DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

Paket Fasilitasi Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika

PEMBELAJARAN STATISTIKA SMA

SMA

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

Puji Iryanti

Tempat/Tanggal Lahir	: Bangka/15 Juli 1964
Pendidikan	S1 Pendidikan Matematika, IKIP Yogyakarta, 1987 *Master of Science in Education* dengan spesialisasi *Mathematics Education*, State University of New York College at New Paltz, U.S.A., th. 1998.
Karya Tulis	: 1. Tim Peneliti TIMSS Video Study Indonesia, 2006 s.d. 2008 2. Tim Penulis Buku Matematika kelas X, XI, XII SMA dan MA Penerbit Citra Aji Parama Yogyakarta, 2005
Seminar/Workshop	: 1. Penyaji dalam Semiloka "Inovasi Pembelajaran Matematika dalam Rangka Menyongsong Sertifikasi Guru dan Persaingan Global" 2. Penyaji dalam "Fun Math Seminar", Himpunan Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta, 2008
Pengalaman sebagai Narasumber/Fasilitator	: 1. Guru Matematika SMKK Karya Rini Yogyakarta (1986-1989) 2. Guru Matematika SMA Angkasa Yogyakarta (1988-1995) 3. Guru SMAN 1 Kasihan Bantul Yogyakarta (1989-2003) 4. Lokakarya Pengembangan Model-Model Pembelajaran Matematika Sekolah 5. Penlok Widyaiswara Matematika LPMP Se-Indonesia 6. Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SD Wilayah LPMP Binaan Jenjang Dasar 7. Diklat Instruktur Matematika SMA Jenjang Dasar dan Lanjut

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA YOGYAKARTA

Jl. Kaliurang Km.6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
KOTAK POS 31 YK-BS Yogyakarta 55281
Telephone : (0274) 885725, 881717, 885752
Faks : (0274) 885752
E-mail : p4tkmatematika@yahoo.com
Website : www.p4tkmatematika.com

PAKET FASILITASI PEMBERDAYAAN KKG/MGMP MATEMATIKA

Pembelajaran Statistika SMA

Penulis:

Dra. Puji Iryanti, M.Sc.Ed

Penilai:

Dra. Th. Widyantini, M.Si

Editor:

Untung Trisna Suaji, S.Pd., M.Si

Ilustrator:

Andi Wibawa, S.T

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
YOGYAKARTA 2008

KATA PENGANTAR

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dalam melaksanakan tugas dan fungsinya mengacu pada tiga pilar kebijakan pokok Depdiknas, yaitu: 1) Pemerataan dan perluasan akses pendidikan; 2) Peningkatan mutu, relevansi dan daya saing; 3) Penguatan tata kelola, akuntabilitas, dan citra publik menuju insan Indonesia cerdas dan kompetitif.

Dalam rangka mewujudkan pemerataan, perluasan akses dan peningkatan mutu pendidikan, salah satu strategi yang dilakukan PPPPTK Matematika adalah meningkatkan peran Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) serta pemberdayaan guru inti/guru pemandu/guru pengembang yang ada pada setiap kecamatan, kabupaten dan kota.

Sebagai upaya peningkatan mutu dimaksud maka lembaga ini diharapkan mampu memfasilitasi kegiatan-kegiatan yang terkait dengan implementasi pengembangan pembelajaran matematika di lapangan. Guna membantu memfasilitasi forum ini, PPPPTK Matematika menyiapkan paket berisi kumpulan materi/bahan yang dapat digunakan sebagai referensi, pengayaan, dan panduan di KKG/MGMP khususnya pembelajaran matematika, dengan topik-topik/bahan atas masukan dan identifikasi permasalahan pembelajaran matematika di lapangan.

Berkat rahmat Tuhan Yang Maha Esa, atas bimbingan-Nya penyusunan Paket Fasilitasi Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu tiada kata yang patut diucapkan kecuali puji dan syukur kehadirat-Nya.

Dengan segala kelebihan dan kekurangan yang ada, paket fasilitasi ini diharapkan bermanfaat dalam mendukung peningkatan mutu pendidik dan tenaga kependidikan melalui forum KKG/MGMP Matematika yang dapat berimplikasi positif terhadap peningkatan mutu pendidikan.

Sebagaimana pepatah mengatakan, tiada gading yang tak retak, demikian pula dengan paket fasilitasi ini walaupun telah melalui tahap identifikasi, penyusunan, penilaian, dan editing masih ada yang perlu disempurnakan. Oleh karena itu saran, kritik, dan masukan yang bersifat membangun demi peningkatan kebermaknaan paket ini, diterima dengan senang hati teriring ucapan terima kasih. Ucapan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kami sampaikan pula kepada semua pihak yang membantu mewujudkan paket fasilitasi ini, mudah-mudahan bermanfaat untuk pendidikan di masa depan.

Yogyakarta
Kepala,

KASMAN SULYONO
NIP. 130352806

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Penulisan

Umumnya, para guru matematika SMA tidak mempunyai banyak kesulitan dengan pembelajaran dan materi statistika. Walaupun demikian, masih ada bagian dari materi ini yang sering ditanyakan oleh para guru matematika SMA khususnya dalam pendidikan dan pelatihan (diklat) guru matematika SMA yang diadakan di Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika, Yogyakarta. Bagian materi yang sering ditanyakan adalah bagaimana memilih rumus yang tepat untuk menentukan kuartil data tunggal, simpangan baku, menafsirkan ukuran pemusatan, ukuran letak dan ukuran penyebaran, mengajarkan median, kuartil dan modus data berkelompok, dan menggunakan median dan kuartil data berkelompok dalam penyelesaian masalah.

Supaya para guru matematika SMA mendapatkan bahan bacaan dan bahan diskusi yang dapat menjadi alternatif bantuan untuk menyelesaikan masalah yang ditanyakan di atas, perlu ditulis suatu paket yang menyajikan alternatif penyelesaian masalah-masalah tersebut sekaligus juga memuat soal-soal sejenis untuk latihan.

B. Tujuan Penulisan

Paket ini ditulis dengan tujuan:

1. untuk menjadi bahan diskusi dalam pertemuan MGMP Matematika mengenai bagian materi statistika yang sering menjadi pertanyaan para guru matematika SMA.
2. untuk membantu para guru matematika SMA mendapatkan tambahan alternatif wawasan pembelajaran statistika yang dibahas dengan sudut pandang yang berbeda.

C. Ruang Lingkup Penulisan

Paket ini tidak membahas bagaimana mendapatkan konsep-konsep awal statistika, karena konsep-konsep dianggap sudah dikuasai dan sebagai prasyarat untuk menyelesaikan masalah yang dibahas. Fokus paket ini pada masalah-masalah yang dihadapi para guru matematika dalam materi dan pembelajaran statistika SMA, khususnya tentang:

1. memilih rumus kuartil data tunggal yang sesuai dengan situasi pembelajaran.
2. menggunakan rumus simpangan baku yang sesuai dengan pembelajaran statistika di SMA.
3. menafsirkan ukuran letak, ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran.
4. menjelaskan cara mendapatkan rumus median, modus dan kuartil data berkelompok
5. menyelesaikan soal aplikasi rumus median dan kuartil data berkelompok

D. Cara Pemanfaatan Paket

1. Bacalah baik-baik tujuan pembelajaran di awal bab.
2. Selesaikan latihan/tugas yang terdapat dalam setiap bab. Anda dapat membandingkan jawaban yang Anda peroleh dengan jawaban latihan/tugas yang terdapat dalam lampiran kunci jawaban.
3. Selesaikan tes yang terdapat pada Bab III sebagai tolok ukur pencapaian Anda dalam mempelajari paket ini. Bandingkan jawaban Anda dengan jawaban tes yang terdapat pada lampiran kunci jawaban. Anda dinyatakan berhasil bila dapat menjawab dengan benar minimal 75%.
4. Jika Anda mendapat kesulitan dalam mengikuti pembahasan yang disajikan, Anda dapat mendiskusikannya dengan teman sejawat, atau dapat menghubungi penulis dengan alamat email kantor: p4tkmatematika@yahoo.com; alamat email pribadi: emelotirto@yahoo.com; alamat surat: Puji Iryanti, PPPPTK Matematika, Jl. Kaliurang Km.6 Sambisari Condongcatur Depok Sleman 55283 Yogyakarta; telepon: (0274) 881717.

BAB II

BEBERAPA PERMASALAHAN PEMBELAJARAN STATISTIKA SMA

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari paket ini, diharapkan pembaca dapat:

1. memilih rumus kuartil data tunggal yang sesuai dengan situasi pembelajaran.
2. menggunakan rumus simpangan baku yang sesuai dengan pembelajaran statistika di SMA.
3. menafsirkan ukuran letak, ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran.
4. menjelaskan cara mendapatkan rumus median, modus dan kuartil data berkelompok
5. menyelesaikan soal aplikasi rumus median dan kuartil data berkelompok.

B. Permasalahan

Pada mata diklat Statistika yang terdapat dalam Diklat Guru Pengembang/ Instruktur Matematika SMA Jenjang Dasar di Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika di Yogyakarta, para peserta diminta untuk mengidentifikasi masalah-masalah yang mereka temui dalam pembelajaran Statistika di sekolah. Berikut ini adalah masalah-masalah yang sering diajukan oleh para guru dan alternatif penyelesaiannya.

1. Karena ada beberapa macam rumus kuartil berbeda yang terdapat dalam buku-buku teks yang digunakan di SMA membuat para guru menjadi bingung rumus apa yang harus diajarkan kepada siswa?
2. Mengapa rumus simpangan baku (s) di statistika SMA menggunakan

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}} \quad \text{bukan} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

3. Bagaimana menafsirkan ukuran letak, ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran?
4. Bagaimana mendapatkan rumus median, kuartil dan modus data berkelompok?
5. Bagaimana menyelesaikan permasalahan statistika yang berkaitan dengan penggunaan rumus median dan kuartil data berkelompok?

C. Alternatif Penyelesaian Masalah Pemilihan Rumus Kuartil

Statistika SMA lebih menekankan pada objek data berkelompok, walaupun masih ada pembahasan tentang data tunggal, terutama tentang kuartil, desil dan persentil. Ada pertanyaan yang sering diajukan para guru matematika sehubungan dengan rumus yang digunakan untuk menentukan kuartil data tunggal ini. Ada buku teks yang menggunakan rumus kuartil sebagai berikut:

$$Q_1 = \begin{cases} Y_{\frac{1}{4}(n+1)}, \text{ untuk } n \text{ ganjil} \\ Y_{\frac{1}{4}n+\frac{1}{2}}, \text{ untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

$$Q_2 = \text{Median} = \begin{cases} Y_{\frac{1}{2}(n+1)}, \text{ untuk } n \text{ ganjil} \\ \frac{1}{2}(Y_{\frac{1}{2}n} + Y_{\frac{1}{2}n+1}), \text{ untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

$$Q_3 = \begin{cases} Y_{\frac{3}{4}(n+1)}, \text{ untuk } n \text{ ganjil} \\ Y_{\frac{3}{4}n+\frac{1}{2}}, \text{ untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Alternatif kedua, ada buku teks yang menggunakan rumus yang berbeda dari yang pertama, yaitu:

$$\mathbf{Q_i} = Y_{\frac{in}{4}}$$

dengan Q_i = letak kuartil ke-i dan n = banyak ukuran dalam data.

Sedangkan alternatif rumus ketiga adalah:

$$\mathbf{Q_i} = Y_{\frac{i(n+1)}{4}}$$

dengan Q_i = letak kuartil ke-i dan n = banyak ukuran dalam data.

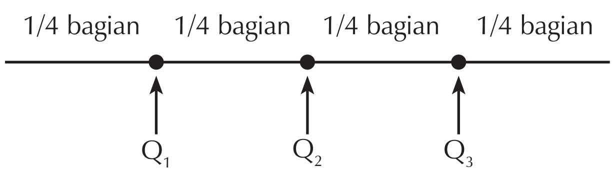
Pertanyaan yang sering diajukan oleh para guru adalah rumus mana yang harus mereka ajarkan, karena hasil yang diperoleh dari ketiga macam rumus itu seringkali tidak sama. Ada guru yang mengajarkan semua rumus itu kepada siswa, tetapi ada juga yang hanya mengajarkan semacam saja. Masalah timbul ketika pada suatu ujian bersama atau nasional yang soalnya tidak dibuat oleh guru yang bersangkutan, dimana bentuk soalnya pilihan ganda, terdapat dua atau tiga macam jawaban yang dihasilkan dari rumus-rumus tersebut. Jawaban mana yang harus dipilih? Apakah harus semuanya?

Untuk membantu para guru memutuskan pilihannya, marilah kita tinjau dahulu beberapa hal yang menjadi alasan untuk menentukan rumus kuartil pada pembelajaran statistika SMA, yaitu:

1. konsep kuartil.
2. rumus-rumus yang digunakan dalam menentukan kuartil.
3. kelebihan dan kekurangan rumus kuartil tertentu.
4. kecenderungan rumus kuartil pada ujian nasional atau ujian bersama.

Konsep Kuartil

Konsep kuartil dimulai ketika semua ukuran dalam suatu data sudah diurutkan, kemudian data itu dibagi menjadi dua bagian yang sama banyaknya. Batas yang menjadikan dua bagian itu sama banyak dinamakan kuartil dua (Q_2) atau median. Masing-masing bagian itu kemudian dibagi lagi menjadi dua bagian yang sama banyak juga. Batas-batas yang menjadi pembagi itu, dimulai dari yang terkecil berturut-turut dinamakan kuartil bawah atau kuartil satu (Q_1) dan kuartil atas atau kuartil tiga (Q_3). Jika digambarkan dengan diagram akan berbentuk seperti berikut ini.



Jika diperhatikan lebih lanjut untuk rumus kesatu dan ketiga, yang menjadi perbedaan adalah ketika data berukuran genap. Untuk data berukuran ganjil, kedua rumus memberikan hasil yang sama. Sedangkan rumus kedua akan memberikan hasil yang berbeda dibandingkan dengan kedua rumus yang lain.

Rumus yang Digunakan Untuk Menentukan Letak Kuartil

Perhatikan kuartil yang diperoleh dengan menggunakan ketiga macam rumus tersebut untuk data berukuran genap pada contoh berikut ini.

1. Dicari kuartil satu, dua, dan tiga dari data jarak dari rumah ke sekolah (dalam km) delapan orang siswa SMA Bina Bangsa: 12, 16, 9, 8, 10, 9, 11, 13.

a. Menggunakan rumus pertama.

Data 12, 16, 9, 8, 10, 9, 11, 13 diurutkan menjadi

$$\begin{array}{cccccccc} 8 & 9 & & 9 & 10 & & 11 & 12 & & 13 & 16 \\ & & \uparrow & & & \uparrow & & & \uparrow & & \\ & & Q_1 & & & Q_2 & & & Q_3 & & \end{array}$$

$Q_1 = \dfrac{9+9}{2} = 9$; $Q_2 = \dfrac{10+11}{2} = 10{,}5$; $Q_3 = \dfrac{12+13}{2} = 12{,}5$

b. Menggunakan rumus kedua.

Data 12, 16, 9, 8, 10, 9, 11, 13 diurutkan menjadi

8 9 9 10 11 12 13 16

Data sudah diurutkan, n = 8

$Q_1 = Y_{\frac{8}{4}} = Y_2$

$Q_2 = Y_{\frac{2(8)}{4}} = Y_4$

$Q_3 = Y_{\frac{3(8)}{4}} = Y_6$

$Q_1 = Y_2$ artinya Q_1 adalah datum terletak pada urutan ke-2.
Jadi $Q_1 = 9$.

$Q_2 = Y_4$ artinya Q_2 adalah datum terletak pada urutan ke-4.
Jadi $Q_2 = 10$.

$Q_3 = Y_6$ artinya Q_3 adalah datum terletak pada urutan ke-6.
Jadi $Q_3 = 12$.

c. Menggunakan rumus ketiga.

Data 12, 16, 9, 8, 10, 9, 11, 13 diurutkan menjadi

8 9 9 10 11 12 13 16

Data sudah diurutkan, n = 8

$Q_1 = Y_{\frac{1(8+1)}{4}} = Y_{2,25}$

$Q_2 = Y_{\frac{2(8+1)}{4}} = Y_{4,5}$

$Q_3 = Y_{\frac{3(8+1)}{4}} = Y_{6,75}$

$Q_1 =$ $Y_{2,25}$ artinya Q_1 adalah datum terletak pada urutan ke-2 ditambah 0,25 dari selisih datum terletak pada urutan ke-3 dan ke-2.
Jadi $Q_1 = 9 + 0,25\ (9 - 9) = 9$

$Q_2 =$ $Y_{4,5}$ artinya Q_2 adalah datum terletak pada urutan ke-4 ditambah 0,5 dari selisih datum terletak pada urutan ke-5 dan ke-4.
Jadi $Q_2 = 10 + 0,5\ (11 - 10) = 10,5$

$Q_3 =$ $Y_{6,75}$ artinya Q_3 adalah datum terletak pada urutan ke-6 ditambah 0,75 dari selisih datum terletak pada urutan ke-7 dan ke-6.
Jadi $Q_3 = 12 + 0,75\ (13 - 12) = 12,75$

Perhatikan bahwa untuk data yang sama, menggunakan ketiga macam rumus kuartil yang berbeda, hasilnya juga berbeda. Hasil yang sama hanya diperoleh untuk kuartil bawah. Menentukan letak kuartil menggunakan rumus 1 dan 3, yang berbeda adalah pada kuartil atas (tiga) sedangkan kuartil satu dan kuartil dua (median) hasilnya sama. Untuk lebih melihat perbedaan letak kuartil menggunakan ketiga rumus, perhatikan satu contoh lagi.

2. Dicari kuartil satu, dua, dan tiga dari data penjualan beras (kg) selama 12 hari di Warung Bono: 5, 14, 9, 8, 12, 9, 11, 13, 18, 6, 4, 7.

a. Menggunakan rumus pertama.

Data 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 11, 12, 13, 14, 18, diurutkan menjadi

4 5 6 7 8 9 9 11 12 13 14 18

Q_1 Q_2 Q_3

$Q_1 = \frac{6+7}{2} = 6,5$; $Q_2 = \frac{9+9}{2} = 9$; $Q_3 = \frac{12+13}{2} = 12,5$

b. Menggunakan rumus kedua.

Data 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 11, 12, 13, 14, 18, diurutkan menjadi

4 5 6 7 8 9 9 11 12 13 14 18

Data sudah diurutkan, n = 12

$Q_1 = Y_{\frac{1(12)}{4}} = Y_3$. Jadi $Q_1 = 6$.

$Q_2 = Y_{\frac{2(12)}{4}} = Y_6$. Jadi $Q_2 = 9$.

$Q_3 = Y_{\frac{3(12)}{4}} = Y_9$. Jadi $Q_3 = 12$.

Jika diperlihatkan dengan gambar, diperoleh:

4 5 6 7 8 9 9 11 12 13 14 18

Q_1 (6) Q_2 (9) Q_3 (12)

c. Menggunakan rumus ketiga.

Data 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 11, 12, 13, 14, 18, diurutkan menjadi

4 5 6 7 8 9 9 11 12 13 14 18

Data sudah diurutkan, n = 12

$Q_1 = Y_{\frac{1(12+1)}{4}} = Y_{3,25}$. Jadi $Q_1 = 6 + 0,25\ (7 – 6\ ) = 6,\ 25$.

$Q_2 = Y_{\frac{2(12+1)}{4}} = Y_{6,5}$. Jadi $Q_2 = 9 + 0,5\ (9 – 9\ ) = 9$.

$Q_3 = Y_{\frac{3(12+1)}{4}} = Y_{9,75}$. Jadi $Q_3 = 12 + 0,75\ (13 – 12\ ) = 12,75$.

Jika diperlihatkan dengan gambar, diperoleh:

4 5 6 7 8 9 9 11 12 13 14 18

Q_1 Q_2 Q_3

Sekarang yang sama untuk ketiganya adalah Q_2. Terlihat juga pada gambar kalau menggunakan rumus kedua, ternyata letak kuartil tidak tepat seperti pada konsepnya.

Kelemahan dan Kelebihan Masing-masing Rumus

Dari kedua contoh soal menentukan kuartil di atas, terlihat bahwa jika menggunakan rumus yang pertama dan kedua, diperoleh nilai kuartil yang lebih sederhana dibandingkan dengan menggunakan rumus ketiga. Tetapi jika ukuran suatu data relatif besar, lebih mudah menentukan kuartil dengan menggunakan rumus yang kedua atau ketiga, karena tidak harus mengamati letak data satu demi satu. Kelemahan menggunakan rumus kuartil kedua adalah kedudukan kuartil tidak tepat sama dengan konsep dasar kuartil.

Kelebihan rumus kedua dan ketiga adalah untuk pengembangan konsep ukuran letak yang lain yaitu desil dan presentil data tunggal.

Kecenderungan Rumus Kuartil Pada Ujian Nasional Atau Ujian Bersama

Selanjutnya, harus diamati pola jawaban pilihan pada ujian bersama atau ujian nasional. Bagaimana kecenderungan jawaban jika soal tentang kuartil diujikan, apakah menggunakan rumus yang pertama, kedua atau yang ketiga? Sekarang keputusan tetap di tangan Anda. Boleh saja Anda mengajarkan semua rumus di atas, tetapi Anda lebih menekankan kepada siswa untuk memilih rumus tertentu pada saat ujian bersama atau ujian nasional dengan beberapa alasan yang sudah Anda kaji sebelumnya.

Tugas 1

1. Bacalah kembali uraian tentang rumus kuartil di atas. Jelaskan kelebihan dan kelemahan masing-masing rumus kuartil.
2. Amatilah soal-soal ujian nasional 3 tahun terakhir yang memuat kuartil. Rumus kuartil manakah yang dipakai oleh pembuat soal?

D. Alternatif Penyelesaian Masalah Pemilihan Rumus Simpangan Baku

Ada pertanyaan yang sering diajukan pada mata diklat statistika, “mengapa rumus simpangan baku pada pelajaran statistika SMA yaitu $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}}$

berbeda dengan yang digunakan pada statistika perguruan tinggi yaitu

$s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$?”.

Ada guru yang menjawab bahwa untuk untuk n yang cukup besar maka digunakan rumus yang digunakan di SMA tersebut. Timbul pertanyaan dari guru yang lain berapa batasan n disebut besar? Ada yang menjawab bahwa n dikatakan besar bila $n \geq 30$. Mendengar tanya jawab tersebut timbul pertanyaan, apakah jawaban-jawaban tersebut sudah tepat? Untuk itu perlu dilihat terlebih dahulu asal rumus simpangan baku tersebut.

Objek penelitian dalam statistika dibedakan dalam bentuk populasi (kumpulan semua objek yang diteliti) dan sampel (wakil dari populasi). Disepakati bahwa rumus untuk simpangan baku untuk sampel (umumnya diberi simbol s) adalah $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ dan rumus simpangan baku untuk populasi (umumnya diberi simbol σ) adalah $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$. Berarti, ini tidak ada hubungannya dengan seberapa besar *n*. Jika objek penelitian tersebut merupakan suatu populasi utuh, walaupun banyaknya anggota populasi itu hanya 25, maka rumus simpangan baku yang dipakai adalah

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Pada pembelajaran matematika SMA, objek-objek yang dibicarakan **dianggap** mewakili suatu populasi langsung karena tidak untuk menyimpulkan populasi yang lebih besar lagi. Misalkan diambil contoh simpangan baku nilai matematika kelas XI SMA Bina Bangsa. Dianggap bahwa kelas XI SMA Bina Bangsa adalah suatu populasi, karena tidak digunakan untuk menyimpulkan nilai matematika semua siswa SMA Bina Bangsa. Dengan demikian rumus simpangan baku nilai matematika kelas tersebut menggunakan rumus simpangan baku populasi yaitu $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$.

Yang kemudian menjadi masalah adalah simbol rumus yang dipakai, bukannya menggunakan simbol σ tetapi diberi simbol s, yang seharusnya digunakan untuk simbol simpangan baku sampel.

Perbedaan yang mendasar adalah ketika siswa melanjutkan ke perguruan tinggi dan kemudian mempelajari statistika lanjutan. Di sini mereka mulai mempelajari statistika inferensi dan mulai memahami bahwa banyak kesulitan dialami untuk meneliti langsung suatu populasi. Menurut teori statistika, untuk mengetahui keadaan suatu populasi dapat diambil sampel yang representatif. Dari sampel tersebut dapat dihitung berbagai ukuran termasuk simpangan baku yang dapat digunakan untuk mengestimasi simpangan baku populasinya. Di sini simbol-simbol yang digunakan lebih khusus, harus dipilih untuk sampel atau untuk populasi. Rumus-rumus yang digunakan dan juga simbol untuk rumus-rumus tersebut juga dibedakan untuk sampel atau untuk populasi.

Tugas 2

Misal Anda adalah guru matematika kelas XI di SMA Bina Bangsa. Banyak murid di kelas itu 20 orang. Anda ingin tahu nilai rata-rata matematika siswa di kelas itu dan simpangan baku nilai matematika kelas itu. Prosedur apa yang dilakukan dan rumus apa yang digunakan dalam prosedur itu? Jelaskan mengapa Anda menggunakan rumus itu.

E. Menafsirkan Ukuran Pemusatan, Ukuran Letak dan Ukuran Penyebaran

Setelah mendapatkan nilai ukuran pemusatan (mean, median, dan modus), ukuran letak (kuartil, desil, dan persentil), dan ukuran penyebaran (range dan simpangan baku), bagaimanakah cara menafsirkannya?

1. Ukuran Pemusatan

   Ukuran pemusatan (mean, median, dan modus) adalah ukuran numerik yang mempunyai kecenderungan terletak di tengah-tengah data. Mean, median, dan modus sebenarnya memiliki pengertian yang sama yaitu rata-rata, tetapi dipergunakan dalam konteks yang berbeda-beda. Ketiganya sangat penting dalam menggambarkan data.

   Dalam penelitian tentang psikologi ingin diketahui mainan apa yang membuat bayi merasa senang. Tentu saja bayi- bayi itu belum dapat ditanya, sehingga yang dilakukan adalah melihat reaksi mereka terhadap berbagai mainan. Para peneliti mencatat berapa lama waktu para bayi memperhatikan mainan-mainan itu. Dari hal tersebut peneliti dapat menentukan mean, dan modus lama waktu mainan yang diperhatikan para bayi. Kemudian para peneliti menafsirkan mainan apa yang secara umum disukai bayi.

   Mungkin Anda pernah membaca koran yang melaporkan bahwa “rata-rata kecelakaan yang terjadi di jalan raya adalah kecelakaan sepeda motor”. Apa yang terpikir di benak Anda mengenai kata-kata “rata-rata” tersebut? Jika dianalisa lebih lanjut kata “rata-rata” disini bermakna yang paling sering terjadi atau di dalam statistika disebut modus.

   Suatu ketika seorang siswa mengatakan bahwa nilai rata-rata dari 4 kali ulangan matematikanya adalah 6,6. Dapat disimpulkan bahwa yang dimaksud siswa tersebut adalah rata-rata aritmetika atau disebut juga mean.

   Keadaan yang lain adalah ketika salah satu orang tua siswa menanyakan prestasi anaknya di sekolah dijawab bahwa prestasi anak itu itu “rata-rata” saja atau sedang-sedang saja. Kata “rata-rata” disini bisa ditafsirkan bahwa kedudukan siswa itu dalam urutan menengah atau median.

Perhatikan bahwa dalam suatu data saja, tiap ukuran "rata-rata" itu memberikan gambaran yang berbeda untuk data yang disajikan, misalnya pada contoh berikut ini.

Pendapatan tahunan sepuluh keluarga (dalam jutaan rupiah):

54.000	31.500
39.000	31.500
37.500	31.500
36.750	31.500
36.250	25.500

Apa yang dapat dikatakan tentang pendapatan kelompok keluarga ini? Ukuran pemusatan akan memberikan gambaran itu, sehingga akan dihitung mean, median dan modusnya. Mean (rata-rata aritmetika) adalah 35.400, median 33.375 dan modus 31.500. Nilai-nilai ini akan berbeda jauh jika ada satu keluarga yang pendapatannya ratusan juta atau ada keluarga yang penghasilannya sangat minim. Jika terjadi seperti itu, mean tidak tepat mewakili kelompok tersebut karena kemungkinan besar banyak keluarga yang pendapatannya jauh di bawah mean. Median lebih stabil kedudukannya karena tidak akan berubah terlalu drastis.

Kita perlu berhati-hati dalam menanggapi data numerik yang disajikan. Perhatikan angka-angka yang tersaji, sehingga dapat diputuskan jenis rata-rata seperti apa yang dapat menggambarkan dengan tepat data tersebut. Dalam kehidupan sehari-hari jika ada orang mengatakan "rata-rata" maka kita harus memperhatikan konteks yang sedang dibicarakan, karena mungkin saja yang dimaksud mean, median atau modus.

2. Ukuran Letak

   Jika orang mengatakan $Q_1 = 9$, bagaimana menafsirkannya? Karena Q_1 adalah batasan seperempat data yang sudah diurutkan mulai dari nilai terkecil maka dapat dikatakan bahwa 25% dari data nilai tertingginya adalah 9, atau 75% dari data nilai terendahnya adalah 9.

   Untuk data yang memiliki median = Q_2 = 12,75 dapat ditafsirkan 50% dari data nilai tertingginya adalah 12,75, atau 50% dari data nilai terendahnya adalah 12,75. Dengan cara yang sama Anda dapat menafsirkan desil ke-n dan persentil ke-n.

3. Ukuran Penyebaran

   Yang termasuk ke dalam ukuran penyebaran antara lain jangkauan (range), simpangan rata-rata dan simpangan baku.

a. Jangkauan (*J*) adalah ukuran penyebaran data yang paling sederhana dan didefinisikan sebagai

$$J = \text{statistik maksimum} - \text{statistik minimum}$$

Untuk menafsirkan jangkauan harus dilihat seperti apa data yang disajikan. Jika bicara tentang nilai siswa yang rentangnya 0 sampai dengan 100 dan diketahui jangkauan untuk nilai matematika sebesar 65, dapat dikatakan bahwa jangkauannya besar karena melebihi setengah rentang nilai. Artinya ada seorang siswa yang nilainya tinggi ($65 \leq x \leq 100$) tetapi ada pula seorang siswa yang nilainya sangat rendah ($0 \leq x \leq 35$). Dengan cara lain bisa juga dikatakan data sangat bervariasi.

b. Simpangan rata-rata (SR) didefinisikan sebagai

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^{n} |(x_i - \bar{x})|}{n},$$

dengan $\bar{x}$ = mean (rata-rata) dan n = banyak ukuran (nilai) dalam data.

Dilihat dari rumus yang diberikan, dapat dikatakan bahwa simpangan rata-rata adalah seberapa besar rata-rata data menyimpang dari meannya dengan mengabaikan tanda masing-masing nilai yang terdapat pada data tersebut. Simpangan rata-rata dapat digunakan sebagai alat untuk mengambil suatu keputusan bila kita dihadapkan pada suatu pilihan antara dua atau lebih hal yang sama. Perhatikan contoh berikut ini.

Sebuah perusahaan alat tulis memasang iklan di dua kota, yaitu kota A dan kota B. Iklan itu ditujukan untuk siswa SMP, SMA dan mahasiswa. Iklan dipasang selama sebulan kemudian diteliti jumlah produk yang terjual per hari. Data penjualannya ditunjukkan oleh tabel di bawah ini.

Konsumen	Kota A (unit)	Kota B (unit)
Siswa SMP	150	75
Siswa SMA	50	25
Mahasiswa	100	200

Dimanakah produk perusahaan tersebut mendapatkan tanggapan yang lebih baik?

Penyelesaian

$\bar{x}_A = 100$, $\bar{x}_B = 100$

SR kota A			*SR* kota B	
x_A	$\lvert x_A - \bar{x}_A \rvert$		x_B	$\lvert x_B - \bar{x}_B \rvert$
150	50		75	25
50	50		25	75
100	0		200	100
	$\Sigma \lvert x_A - \bar{x}_A \rvert = 100$			$\Sigma \lvert x_B - \bar{x}_B \rvert = 200$

$$SR_A = \frac{100}{3} = 33{,}3 \text{ dan } SR_B = \frac{200}{3} = 66{,}7\,.$$

Karena $SR_A < SR_B$, maka tanggapan yang lebih baik terdapat di kota A.

c. Simpangan baku yang digunakan di SMA didefinisikan sebagai

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Diantara ukuran penyebaran yang lain, simpangan baku adalah yang paling banyak digunakan. Seperti juga pada simpangan rata-rata, semua nilai yang terdapat dalam data selalu dihitung penyimpangannya dari mean. Namun demikian, simpangan baku tidak mengabaikan tanda dari setiap nilai yang terdapat dalam data. Melihat dari rumus yang digunakan, bila data sangat bervariasi (nilai-nilai dalam data cukup jauh dari meannya) maka akan dihasilkan simpangan baku yang relatif cukup besar. Tetapi, bila hanya diketahui simpangan baku saja tanpa ada data pendukung lainnya, sulit ditafsirkan bagaimana variasi data tersebut.

Simpangan baku dan rata-rata sering digunakan untuk membandingkan kedudukan dua individu, dimuat dalam suatu rumus yang disebut angka baku (z-score).

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

Perhatikan contoh penggunaan angka baku berikut ini.

Anita mendapat nilai ulangan bahasa Indonesia 84 dan bahasa Inggris 73. Nilai rata-rata ulangan bahasa Indonesia 75 dengan simpangan baku 11. Nilai rata-rata ulangan bahasa Inggris 65 dengan simpangan baku 9. Pada mata pelajaran mana kedudukan Anita lebih baik?

Penyelesaian:

a. $x_{Ind} = 84,\ \overline{x}_{Ind} = 75$ dan $s_{Ind} = 11$

$$z_{Ind} = \frac{x_{Ind} - \overline{x}_{Ind}}{s_{Ind}} = \frac{84-75}{11} = \frac{9}{11} = 0{,}82$$

b. $x_{Ingg} = 73,\ \overline{x}_{Ingg} = 65$ dan $s_{Ingg} = 9$

$$z_{Ingg} = \frac{x_{Ingg} - \overline{x}_{Ingg}}{s_{Ingg}} = \frac{73-65}{9} = \frac{8}{9} = 0{,}89$$

$z_{Ingg} > z_{Ind}$

Jadi, kedudukan Anita lebih baik pada mata pelajaran bahasa Inggris.

Jika yang ingin dibandingkan adalah kumpulan data dengan satuan yang berbeda, maka yang dipakai adalah koefisien variasi (KV) yang dirumuskan sebagai berikut:

$$KV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100\%$$

dengan s = simpangan baku dan $\overline{x}$ = mean (rata-rata)

Perhatikan contoh berikut ini.

Di pasar Bantengan harga bawang merah rata-rata Rp 8.000,00 per kg dengan simpangan baku Rp 500,00 per kg. Harga minyak goreng rata-rata Rp 10.000,00 per liter dengan simpangan baku Rp 800,00 per liter.

Dari masing-masing komoditi tersebut dapat dihitung koefisien variasinya sebagai berikut.

Bawang merah: $KV = \frac{500}{8000} \times 100\% = 6{,}25\%$

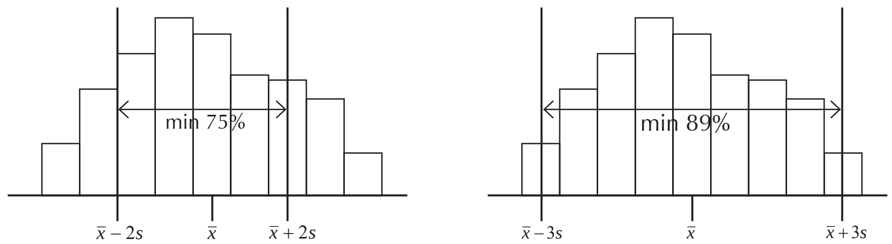
Minyak goreng: $KV = \frac{800}{10000} \times 100\% = 8\%$

Dari hasil perhitungan tersebut dapat dikatakan bahwa harga bawang merah lebih seragam dibandingkan dengan harga minyak goreng atau harga minyak goreng lebih besar variasinya dibandingkan harga bawang merah.

Cara lain untuk menafsirkan simpangan baku adalah dengan memperhatikan distribusi data. Dalam hal ini harus dicermati terlebih dahulu **teorema Chebyshev** dan **aturan empiris distribusi**.

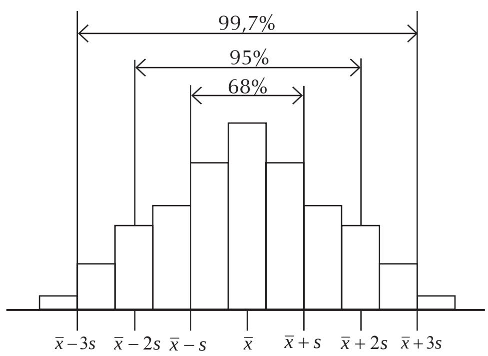
Teorema Chebyshev: Proporsi sebarang distribusi yang terletak dalam k simpangan baku dari mean minimal $1 - \frac{1}{k^2}$, dimana k bilangan positif lebih dari 1.

Dengan demikian dalam 2 simpangan baku ($k = 2$), proporsi data minimal 75% dan dalam 3 simpangan baku ($k = 3$), proporsi data minimal 89%.

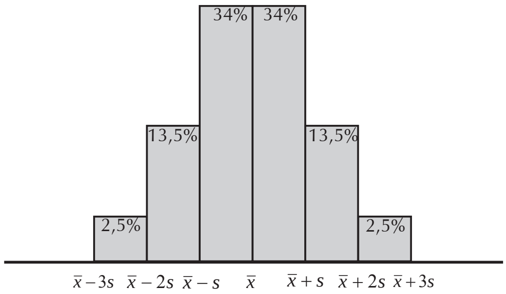


Aturan Empiris Distribusi: Jika suatu data terdistribusi normal, maka dalam satu simpangan baku dari mean terdapat kurang lebih 68% dari data. Dalam dua simpangan baku dari mean akan terdapat kurang lebih 95% dari data dan dalam 3 simpangan baku dari mean akan terdapat 99,7% dari data. (catatan: walaupun aturan ini berlaku untuk distribusi normal, tetapi sering digunakan sebagai petunjuk untuk menafsirkan sebarang distribusi).

Gambar di bawah ini menunjukkan interval satu, dua dan tiga simpangan baku dari mean suatu distribusi mendekati normal. Biasanya proporsi ini tidak tepat terjadi seperti ini dalam suatu sampel, tetapi akan mendekati bila sampel berukuran besar diambil dari suatu populasi berdistribusi normal.



Bentuk histogram distribusi normal hampir simetris. Mean membagi distribusi menjadi dua bagian yang sama. Mean dan mediannya sama. Dengan demikian aturan empiris distribusi ditingkatkan seperti dalam histogram berikut.



Tugas 3

1. Perhatikan sistem pemberian transport bulanan (dalam rupiah) pegawai Koperasi Makmur Jaya berikut ini.

Ketua	: 1.100.000
Wakil ketua	: 600.000
Sekretaris I dan bendahara I, II	: 500.000; 480.000; 440.000
Staf utama	: 360.000; 360.000; 320.000
Pesuruh dan petugas pembersih	: 220.000; 180.000; 140.000

   a. Hitunglah mean, median dan modus.
   b. Misalkan Anda adalah ketua koperasi. Anda diwawancara oleh sebuah media cetak yang menanyakan berapa gaji rata-rata pegawai di koperasi Anda. Apa jawaban Anda? Jelaskan!
   c. Misalkan Anda adalah pegawai selain ketua. Anda diwawancara oleh sebuah media cetak yang menanyakan berapa gaji rata-rata pegawai di koperasi Anda. Apa jawaban Anda? Jelaskan!
2. Menurut aturan empiris, semua data terletak antara $\bar{x}-3s$ dan $\bar{x}+3s$. Jangkauan (range) juga meliputi semua data tersebut.
   a. Hubungan apa yang dapat disimpulkan antara simpangan baku dan jangkauan?
   b. Bagaimana hasil di atas dapat digunakan untuk menafsirkan simpangan baku ketika jangkauan diketahui?
3. Jika diketahui simpangan baku nilai sekelompok siswa adalah 12. Bagaimana Anda menafsirkan data itu?
4. Jika diketahui simpangan baku nilai sekelompok siswa adalah 12 dengan nilai rata-rata 65 dan distribusi data normal. Bagaimana Anda menafsirkan data itu?

5. Informasi berikut adalah tentang sekor yang diperoleh oleh Andini dan Selvi dalam 5 kali lomba seni acara kemerdekaan.

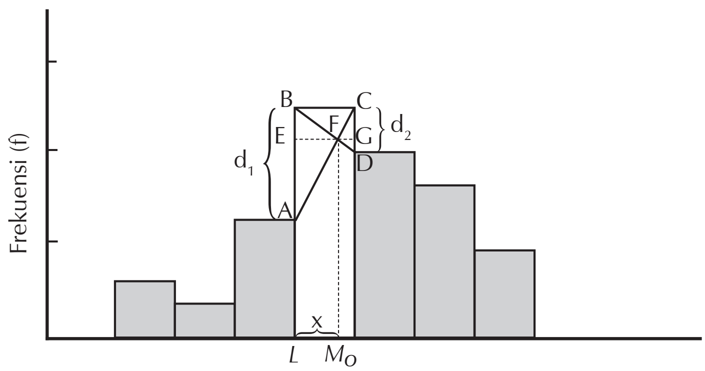
Lomba ke	Sekor Andina	Sekor Selvi
1	12	10
2	0	13
3	13	9
4	25	8
5	0	10

   Misalkan Anda diminta untuk memilih peserta terbaik dari 2 orang itu. Peserta mana yang Anda pilih? Jelaskan!
6. Anto mendapat nilai Matematika 73 dan Biologi 77. Nilai rata-rata kelas untuk Matematika adalah 65 dengan simpangan baku 10. Nilai rata-rata kelas untuk Biologi adalah 68 dengan simpangan baku 8. Pada mata pelajaran apa kedudukan Anto lebih baik?
7. Dari suatu data diketahui datum terkecil adalah 24 dan datum terbesar adalah 88. Misalkan data itu berdistribusi normal. Apa yang dapat Anda katakan tentang simpangan baku data tersebut?
8. Waktu rata-rata untuk seorang pekerja seni membuat barang seni tertentu adalah 84 jam dengan simpangan baku 6,8 jam. Misalkan aturan empiris berlaku,
   a. berapa proporsi untuk penggunaan waktu 97,6 jam atau lebih?
   b. tentukan interval waktu untuk 95% waktu pembuatan barang.

F. Rumus Modus, Median, dan Kuartil Data Berkelompok

Banyak guru yang mengajarkan rumus median, kuartil dan modus data berkelompok dengan cara memberitahu rumus itu, tanpa mengajak siswa berpikir darimana rumus itu datangnya. Model pengajaran seperti ini akan menemui kendala ketika siswa dihadapkan dengan aplikasi masalah sejenis median atau kuartil. Rumus modus dan median dapat diturunkan dari histogram.

1. Modus



Perhatikan histogram di atas. Tinggi persegi panjang menyatakan frekuensi (*f*) dan lebarnya menyatakan panjang interval (*i*). Persegi panjang yang paling tinggi adalah kelas modus karena frekuensinya terbesar. Kelas ini mempunyai tepi bawah L. Modus data (*Mo*) dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Mo &= L + x \\ &= L + EF \end{aligned}$$

Untuk mencari nilai *EF* perhatikan dua segitiga sebangun ABF dan DCF.

AB = frekuensi kelas modus – frekuensi kelas sebelum kelas modus = d_1

CD = frekuensi kelas modus – frekuensi kelas setelah kelas modus = d_2

$EF + FG = i$

$$\begin{aligned} \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{CD} &\Leftrightarrow \frac{EF}{d_1} = \frac{(i - EF)}{d_2} \\ &\Leftrightarrow d_2 EF = d_1(i - EF) \\ &\Leftrightarrow (d_1 + d_2)EF = d_1 i \\ &\Leftrightarrow EF = \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)i \end{aligned}$$

Gantikan *EF* dengan $\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)i$ pada persamaan $Mo = L + EF$ diperoleh modus:

$$\boldsymbol{Mo = L +} \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)i$$

Mo = modus

L = tepi bawah kelas modus

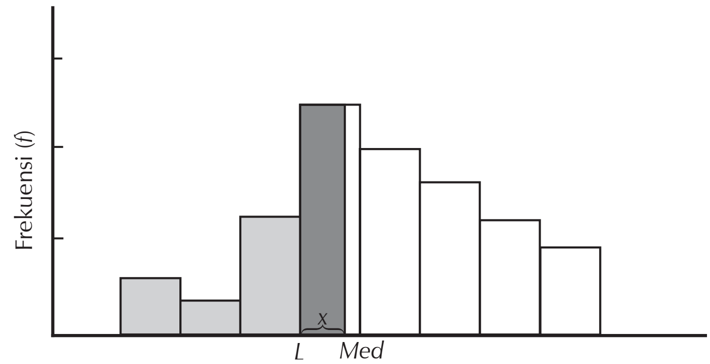
d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

i = panjang interval

2. Median

Salah satu cara untuk menentukan median data berkelompok adalah menggunakan histogram. Semua frekuensi pada histogram dijumlahkan. Median diasumsikan di Med, yaitu setengah dari jumlah frekuensi. Kelas tempat median terletak dinamakan kelas median.



Med = median, *L* = tepi bawah kelas median

Persegi panjang yang diarsir mewakili frekuensi dengan keterangan:

$\sum$ □ = *fk* (jumlah frekuensi sebelum kelas median)

$\sum$ □ digabung ■ = ½ *n* (setengah dari jumlah frekuensi)

■ = ½ *n* − *fk*

Dengan demikian *Med* = *L* + *x*

Kelas median mempunyai frekuensi f_{med} dan panjang interval kelas *i*.

Dengan demikian $$\frac{x}{i} = \frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}$$

$$\Leftrightarrow x = \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}\right)i$$

Jadi rumus median adalah:

$$\boldsymbol{Med = L + \frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}\, i}$$

L = tepi bawah kelas median

n = jumlah frekuensi

f_k = jumlah frekuensi sebelum kelas median

f_{med} = frekuensi kelas median

i = panjang interval kelas

Contoh:

Tentukan modus dan median data nilai ulangan matematika 50 siswa:

Nilai	Frekuensi (*f*)
39 – 47	3
48 – 56	2
57 – 65	6
66 –74	13
75 – 83	11
84 – 92	10
93 – 101	5
	$\sum f = 50$

Penyelesaian:

a. kelas modus interval 66 –74
   tepi bawah kelas $L = 65{,}5$
   panjang interval kelas i = 9
   selisih frek.kelas modus dengan kelas sebelumnya $d_1 = 13 - 6 = 7$
   selisih frek.kelas modus dengan kelas sesudahnya $d_2 = 13 - 11 = 2$

$$Mo = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)i$$

$$= 65{,}5 + \left(\frac{7}{7+2}\right)9 = 72{,}5$$

b. kelas median interval 75 – 83
   tepi bawah kelas L = 74,5
   panjang interval kelas i = 9
   $f_k = 24,\ f_{med} = 11,\ n = 50$

$$Med = L + \left(\frac{\frac{1}{2}n - f_k}{f_{med}}\right) i = 74{,}5 + \left(\frac{25 - 24}{11}\right) 9 = 75{,}32$$

3. Kuartil

Untuk menentukan kuartil dan desil, digunakan cara yang sama seperti menentukan median sehingga diperoleh rumus untuk kuartil ke-*k* sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Q_k = L_k + \left(\frac{\frac{kn}{4} - f_k}{f_{Qk}}\right) i}$$

Q_k = kuartil ke-k, dengan $k = 1, 2, 3$

L_k = tepi bawah kelas kuartil ke-k

n = banyak data

f_k = frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil ke-k

f_{Qk} = frekuensi kelas kuartil ke-k

i = panjang interval

4. Desil

$$D_k = L_k + \left(\frac{\frac{kn}{10} - f_k}{f_{Dk}}\right) i$$

D_k = desil ke-k, dengan $k = 1, 2, 3, ..., 9$

L_k = tepi bawah kelas desil ke-k

n = banyak data

f_k = frekuensi kumulatif sebelum kelas desil ke-k

f_{Dk} = frekuensi kelas desil ke-k

i = panjang interval

Contoh:

Dari data nilai ulangan matematika 50 siswa tentukan kuartil ke-1, kuartil ke-3 dan desil ke 8.

Nilai	Frekuensi (f)
39 – 47	3
48 – 56	2
57 – 65	6
66 –74	13
75 – 83	11
84 – 92	10
93 – 101	5
	$\Sigma f = 50$

Penyelesaian:

a. Kuartil ke-1 adalah datum urutan ke 12,5 sehingga kelas kuartil ke-1 adalah interval 66 – 74, tepi bawah kelas $L_1 = 65,5$
$f_1 = 11$, $f_{Q1} = 13$, panjang interval $i = 9$, $n = \Sigma f = 50$

$$Q_k = L_k + \left(\frac{\frac{kn}{4} - f_k}{f_{Qk}}\right) i$$

$$Q_1 = 65{,}5 + \left(\frac{\frac{50}{4} - 11}{13}\right) 9 = 66{,}54$$

Jadi kuartil ke-1 adalah 66,54.

b. Kuartil ke-3 adalah datum urutan ke 37,5 sehingga kelas kuartil ke-3 adalah interval 84 – 92, tepi bawah kelas $L_3 = 83{,}5$

$f_3 = 35$, $f_{Q3} = 10$, panjang interval $i = 9$

$$Q_k = L_k + \left(\frac{\frac{kn}{4} - f_k}{f_{Qk}}\right) i$$

$$Q_3 = 83{,}5 + \left(\frac{\frac{3(50)}{4} - 35}{10}\right) 9 = 85{,}75$$

Jadi kuartil ke-3 adalah 85,75.

c. Desil ke-8 adalah datum urutan ke 40 (80% x 50) sehingga desil ke-8 terletak pada interval 84 – 92 dengan tepi bawah kelas $D_8 = 83{,}5$

$f_8 = 35$, $f_{D8} = 10$, panjang interval $i = 9$

$$D_k = L_k + \left(\frac{\frac{kn}{10} - f_k}{f_{Dk}}\right) i$$

$$D_8 = 83{,}5 + \left(\frac{40-35}{10}\right) 9 = 88$$

Jadi desil ke-8 adalah 88.

G. Soal-soal yang Berkaitan dengan Median/Kuartil Data Berkelompok

Soal-soal yang penyelesaiannya menggunakan analogi rumus median/kuartil data berkelompok sering dijumpai di buku-buku matematika SMA. Namun perlu dicermati soal-soal tersebut supaya sesuai dengan kehidupan sehari-hari. Untuk lebih memahami apa yang dimaksud, perhatikan contoh soal berikut ini.

Contoh:

Di suatu lomba memancing, ikan-ikan yang diperoleh peserta ditimbang dan dicatat beratnya dalam kg. Hasilnya dikelompokkan sebagai-berikut:

Berat Ikan	Frekuensi
1,1 – 1,5	13
1,6 – 2	12
2,1 – 2,5	24
2,6 – 3	9
3,1 – 3,5	10
3,6 – 4	6
4,1 – 4,5	11
4,6 – 5	5

1. Jika hadiah diberikan kepada 10 peserta yang memperoleh ikan terberat, berapa batas terendah berat ikan yang diperoleh?
2. Jika hadiah diberikan kepada peserta yang mendapatkan ikan dengan berat lebih dari atau sama dengan 3,7 kg, ada berapa peserta yang mendapat hadiah?

Penyelesaian:

1. Banyak peserta $n = 90$. Jadi 10 peserta yang mendapat hadiah adalah peserta urutan 81 keatas. Batas terendah berat ikan diperoleh peserta urutan ke-81 yang terletak pada interval 4,1 – 4,5. Tepi bawah kelas ini adalah 4,05. Panjang interval kelas i = 0,5. Frekuensi kumulatif kelas-kelas sebelumnya 74. Misalkan batas terendah berat adalah *X*, dan mengambil analogi dengan rumus kuartil, diperoleh:

   $$X = 4{,}05 + \left(\frac{81-74}{11}\right)(0{,}5) = 4{,}37$$

   Jadi batas terendah berat ikan adalah 4,37 kg.

2. Berat 3,7 kg terletak pada interval 3,6 – 4, dengan batas bawah 3,55. Frekuensi pada interval tersebut adalah 6. Frekuensi kumulatif kelas-kelas sebelumnya 68. Panjang interval kelas $i = 0{,}5$. Misalkan urutan terendah peserta adalah n, dan mengambil analogi dengan rumus kuartil, diperoleh:

   $$3{,}7 = 3{,}55 + \left(\frac{n-68}{6}\right)(0{,}5)$$

   $$\Leftrightarrow 0{,}15 = \frac{n-68}{12}$$

   $$\Leftrightarrow 1{,}8 = n - 68$$

   $$n = 69{,}8 \approx 70$$

   Jadi peserta yang mendapatkan hadiah mulai dari urutan 70 sampai dengan 90, yaitu ada 21 orang.

Dari 2 pertanyaan di atas, situasi manakah yang lebih logis? Jawaban pertanyaan pertama, berat ikan minimal adalah 4,37 kg. Walaupun mungkin tidak ada peserta yang memperoleh ikan dengan berat 4,37 kg, namun tidak masalah karena ada yang memperoleh lebih besar daripada itu. Jadi pertanyaan ini menghasilkan jawaban yang logis. Tetapi untuk pertanyaan 2, urutan 70 diperoleh dari pembulatan dan ini kurang logis. Apalagi kalau tidak dibulatkan lebih tidak logis lagi karena akan diperoleh banyak peserta 21, 2 orang.

Dengan demikian diharapkan para guru jangan terjebak untuk membuat soal sejenis yang menyerupai situasi 2, karena akan menghadapi situasi yang tidak logis.

Tugas 4

1. Susunlah langkah-langkah mengajarkan modus, median dan kuartil data berkelompok dengan siswa sebagai pusat pembelajaran.
2. Tabel di bawah ini menunjukkan nilai matematika 25 siswa.

Nilai	Frekuensi
40 – 44	2
45 – 49	8
50 – 54	11
55 – 59	13
60 – 64	6

   a. Jika 10 siswa dengan nilai tertinggi dinyatakan lulus, berapa batas nilai terendah?
   b. Jika batas nilai terendah adalah 56, berapa siswa yang lulus?
   c. Dari dua pertanyaan di atas, a dan b, manakah yang lebih logis? Jelaskan!
   d. Hitunglah kuartil atas data tersebut!
   e. Sebanyak 25% siswa dengan nilai rendah (tingkat bawah) diharuskan mengikuti ujian ulangan. Berapa nilai maksimum kelompok tersebut?
3. Rancanglah dua soal yang merupakan analogi dengan median data berkelompok!

BAB III
PENUTUP

A. Rangkuman

Dari pembahasan mengenai rumus kuartil data tunggal mana yang dipakai dalam pembelajaran statistika SMA, disarankan kepada para guru untuk: (1) mengkaji rumus yang dijadikan dasar untuk pengembangan konsep desil dan persentil; (2) mengkaji kecenderungan rumus yang dipakai dalam Ujian Nasional. Berdasarkan hasil kajian itulah ditentukan rumus mana yang dipakai.

Dari pembahasan mengenai rumus simpangan baku, apakah penyebut yang dipakai n atau $n - 1$, disarankan para guru untuk melihat kembali ke konsep dasar simpangan baku. Penyebut n dipakai untuk simpangan baku populasi, sedangkan penyebut $n - 1$ dipakai untuk sampel.

Dari pembahasan tentang menafsirkan, dapat dikatakan bahwa:

1. Ukuran pemusatan (mean, median, dan modus)

   Mempunyai makna yang sama yaitu rata-rata, tergantung dari konteks yang digunakan.
2. Ukuran letak (kuartil, desil, dan persentil)
   a. kuartil bawah (Q_1), ditafsirkan sebagai 25% data nilai tertingginya adalah Q_1, atau 75% data nilai terendahnya adalah Q_1
   b. median (Q_2), ditafsirkan sebagai 50% data nilai tertingginya adalah Q_2, atau 50% data nilai terendahnya adalah Q_2.
   c. kuartil atas (Q_3), ditafsirkan sebagai 25% data nilai terendahnya adalah Q_3, atau 75% data nilai tertingginya adalah Q_3.
3. Ukuran penyebaran (simpangan rata-rata, jangkauan dan simpangan baku)
   a. Simpangan rata-rata dapat digunakan sebagai alat untuk mengambil suatu keputusan bila kita dihadapkan pada suatu pilihan antara dua atau lebih hal yang sama.
   b. Jika hanya diketahui simpangan rata-rata A saja tanpa ada keterangan lain, dapat ditafsirkan bahwa rata-rata tiap nilai menyimpang sebesar A dari meannya.

c. Jangkauan dapat didefinisikan sebagai selisih nilai terbesar dengan terkecil. Jika nilai maksimum dan minimum suatu data sudah tertentu, misal nilai matematika siswa di kelas tertentu, maka untuk menafsirkan data nilai menjadi lebih mudah. Misalkan jangkauan nilainya besar, katakanlah lebih dari separuh nilai maksimum, dapat ditafsirkan nilai siswa relatif bervariasi.

d. Berdasarkan rumus yang digunakan $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}}$, bila data sangat bervariasi (nilai-nilai dalam data cukup jauh dari meannya) maka akan dihasilkan simpangan baku yang relatif cukup besar. Tetapi kalau hanya diketahui simpangan baku saja, tanpa data pendukung lain, tidak bisa ditafsirkan bahwa data bervariasi.

e. Simpangan baku dan rata-rata sering digunakan untuk membandingkan kedudukan dua individu, dimuat dalam suatu rumus yang disebut angka baku $z = \dfrac{x - \bar{x}}{s}$

4. Dalam mengajarkan modus, median, dan kuartil data berkelompok, guru dapat menggunakan histogram sebagai alat untuk mendapatkan rumus modus, median dan kuartil tersebut.

B. Tes

Tentukan penyelesaian dari soal-soal berikut ini. Anda dinyatakan berhasil bila dapat menjawab semua soal minimal 75% benar.

1. Tabel di bawah ini menunjukkan tinggi badan (dalam cm) anggota Club Volley Tangkas.

162	167	167	171	172	170	174	176	175	181
166	168	174	173	173	178	177	176	183	180

Tentukan median, kuartil bawah dan kuartil atas data tersebut.

2. Tafsirkan ukuran-ukuran berikut ini:

   a. $Q_1 = 28$

   b. $Q_3 = 97$

   c. $D_3 = 14$

   d. $D_7 = 58$

3. Dalam sekumpulan mahasiswa, sebanyak 25% yang paling muda berumur 18 tahun. Ukuran apa yang dipakai disini?

4. Nilai ulangan matematika siswa suatu kelompok belajar yang terdiri dari 10 orang adalah: 85, 67, 79, 63, 82, 53, 55, 88, 92, 58. Tentukan simpangan rata-rata dan simpangan bakunya.
5. Untuk mengetahui kemampuan matematika siswa SMA Bina Bangsa, diambil sampel nilai matematika siswa kelas XI sebagai berikut.

Nilai	Frekuensi (*f*)
30 – 39	2
40 – 49	5
50 – 59	8
60 – 69	10
70 – 79	7
80 – 89	5
90 – 99	3
	$\sum f = 40$

   a. Hitunglah simpangan baku data tersebut
   b. Hitunglah kuartil atasnya
   c. Hitunglah modusnya.
6. Perhatikan data pada nomor 5 di atas. Berapa nilai terendah dari 40% data?
7. Berikut ini adalah nilai ulangan matematika dan biologi kelas X SMA Maju.

Nilai	Matematika Frekuensi (*f*)	Fisika Frekuensi (*f*)
20 - 29	4	5
30 – 39	5	6
40 – 49	7	8
50 – 59	8	5
60 – 69	5	4
70 – 79	3	4

   a. Hitunglah jangkauan dan simpangan baku masing-masing mata pelajaran.
   b. Bandingkan nilai 2 mata pelajaran itu dan berikan komentar.

8. Data berikut ini adalah berat badan balita yang ditimbang dalam kegiatan Posyandu.

Berat (kg)	Frekuensi (*f*)
6,0 – 6,9	7
7,0 – 7,9	8
8,0 – 8,9	5
9,0 – 9,9	5
10,0 – 10,9	5

Sebanyak 40% balita yang memiliki berat rendah akan diberi makanan tambahan dan vitamin. Berapa batasan berat maksimal yang diberi?

9. Toko Kita mencatat banyaknya pelanggan yang berbelanja selama 100 hari. Berikut ini adalah statistik yang diperoleh.

mean = 95 | simpangan baku = 12

median = 97 | kuartil bawah = 85

modus = 98 | kuartil atas = 107

midrange = 93 | range = 56

Midrange adalah rata-rata dari ukuran tertinggi dan terendah.

a. Berapa jumlah pelanggan yang paling sering diperoleh?
b. Berapa banyak hari terdapat pelanggan antara 85 dan 107? Jelaskan jawaban Anda.
c. Berapa jumlah pelanggan terbanyak? Jelaskan jawaban Anda.

10. Informasi berikut ini adalah nilai ujian tengah semester (UTS) dan semester (US) Bahasa Inggris Danisa.

	Sekor Danisa	Mean kelas	Simpangan baku kelas
UTS	70	75	10
US	50	55	15

Pada ujian yang mana penampilan Danisa lebih baik?

DAFTAR PUSTAKA

BK Noormandiri. 2000. *Buku Pelajaran Matematika SMU Untuk Kelas 2*. Penerbit Erlangga. Jakarta.

Foster, Alan.G. 1995. *Merril Algebra 2 With Trigonometry Applications and Connections*. OH Macmillan/McGraw-Hill Publishing Company. Westerville.

Johnson Robert. 1992. *Elementary Statistics*. PWS-KENT Publishing Company. Boston

Puji Iryanti. 2005. *Statistika*. PPPG Matematika. Yogyakarta.

Sudjana. 1996. *Metoda Statistika*. Tarsito. Bandung.

Soegyarto Mangkuatmodjo. 1997. *Pengantar Statistik*. PT Rineka Cipta. Jakarta.

http://mathforum.org/dr.math/, diakses tanggal 20 Maret 2008.

Lampiran Kunci Jawaban

Bab II Beberapa PermasalahanPembelajaran Statistika SMA

Tugas 1 halaman 9

1. **Rumus kuartil 1**

$$Q_1 = \begin{cases} Y_{\frac{1}{4}(n+1)}, \text{ untuk } n \text{ ganjil} \\ Y_{\frac{1}{4}n+\frac{1}{2}}, \text{ untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

$$Q_2 = \text{Median} = \begin{cases} Y_{\frac{1}{2}(n+1)}, \text{ untuk n ganjil} \\ \frac{1}{2}(Y_{\frac{1}{2}n} + Y_{\frac{1}{2}n+1}), \text{ untuk n genap} \end{cases}$$

$$Q_3 = \begin{cases} Y_{\frac{3}{4}(n+1)}, \text{ untuk n ganjil} \\ Y_{\frac{3}{4}n+\frac{1}{2}}, \text{ untuk n genap} \end{cases}$$

   Kelebihan: nilai kuartil sederhana

   Kelemahan: rumus kuartil yang berbeda untuk setiap kondisi agak menyulitkan untuk dihapal.

   Rumus kuartil 2

   $Q_i = Y_{\frac{in}{4}}$ dengan Q_i = letak kuartil ke-i dan n = banyak ukuran dalam data.

   Kelebihan: rumus hanya satu berlaku untuk semua keadaan

   Kelemahan: nilai kuartil kadang tidak sederhana, ketika digambarkan urutan kuartil tidak selalu berlaku seperti konsepnya.

   Rumus kuartil 3

   $Q_i = Y_{\frac{i(n+1)}{4}}$ dengan Q_i = letak kuartil ke-i dan n = banyak ukuran dalam data

   Kelebihan: rumus hanya satu berlaku untuk semua keadaan

   Kelemahan: nilai kuartil kadang tidak sederhana

2. tergantung keadaan

Tugas 2 halaman 11

Prosedur yang dilakukan adalah:

1. menghitung nilai rata-rata ($\bar{x} = \dfrac{\Sigma x}{n}$)
2. menghitung simpangan baku dengan rumus $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$.

   Rumus simpangan baku ini digunakan karena kelas itu dianggap sebagai populasi.

Tugas 3 halaman 19

1. a. mean = 427.272,73; median = 360.000; modus = 360.000
   b. 427.272,73, karena akan memperlihatkan kepada masyarakat bahwa gaji di perusahaan itu relatif besar dan tampak menghargai pegawainya dengan gaji yang cukup besar.
   c. 360.000, karena itulah gaji yang mewakili pendapatan pegawai perusahaan itu pada umumnya.
2. a. jangkauan $= (\bar{x} + 3s) - (\bar{x} - 3s) = 6s$
   b. $s = \dfrac{jangkauan}{6}$
3. Informasi hanya nilai simpangan baku saja. Jika diasumsikan data berdistribusi normal, dapat ditafsirkan jangkauan data itu mendekati 6s = 6(12) = 72.
4. Dilihat dari histogram data distribusi normal, dapat dikatakan bahwa nilai terkecil mendekati 65 − 3(12) = 29 dan nilai terbesar mendekati 65 + 3(12) = 101, atau jangkauan mendekati 101 − 29 = 72. Selanjutnya dapat ditafsirkan juga bahwa 68% data terletak dalam interval nilai 65 − 12 = 53 sampai 65+12 = 77, 95% data terletak dalam interval nilai 65 − 2(12) = 41 sampai 65+ 2(12) = 89.
5. Tergantung dari sudut pandang apa yang Anda pilih. Dilihat dari statistik:

Skor Andina	Skor Selvi
12	10
0	13
13	9
25	8
0	10

Mean skor Andina sama dengan mean skor Selvi yaitu 10. Dilihat dari penyebaran data, skor Andina lebih bervariasi dan skor Selvi lebih stabil. Modus dari skor Selvi adalah 10, sementara modus skor Andina 0. Jadi kalau yang dikehendaki peserta yang lebih stabil yang dipilih adalah Selvi.

6. $Z_{Mat} = \dfrac{x_{Bio} - \bar{x}_{Bio}}{s_{Bio}} = \dfrac{73-65}{10} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$

   $Z_{Bio} = \dfrac{x_{Bio} - \bar{x}_{Bio}}{s_{Bio}} = \dfrac{77-68}{8} = \dfrac{9}{8} = 1{,}125$

   Ternyata pada mata pelajaran Biologi kedudukan Anto lebih baik karena 1,125 simpangan baku di atas rata-rata, sedangkan pada mata pelajaran matematika 0,8 simpangan baku di atas rata-rata.

7. Jangkauan 88 − 24 = 64. Jika data berdistribusi normal, maka secara kasar dapat ditafsirkan jangkauan sama dengan 6 simpangan baku atau

   $64 = 6s \Leftrightarrow s = \dfrac{64}{6} = 10{,}67$

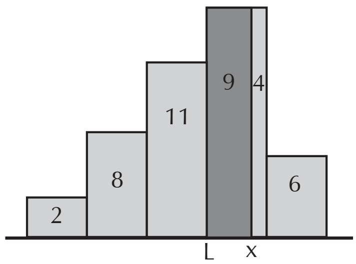
8. a. $\bar{x} = 84, s = 6{,}8$

   $97{,}6 = \bar{x} + 2s = 84 + 2(6{,}8)$

   Karena banyaknya data yang sampai $\bar{x} + 2s$ adalah 95%, maka banyaknya data untuk penggunaan waktu 97,6 jam atau lebih adalah 5%.

<u>Tugas 4 halaman 27</u>

1. Anda dapat menyusun Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) atau model pembelajaran yang berpusatkan kepada siswa, dapat menggunakan lembar kerja siswa dengan alternatif menggunakan histogram.
2. a. Misalkan batas nilai terendah adalah x. Sebanyak 10 peserta dengan nilai tertinggi, dimulai pada interval 55 – 59, maka dengan menggunakan konsep histogram terlihat bahwa:



$x = 54{,}5 + \left(\dfrac{30-21}{13}\right)5 = 57{,}96$

Jadi, batas nilai terendah untuk 10 siswa tersebut adalah 57,96.

b. Nilai 56 terletak pada interval 55 – 59, dengan batas bawah 54,5. Frekuensi kumulatif sebelum kelas itu adalah 21 dan frekuensi di kelas itu adalah 13. Misalkan banyak frekuensi nilai itu adalah x, maka

$$56 = 54{,}5 + \left(\frac{x-21}{13}\right)5$$

$$\Leftrightarrow 1{,}5 = \frac{5x-105}{13}$$

$$\Leftrightarrow 5x = 13(1{,}5) + 105$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{124{,}5}{5} = 24{,}9 \approx 25$$

Karena nilai 56 adalah batas terendah dan berkorespondensi dengan urutan ke 25, jadi banyaknya siswa yang lulus adalah (40 − 25) + 1 = 16

c. Yang lebih logis adalah pertanyaan a, karena nilai adalah ukuran kontinu, sehingga walaupun didapat hasil pecah tidak perlu dibulatkan tidak berpengaruh. Tetapi untuk pertanyaan b, karena frekuensi mewakili banyaknya orang dan itu termasuk diskrit sehingga kalau tidak dibulatkan maka hasilnya menjadi tidak bermakna.

d. $$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3n}{4} - f_{k3}}{f_{Q3}}\right) i = 54{,}5 + \left(\frac{30-21}{13}\right)5 = 57{,}96$$

e. Batas tertinggi kelompok ini adalah kuartil bawah (Q_1), yaitu

$$Q_1 = L_1 + \left(\frac{\frac{n}{4} - f_{k1}}{f_{Q_1}}\right) i = 44{,}5 + \left(\frac{10-2}{8}\right)5 = 49{,}5$$

Tes halaman 29

1. Data diurutkan dulu:
   162,166, 167, 167, 168, 170, 171, 172, 173, 173,
   174, 174, 175, 176, 176, 177, 178, 180, 181, 183
   n = 20
   Median adalah rata-rata datum ke 10 dan 11 yaitu 173,5.

   Nilai kuartil sangat tergantung kepada rumus kuartil yang digunakan. Jika digunakan rumus:

   a. $Q_1 = Y_{\frac{1}{4}(n+2)}$, untuk n genap dan $Q_3 = Y_{\frac{3}{4}n+\frac{1}{2}}$, untuk n genap
   Jadi Q_1 = 169, dan Q_3 = 176,5.

   b. $Q_i = Y_{\frac{i(n+1)}{4}}$ dengan Q_i = letak kuartil ke-i

   Jadi Q_1 = 168,5; dan Q_3 = 176,75.

2. a. Sebanyak 25% data nilai tertingginya 28.
   b. Sebanyak 75% data nilai tertingginya 97.
   c. Sebanyak 30% data nilai tertingginya 14.
   d. Sebanyak 70% data nilai tertingginya 58.
   e. Sebanyak 50% data nilai tertingginya 149.
   f. Nilai yang paling sering muncul adalah 72.
   g. Sebanyak 10% data nilai tertingginya 65.
   h. Sebanyak 90% data nilai tertingginya 156.
3. Kuartil atas.
4. 13,88
5. a. 16,00 (dipakai rumus simpangan baku sampel)
   b. $Q_3 = 76{,}64$
   c. $Mo = 63{,}5$
6. Nilai terendah dari 40% data berarti persentil ke-60 yaitu $P_{60} = 68{,}5$.
7. a. Jangkauan Matematika adalah 5 dan jangkauan Fisika adalah 4.
   Mean: matematika = 48,875; fisika = 47,3125
   Simpangan baku: matematika = 14,78; fisika = 15,86
   b. Penyimpangan nilai fisika terhadap meannya lebih bervariasi dibandingkan penyebaran nilai matematika terhadap meannya.
8. Batasan berat maksimal adalah $P_{40} = 6{,}95 + (\frac{12-7}{8})\,1 = 7{,}58$
9. a. 98
   b. Sebanyak 50% dari pelanggan, karena terletak antara kuartil bawah (25% data) dan kuartil atas (75% data)
   c. Midrange = $\frac{x+y}{2}$, dengan x adalah ukuran tertinggi dan y adalah ukuran terendah.

   $\Leftrightarrow 93 = \frac{x+y}{2}$ ......1)

   Range = $x - y$

   $\Leftrightarrow 56 = x - y$ ......2)

   Penyelesaian sistem persamaan 1) dan2) adalah x = 121 dan y = 65.

   Jadi, jumlah pelanggan terbanyak adalah 121 dan pelanggan tersedikit adalah 65.

10. $z_{UTS} = \dfrac{70-75}{10} = -0,5$

$z_{US} = \dfrac{50-55}{15} = -0,33$

Pada ujian semester nilai bahasa Inggris Danisa 0,33 di bawah meannya, sedangkan pada ujian tengah semester nilainya 0,5 di bawah mean. Jadi, kedudukan Danisa lebih baik pada ujian semester.