trapesium *ABCD* $= \dfrac{1}{2} \times$ Luas jajar genjang *AFED*

$= \dfrac{1}{2}(AB + DC) \times t$

$= \left(\dfrac{AB + DC}{2}\right) \times t$



Gambar. III-40 Menentukan luas trapesium melalui luas jajar genjang

5. Luas layang-layang

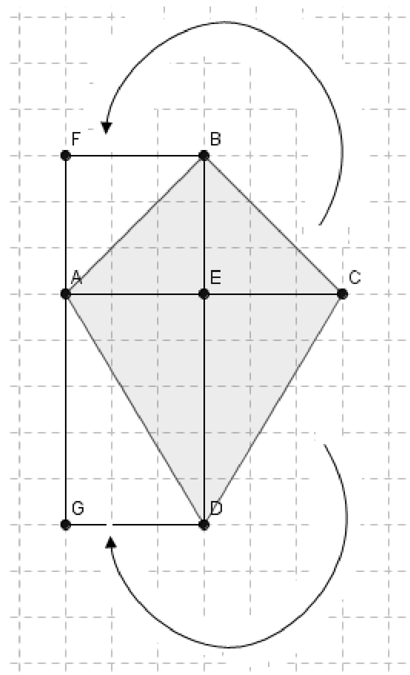
Sebagai bantuan untuk menemukan rumus luas layang-layang, diberikan layang-layang *ABCD* seperti Gambar III-41.

Lukis diagonal *BD* dan *AC*.

Diagonal *BD* dan *AC* berpotongan di *E*, sehingga diagonal *BD* membagi *AC* menjadi dua ruas garis sama panjang yaitu *AE* dan *EC*.

Perhatikan segitiga *BEC* dan *BFA*. Segitiga *BEC* kongruen dengan segitiga *BFA*.

Sehingga luas layang-layang *ABCD* sama dengan luas persegi panjang *GDBF*.



Gambar. III-41 Menentukan Luas Layang-layang Melalui Luas Persegi Panjang

Luas jajar genjang *ABCD* = luas persegi panjang *GDBF*

$$= GD \cdot BD$$
$$= AE \cdot BD$$
$$= \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

Jadi luas jajar genjang sama dengan setengah hasil kali kedua panjang diagonal-diagonalnya.

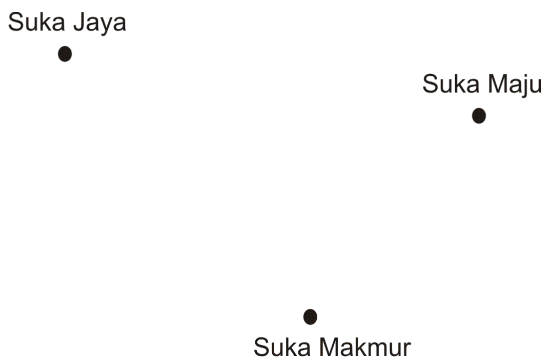
6. Luas Belah-ketupat

   Belah ketupat termasuk jajar genjang. Belah ketupat adalah jajar genjang yang keempat sisinya sama panjang. Jadi rumus menghitung luas belah ketupat sama dengan rumus menghitung luas jajar genjang.

   Belah ketupat dapat juga dipandang sebagai layang-layang yang panjang sisinya sama. Dengan demikian, jika dapat ditemukan panjang kedua diagonalnya, maka luas belah ketupat dapat dicari dengan menggunakan rumus luas layang-layang.

Soal Latihan Segitiga:

1. Berapa jumlah sudut dalam suatu segilima *ABCDE*?
2. Jika memungkinkan, lukis sebuah segitiga yang titik pusat lingkaran dalam dan titik pusat lingkaran luarnya sama!
3. Penduduk tiga desa Suka Jaya, Suka Maju dan Suka Makmur seperti ditunjukkan pada peta akan membangun sebuah gedung sekolah bersama. Mereka sepakat bahwa sekolah tersebut ditempatkan di suatu lokasi sehingga jaraknya ke masing-masing desa sama. Dengan bantuan jangka dan penggaris, tentukan tempat untuk mendirikan sekolah. Bagaimana kalau terdapat empat desa? Mungkinkah membangun sebuah sekolah di suatu lokasi sehingga jarak sekolah ke empat desa sama? Jelaskan dengan diagram.



4. Diberikan m∠A = 45°. Lukis segitiga *ABC* jika dibarikan lagi
   a. $AC = 8$, $CB = 4$.
   b. $AC = 8$, $CB = 8$.
   c. $AC = 8$, $CB = 10$.

Soal Latihan Segi Empat:

1. Pada sepeda balap, terdapat sebuah mekanisme bernama *derailleur* yang berguna untuk memindahkan rantai dari satu roda gigi ke roda gigi yang lain. Pada *derailleur* yang ditunjukkan pada gambar, JK = 5,5 cm, KL = 2 cm, ML = 5,5 cm, dan MJ = 2 cm. Jelaskan mengapa ruas garis JK dan ML selalu sejajar ketika *derailleur* bergerak.

2. Kaki-kaki perangkat pengangkat pada gambar berikut membentuk rangkaian belah ketupat. Coba jelaskan, mengapa digunakan belah ketupat. Bagaimana jika konstruksi kaki-kaki menggunakan bentuk rangkaian jajar genjang yang bukan belah ketupat?

3. Untuk memeriksa apakah sebuah ruangan segi empat benar-benar berbentuk persegi panjang, seorang tukang mengukur panjang kedua diagonalnya. Berikan penjelasan bagaimana caranya?
4. Persimpangan pada gambar berikut terbentuk oleh perpotongan jalan yang berbeda lebarnya. Apakah bentuk bangun yang menjadi batas jalur penyeberangan pejalan kaki? Jelaskan alasannya!
5. Pada sebuah soal menentukan besar sudut yang belum diketahui dari sebuah layang-layang, seorang siswa menjawab dengan memberikan alasan seperti di bawah. Jelaskan dimana letak kesalahan yang dilakukan!

6. Dua siswa, Cici dan Dani mendeskripsikan cara untuk menunjukkan bahwa suatu segi empat merupakan jajar genjang seperti tertulis di bawah.

Cici	**Dani**
Suatu segiempat merupakan jajar-genjang jika sepasang sisi yang berhadapan sama panjang dan satu pasang dari sisi-sisi yang berhadapan sejajar.	*Suatu segiempat merupakan jajar-genjang jika satu pasang sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar*

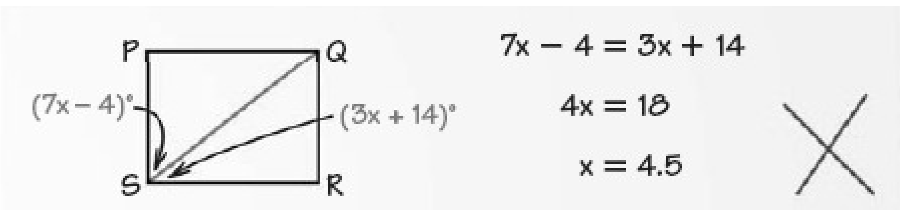
Manakah di antara uraian dari kedua siswa yang selalu menghasilkan jajar genjang? Jelaskan.

7. Dua siswa, Eka dan Fani mendeskripsikan suatu persegi panjang seperti tertulis di bawah.Manakah di antara uraian dari kedua siswa yang selalu menghasilkan jajar genjang? Jelaskan

Eka	**Fani**
Persegi panjang merupakan jajar genjang yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku.	*Persegi panjang memiliki sepasang sisi sejajar dan sebuah sudut siku-siku.*

Pendapat siapakah yang benar? Berikan alasannya

8. Pada sebuah soal tentang persegi panjang, seorang siswa diminta menentukan nilai x. Hasil pekerjaan siswa tampak seperti pada gambar.

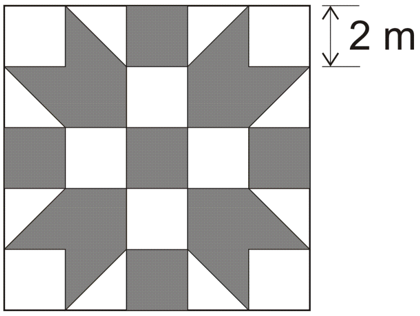


Dimanakah letak kesalahan yang dilakukan dan perbaiki jawaban siswa tersebut?

Latihan Luas dan Keliling:

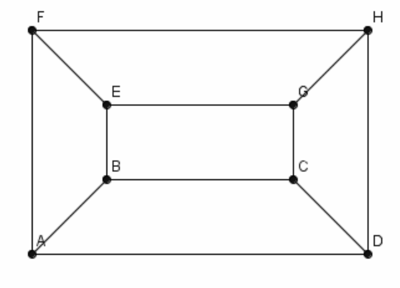
1. Seorang pembuat spanduk membuat pesanan spanduk dengan lebar 5 meter dan panjang 8 meter. Pemesan ingin memesan kembali spanduk dengan ukuran 10 x 20 meter. Berapa perbandingan luas spanduk kedua dengan yang pertama?

2. Hartono merencanakan memasang ubin untuk lantai kamarnya dengan model seperti pada gambar. Tersedia ubin dengan warna abu-abu dan putih yang berbentuk persegi dengan panjang sisi 2 meter.



   a. Berapa luas ubin putih yang yang terpasang pada lantai kamar Hartono tersebut?
   b. Berapa luas ubin abu-abu yang yang terpasang pada lantai kamar Hartono tersebut?
   c. Berapa jumlah keliling mozaik warna putih?
   d. Berapa jumlah keliling mozaik warna abu-abu?

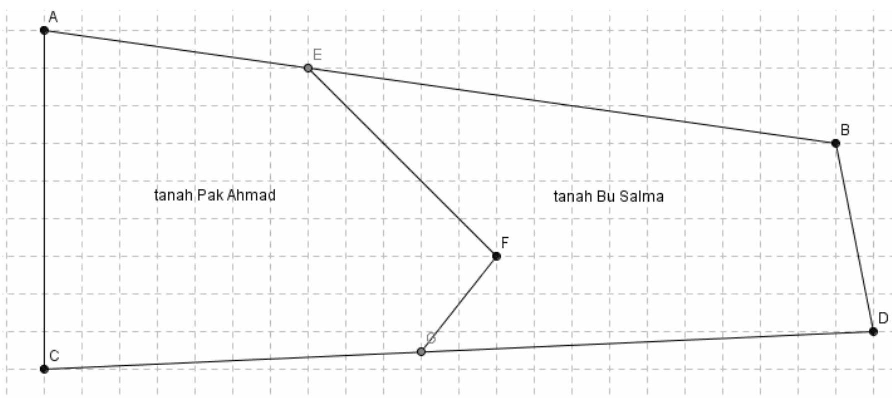
3. Diberikan bangun datar seperti Gambar di samping yang terdiri atas persegi panjang dan trapesium sama kaki, dengan BC = 45, EB = 10, AF = 34 dan CD 20.



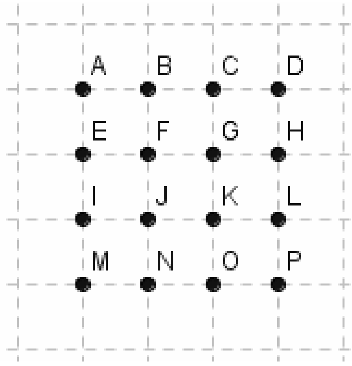
   a. Berapakah tinggi trapezium?
   b. Berapa luas $ADFH$?

4. Jika diberikan tali sepanjang 44 meter sebagai keliling suatu segi empat.
   a. Bangun segi empat apakah yang dapat dibentuk sehingga luasnya maksimal?
   b. Tentukan ukuran bangun tersebut.

5. Kebun Pak Ahmad bersebelahan dengan kebun Bu Salma. Batas kebun mereka seperti ditunjukkan pada Gambar di bawah. Bantulah mereka untuk meluruskan batas kebun dengan syarat luas kebun keduanya tidak boleh berubah.



6. Berapa layang-layang yang bukan jajar genjang dapat dibentuk dengan bantuan titik-titik pada Gambar ... sebagai titik-titik sudutnya.



7. Berikan contoh dua bangun segi empat yang berbeda, segi empat I dan segi empat II dengan ketentuan:
   a. Keliling segi empat I dan II sama, tetapi luasnya berbeda.
   b. Keliling segi empat I dan II berbeda, tetapi luasnya sama.
   c. Keliling segi empat I kurang dari keliling segi empat II, tetapi luas segi empat I lebih besar dari luas segi empat II.

Refleksi:

Setelah mempelajari bab ini, mampukah anda menjelaskan pengertian segitiga, segi empat, dan sifat-sifatnya? Dapatkah anda mengerjakan soal-soal latihan yang diberikan? Sudahkan anda memahami perbedaan-perbedaan pendefinisian suatu bangun dan akibat-akibat yang ditimbulkannya, serta bagaimana harus bersikap? Jika belum, jangan bosan untuk mengulang kembali, berdiskusi dengan teman sejawat, dan membaca berbagai sumber referensi. Selamat belajar.

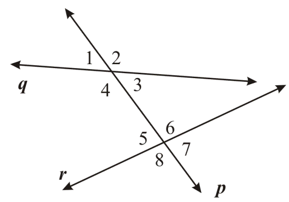
BAB IV
PENUTUP

Setelah mempelajari uraian materi pada bab-bab sebelumnya, pada bagian ini diberikan rangkuman dari Bab II dan Bab III.

A. Rangkuman Bab II. Garis dan Sudut

1. Titik, garis, dan bidang merupakan pengertian pangkal yang tidak didefinisikan (*undefined term*).
2. Segaris: tiga titik dikatakan segaris jika terletak pada satu garis yang sama.
3. Koplanar: garis k dan l dikatakan koplanar jika terletak pada bidang yang sama.
4. Ruas garis AB merupakan himpunan titik A, B, dan semua titik di antara A dan B yang kolinear dengan garis yang melalui kedua titik A dan B.
5. Sinar AB merupakan bagian dari $\overleftrightarrow{AB}$ yang terdiri atas titik A beserta semua titik pada $\overleftrightarrow{AB}$ yang terletak sepihak dengan B terhadap titik A.
6. Titik tengah suatu ruas garis adalah titik pada garis yang membagi ruas garis menjadi dua bagian yang sama panjang. Pembagi dua ruas garis dapat berupa titik, garis dan bagian-bagiannya, atau bidang.
7. Sudut merupakan himpunan titik-titik dari gabungan dua sinar yang bertitik pangkal sama.
8. Satuan pengukuran sudut yang biasa digunakan adalah derajat (1 putaran = 360°), radian (1 putaran = 2π radian), dan gradien (1 putaran = 400^g).
9. Jenis-jenis sudut berdasarkan besar:
   a. Sudut lancip: sudut yang besarnya antara 0° dan 90°.
   b. Sudut siku-siku: sudut yang besarnya 90°.
   c. Sudut tumpul: sudut yang besarnya 90° dan 180°.
   d. Sudut refleks: sudut yang besarnya lebih dari 180°.

10. Sudut berdekatan: dua sudut yang memiliki titik sudut yang sama, seubah kaki sudut yang sama, tetapi tidak memiliki titik interior yang sama.
11. Dua sudut dikatakan berpenyiku jika jumlah kedua sudut 90°. Satu sudut merupakan penyiku (komplemen) bagi sudut yang lain.
12. Dua sudut dikatakan berpelurus jika jumlah kedua sudut 180°. Satu sudut merupakan pelurus (suplemen) bagi sudut yang lain.
13. Sudut bertolak belakang terbentuk ketika dua garis saling berpotongan dan membentuk empat sudut. Setiap dua sudut yang tidak berdampingan dari keempat sudut disebut sudut bertolak belakang.
14. Transversal: jika dua garis q dan r dipotong oleh garis p, seperti pada gambar, maka dikatakan transversal p memotong garis q dan r.



Transversal p memotong garis q dan r

15. Postulat Kesejajaran
    a. Postulat I

       Jika dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis melintang, maka masing-masing pasangan sudut sehadap sama besar.

    b. Postulat II

       Jika dua garis dipotong oleh garis melintang membentuk sudut sehadap yang sama besar, maka dua garis tersebut sejajar.

16. Beberapa konstruksi geometri dapat dilukis menggunakan jangka dan penggaris, antara lain:
    a. Menyalin sudut.
    b. Membagi sudut menjadi dua sama besar.
    c. Membagi garis menjadi n bagian yang sama panjang
    d. Melukis sudut siku-siku, 30°, 45°, 60°.

B. Rangkuman Bab III Segitiga dan Segi Empat

1. Terdapat berbagai cara untuk mendefinisikan istilah segitiga dan segiempat. Penting bagi guru untuk memperhatikan struktur yang digunakan dalam suatu buku.
2. Jenis-jenis segitiga berdasarkan besar sudut:
   a. Segitiga lancip: segitiga yang semua sudutnya kurang dari 90°.
   b. Segitiga siku:siku: segitiga yang salah satu sudutnya 90°.
   c. Segitiga tumpul: segitiga yang salah satu sudutnya lebih dari 90°.
3. Jenis-jenis segitiga berdasarkan panjang sisi:
   a. Segitiga sebarang: segitiga yang semua sisinya tidak ada yang sama panjang.
   b. Segitiga samakaki: segitiga yang dua sisinya sama panjang.
   c. Segitiga samasisi: segitiga yang semua sisinya sama panjang.
4. Pada setiap segitiga ABC, berlaku ketaksamaan segitiga, yaitu jumlah panjang dua sisi segitiga selalu lebih panjang dari sisi yang lain.
   Jumlah besar sudut suatu segitiga adalah 180°.

DAFTAR PUSTAKA

Ann Xavier Gantert, 2008, *Geometry*, Amsco School Publications, Inc., New York.

A. Wagiyo, dkk., 2008, *Buku Pegangan Matematika 1*, Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta.

Atik Wintarti, dkk., 2008, *Contextual Teaching and Learning Matematika*, Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta.

H.S. Hall & F.H. Steven,1949, *A School Geometry*, MacMillan and Co., London

Math Forum @ Drexel, 2005, *Dr. Math® Introduces Geometry II*, John Wiley & Sons Inc., New Jersey.

--------------------------, 2005, *Dr. Math® Presents More Geometry*, John Wiley & Sons Inc., New Jersey.

Michael Serra, 2008, *Discovering Geometry, an Investigative Approach,* key curriculum press, Emervylle, California.

R. Sujadi, 2000, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Depdiknas, Jakarta.

Ron Larson, et. al., 2007, *Geometry*, McDougal Littell, Evanston, Illinois.

Stan Gibilisco, 2003, *Geometry Demystified*, Mc Graw-Hill, New York.

Thomas H. Sidebotham, 2002, *The A to Z of Mathematics: A Basic Guide*, John Wiley & Sons Inc., New York.

W. Gellert, dkk., 1977, *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*, Van Nostrand Reinhold Company, New York.

Winarno, 2008, *Geometri Datar di SMP*, PPPPTK Matematika, Yogyakarta.

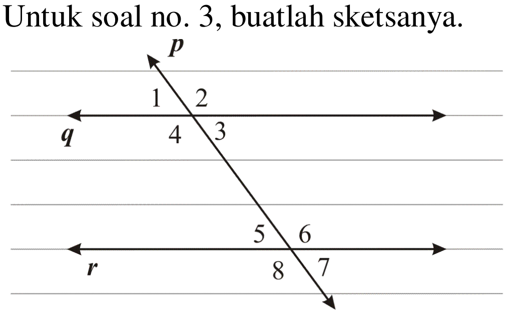
LAMPIRAN

Kunci/Petunjuk Jawaban Bab II

1. a. garis AD dan garis BE.
   b. sinar FA, sinar FB, sinar AD (alternatif)
   c. ruas garis AF, ruas garis FC, ruas garis AD. (alternatif)
   d. B (alternatif)
   f. garis AD (alternatif)
   g. sinar AF (alternatif)
   h. $\overline{AF}, \overline{FD}, \overline{AD}, \overline{FB}, \overline{FE}, \overline{BE}, \overline{CF},$
   i. B, F, E. (alternatif)
   j. A, F, B (alternatif)
   k. $\angle EFD$ dengan $\angle BFC$.
   l. $\angle EFD$ dengan $\angle AFB$.
   m. 8 buah sudut refleks.

2. Jika dilihat, seolah-olah $AB \neq CD$ dan $PQ \neq RS$. Padahal remua ruas garis pada gambar tersebut sama panjang.

3. Untuk soal no. 3, buatlah sketsanya.



Diberikan garis q dan r yang dipotong garis p.

a. Sudut dalam berseberangan sama besar.

Akan ditunjukkan bahwa

$$m\angle 5 = m\angle 3 \text{ dan } m\angle 4 = m\angle 6.$$

Perhatikan bahwa $m\angle 5 = m\angle 7$ (sudut bertolak belakang sama besar), sementara itu $m\angle 7 = m\angle 3$ (postulat garis sejajar 1, pasangan sudut sehadap sama besar). Akibatnya $m\angle 5 = m\angle 3$. Dengan cara yang serupa, dapat ditunjukkan bahwa $m\angle 4 = m\angle 6$. Jadi pada dua garis sejajar yang dipotong oleh garis lain, maka pasangan sudut dalam berseberangan sama besar.

a. Akan ditunjukkan $m\angle 4 + m\angle 5 = 180°$ dan $m\angle 3 + m\angle 6 = 180°$.

Perhatikan bahwa $m\angle 4 = m\angle 8$ (postulat garis sejajar 1, pasangan sudut sehadap sama besar) dan $m\angle 5 + m\angle 8 = 180°$ atau $m\angle 5 = 180° - m\angle 8$.

Akibatnya $m\angle 4 + m\angle 5 = m\angle 4 + 180° - m\angle 8 = m\angle 4 + 180° - m\angle 4 = 180°$.

Jadi $\angle 4$ dan $\angle 5$ saling berpelurus. Dengan jalan yang sama Anda dapat menunjukkan bahwa $m\angle 3 + m\angle 6 = 180°$.

b. Bukti bagian ini diserahkan ke pambaca dengan langkah-langkah seperti jawaban butir sebelumnya.

4. Kedua sudut sama besar. Besar sudut tidak tergantung pada panjang kaki-kakinya.

5. a. Banyak sudut pada Gambar .i, ii, iii, iv, v berturut-turut 1, 3, 6, 10, 15.
   b. Untuk 7 sinar, terdapat 21 sudut.
   c. Misalkan n menunjukkan banyak sinar, untuk $n = 2$ banyak sudut 3. Untuk $n = 3$ dan seterusnya banyak sudut yang terbentuk merupakan banyak sudut pada n sebelumnya ditambah dengan $n - 1$. Atau misalkan B_n menyatakan banyak sudut yang dapat dibentuk untuk n buah sinar garis, maka

      $B_2 = 1$ dan

      $B_n = B_{n-1} + (n - 1)$ untuk n lebih besar atau sama dengan 3.

      Atau $B_n = \frac{1}{2}n(n-1)$ untuk n lebih besar atau sama dengan 2.

6. Diskusikan bersama teman sejawat dan simulasikan.

7. Lakukan pengukuran setiap sudut untuk menentukan apakah sudut-sudut tersebut lancip atau tumpul.
   a. $\angle ABF$ dengan $\angle CBD$
   b. $\angle ABC$ dengan $\angle CBE$

8. a. Selalu benar. Misalkan $\angle 1$ dan $\angle 2$ berpelurus (diketahui) maka

    $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$. Diberikan salah satunya sudut lancip, misal $\angle 1$ lancip, sehingga $m\angle 1 < 90°$. Akibatnya:

    $m\angle 1 < 90°$

    $m\angle 1 + m\angle 2 < 90° + m\angle 2$

    $180° < 90° + m\angle 2$

    Jadi $m\angle 2 > 90°$, $\angle 2$ sudut tumpul.

   b. Selalu benar, penjelasan diserahkan kepada Anda.

   c. Tidak mungkin benar, penjelasan diserahkan kepada Anda.

   d. Tidak mungkin benar, penjelasan diserahkan kepada Anda.

9. Sudut 2 dan sudut 3 sama besar ($m\angle 1 = m\angle 3$), penjelasan diserahkan kepada Anda.

10. $m\angle 2 = 62°$, $m\angle 3 = 28°$.

11. Garis *AE* dan garis *GC*, Garis *HD* dengan garis *FB*.

12. a --- iv, b --- i, c --- v, d --- ii, e --- iii

13. $\angle 4$ dan $\angle 9$ sudut dalam berseberangan

    $\angle 4$ dan $\angle 6$ sudut dalam berseberangan

    $\angle 4$ dan $\angle 10$ sudut dalam sepihak

    $\angle 4$ dan $\angle 5$ sudut dalam sepihak

14. Petunjuk:

   a. Lukis sudut 45°, kemudian menggunakan salah satu kakinya sebagai kaki sudut yang baru lukis sudut 30° sehingga terbentuk sudut 75°.

   b. Lukis sudut 45° kemudian bagi dua sama besar sudut tersebut.

   c. Lukis sudut 45°, kemudian buat lagi sudut 30° untuk mengurangi sudut semula.

Kunci/Petunjuk Jawaban Bab III

1. Uraian untuk memperoleh jawaban diserahkan ke pembaca.
   a. 360°
   b. 540°
   c. 720°
   d. 900°

   Jumlah besar sudut segi-n adalah $(n - 2) \times 180°$.

2. Lukis segitiga sama sisi.

3. Gunakan ketiga titik lokasi desa sebagai sudut segitiga, lukis garis-garis sumbunya. Titik potong ketiga garis sumbu ini merupakan titik yang berjarak sama ke tiga desa yang diberikan.

4. Lukis ruas garis AC sepanjang 8 cm. Lukis garis melalui A yang membentuk sudut 45° terhadap ruas garis AC. Selanjutnya:
   a. Lukis busur berjari-jari 4 cm dan berpusat di C. Busur ini tidak memotong garis AC, sehingga tidak akan terbentuk segitiga.
   b. Lukis busur berjari-jari 8 cm dan berpusat di C. Busur ini menyinggung garis AC, sehingga dapat terbentuk satu segitiga.
   c. Lukis busur berjari-jari 10 cm dan berpusat di C. Busur ini memotong garis AC di dua titik, sehingga ada dua kemungkinan segitiga yang memenuhi syarat yang diberikan.

Kunci/Petunjuk Jawaban Soal Latihan Segiempat

1. Sifat jajar genjang, dua sisi yang berhadapan selalu sejajar.

2. Perhatikan bahwa salah satu diagonal belah ketupat berada pada posisi horisontal. Sesuai dengan sifat belah ketupat, diagonal yang lain akan berada pada posisi vertikal yang menjadi arah gerakan mesin pengangkat. Untuk konstruksi menggunakan jajargenjang tidak ada jaminan kedua diagonalnya berpotongan tegak lurus. Akibatnya arah gerak diagonal yang lain tidak ke arah vertikal.

3. Salah satu sifat persegi panjang, panjang kedua diagonal sama panjang.

4. Jajar genjang. Pandang tepi jalan sebagai dua garis yang sejajar, akibatnya ada dua pasang garis sejajar yang saling berpotongan. Karena lebar jalan berbeda, maka jarak setiap garis sejajar pada masing-masing pasangan berbeda.

5. Kesalahan yang dilakukan oleh Budi adalah menganggap bahwa sudut-sudut berhadapan suatu layang-layang sama besar. Layang-layang hanya memiliki sepasang sudut yang sama besar yaitu di sudut yang bukan puncak. Untuk menentukan besar sudut A, lukis diagonal AC yang membagi $\angle BCD$ menjadi dua bagian yang sama besar. Diperoleh $m\angle BCA = m\angle DCA = 25°$. Dengan sifat jumlah besar sudut segitiga 180° dapat ditentukan besar $\angle BAC$ baru kemudian besar $\angle BAD$.

6. Uraian Cici salah. Anda dapat meminta cici melukis trapesium sama kaki. Trapesium ini memenuhi kriteria yang diberikan cici, namun bukan jajar genjang.

7. Uraian yang diberikan Dani selalu menghasilkan jajar genjang. Dari pernyataan Dani, ditambah dengan postulat kesejajaran pada Bab II dan Kekongruenan segitiga, Anda dapat menunjukkan bahwa kedua sisi yang lain sejajar, sehingga dipenuhi definisi jajar genjang sebagai segiempat yang dua pasang sisi-sisi berhadapannya sejajar.

8. Pendapat yang benar adalah pendapat Eka. Cobalah memberikan penjelasan. Pendapat Fani dapat dibantah dengan memberikan contoh trapesium siku-siku.

9. Siswa tersebut salah dalam menganggap bahwa diagonal SQ membagi $\angle PSR$ menjadi dua bagian yang sama. Pekerjaan yang benar harusnya menggunakan sifat bahwa $\angle PSQ$ dan $\angle QSR$ saling berpenyiku.

KUNCI Luas dan Keliling

1. Luas spanduk pertama $= 5 \times 8$

   $= 40$

   Luas spanduk pertama adalah 40 m^2.

Luas spanduk kedua $= 10 \times 20$

$= 200$

Luas spanduk kedua adalah 200 m^2.

Jadi luas spanduk kedua lima kali luas spanduk pertama.

2. Lukislah garis bantu yang merupakan perpanjangan sisi tiap ubin putih. Akan terlihat bahwa mozaik pada ubin tersebut terdiri dari 8 ubin putih berbentuk persegi, 9 ubin abu-abu berbentuk persegi, 8 ubin putih berbentuk segitiga, dan 8 ubin abu-abu berbentuk segitiga. Ubin segitiga berbentuk segitiga siku-siku sama kaki yang sisi miringnya merupakan diagonal ubin persegi. Jadi ubin luas ubin segitiga setengah dari luas ubin persegi.

   Luas tiap ubin = $2 \times 2 = 4$ m^2.

   a. Luas ubin putih = $12 \times 4 = 48$ m^2.
   b. Luas ubin abu-abu = $13 \times 4 = 52$ m^2.
   c. Mozaik warna putih terdiri atas 8 bentuk persegi dan 8 segitiga siku-siku sama kaki yang saling terpisah.

      Keliling persegi adalah 8 meter, sedangkan keliling segitiga adalah $4+2\sqrt{2}$ meter.

      Keliling mozaik warna putih $= (8\times 8)+\left(8\times\left(4+2\sqrt{2}\right)\right)$

      $= 8\times\left(8+4+2\sqrt{2}\right)$

      $= 16\left(8+\sqrt{2}\right)$

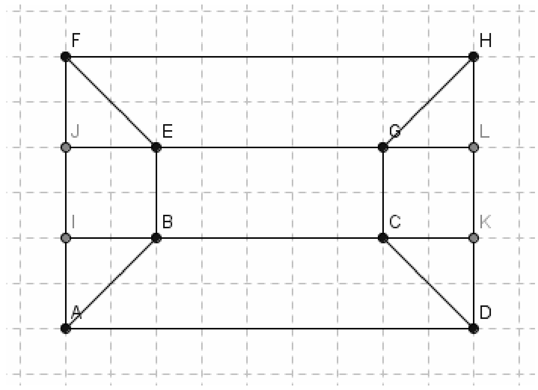
      Keliling mozaik warna putih = $16\left(8+\sqrt{2}\right)$ meter.
   d. Mozaik warna abu-abu terdiri atas 5 bentuk persegi dan 4 bangun segienam berbentuk mirip anak panah yang saling terpisah. Keliling persegi adalah 8 meter, sedangkan keliling segienam adalah $8+4\sqrt{2}$ meter.

      Keliling mozaik warna abu-abu $= (5\times 8)+\left(4\times\left(8+4\sqrt{2}\right)\right)$

      $= 8\left(7+2\sqrt{2}\right)$

      Keliling mozaik warna abu-abu $= 8\left(7+2\sqrt{2}\right)$ meter.

3. a. Tinggi trapesium,



$$IB = \sqrt{AB^2 - AI^2}$$

$$IB = \sqrt{20^2 - 12^2}$$

$$= \sqrt{4^2(5^2 - 3^2)}$$

$$= 16$$

Tinggi trapesium 16.

b. Luas $ADFH = AD \times DH$

$AD = IB + BC + CK$

$= 16 + 45 + 16$

$= 77$

Luas $ADFH$ = 2618 satuan luas.

4. Bangun datar yang dapat dibentuk dengan tali sepanjang 44 meter adalah segi-n. Semakin banyak n maka semakin luas daerah yang dapat dibentuk, dan pada puncaknya adalah lingkaran. Lingkaran adalah daerah dapat dibentuk dengan tali sepanjang 44 meter dan memiliki luas maksimal.

Dengan menggunakan $\frac{22}{7}$ sebagai pendekatan nilai π, luas lingkaran tersebut adalah 154 m^2.

Keliling lingkaran = $2\pi r$

$44 = 2\pi r$

$r = 7$

Jari-jari lingkaran = 7 meter.

Luas lingkaran = 154 m^2.

Bangun persegipanjang yang dapat dibentuk sehingga luasnya maksimal adalah bangun persegi dengan panjang sisi 11 m.

Bagaimana menentukannya?

Misalkan persegi panjang tersebut mempunyai panjang x dan lebar y. Diketahui keliling 44 m, akibatnya

$2x + 2y = 44$ atau jika disederhanakan diperoleh $y = 22 - x$.

Luas persegi panjang yang panjang sisinya x dan y adalah

Luas = xy

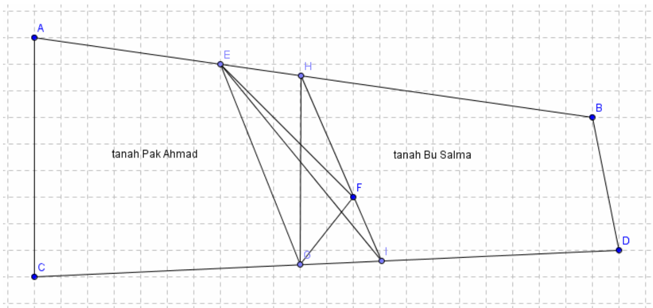
$= x(22 - x)$

Selanjutnya dengan mendaftar semua kemungkinan panjang sisi persegipanjang $ABCD$, misalkan $AB = x$ dan $BC = y$ maka luas daerah $ABCD$ dapat dicari..

x	y	Luas = $x(22 - x)$
1	21	21
2	20	40
3	19	57
4	18	72
5	17	85
6	16	96
7	15	105
8	14	112
9	13	117
10	12	120
11	11	121 (maksimum)
12	10	120
13	9	117
14	8	112
15	7	105

Dari tabel di atas, maka luas maksimum persegi panjang adalah 121 m^2, dengan panjang sisi 11 cm.

5. Untuk memecahkan permasalahan pada no. 5, perhatikan berikut gambar.



Lukis garis *GE* dan garis melalui *F* sejajar *GE* hingga memotong *AB* di *H* dan memotong *CD* di *I*.

Batas kebun yang baru adalah garis *GH* atau garis *EI*.

Bukti:

Perhatikan bahwa daerah segitiga *EFG* milik Pak Ahmad. Dengan memandang ruas garis *EG* sebagai alas, maka segitiga *EFG* dan *EHG* memiliki tinggi yang sama. Akibatnya kedua segitiga ini memiliki luas yang sama. Dengan kata lain, daerah segitiga *EFG* milik pak Ahmad dapat ditukar dengan segitiga *EHG*. Sehingga ruas garis *GH* dapat dijadikan sebagai batas yang baru.

Dengan proses yang sama, dapat disimpulkan bahwa segitiga *EFG* dan segitiga *EIG* memiliki luas yang sama. Dengan demikian garis *EI* dapat menjadi batas luas daerah.

6. Dapat dibentuk 36 layang-layang.

7. a. Segiempat I: persegi 4×4, Segiempat II: persegi panjang 2×6.(alternatif jawaban)

   b. Sediakan dua segitiga yang semua panjang sisinya berbeda, misal 4, 5, dan 6. Segiempat I dibentuk dengan menghimpitkan dua segitiga pada sisi yang panjang sisinya empat. Segiempat II dibentuk dengan menghimpitkan dua segitiga pada sisi dengan panjang sisi 6. (alternatif jawaban)

   c. Segiempat I: persegi 10×10, Segiempat II: persegi panjang 2×20 (alternatif jawaban)

Jalan Kaliurang Km 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
Kotak Pos 31 YKBS YOGYAKARTA 55281
Telepon (0274) 885725, 881717, Faksimili 885752
Web site p4tkmatematika.com
E-mail p4tkmatematika@yahoo.com