MARSUDI RAHARJO

Tempat/Tanggal Lahir	: Bantul/ 3 Desember 1956
Pendidikan	: S1 Pendidikan Matematika IKIP Yogyakarta S2 Secondary Mathematics Education Sunny College of New Paltz, New York 12561, USA
Karya Tulis	: 1. Sesatan Hexagon 2. Peluang: Penggunaan Alat Peraga dalam Pembelajaran Matematika 3. Pengembangan Silabus Pembelajaran Matematika 4. Bilangan Asli, Cacah, Bulat, dan Operasinya 5. Geometri 6. Aritmatika Sosial 7. Solusi Masalah Pemfaktoran Bentuk Kuadrat.
Seminar/Workshop	: 1. Diklat Peningkatan Profesionalisme Guru dalam Pembelajaran Matematika SD Kelas Rendah 2. Pelatihan Calon Instruktur Mata Pelajaran Matematika Tingkat Nasional 3. Semiloka Pembelajaran Matematika Tahun 20064 4. Lokakarya Penyusunan Model Evaluasi Pembelajaran di Sekolah Dasar 5. *Workshop Item Writing for Higher Order Thinking.*
Pengalaman sebagai Narasumber/Fasilitator	: 1. Penataran dan Lokakarya Widyaiswara Matematika LPMP se-Indonesia 2. Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Wilayah LPMP Binaan 3. Diklat Supervisi SD Jenjang Dasar 4. Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SD Model PMRI 5. Penataran dan Lokakarya Widyaiswara LPMP se-Indonesia.

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA YOGYAKARTA

JL. Kaliurang Km.6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
KOTAK POS 31 YK-BS Yogyakarta 55281
Telephone : (0274) 885725, 881717, 885752
Faks : (0274) 885752
E-mail : p4tkmatematika@yahoo.com
Website : www.p4tkmatematika.com

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

Paket Fasilitasi Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika

Pembelajaran Peluang SMA

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

PAKET FASILITASI PEMBERDAYAAN KKG/MGMP MATEMATIKA

Pembelajaran Peluang SMA

Untuk SMA

Penulis:

Drs. Marsudi Raharjo, M.Sc.Ed.

Penilai:

Drs. M. Danuri, M.Pd.

Editor:

Sri Wulandari Danoebroto, M.Pd.

Desain:

Cahyo Sasongko, S.Sn.

Dicetak oleh **Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika**

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
YOGYAKARTA 2008

Kata Pengantar

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dalam melaksanakan tugas dan fungsinya mengacu pada tiga pilar kebijakan pokok Depdiknas, yaitu: 1) Pemerataan dan perluasan akses pendidikan; 2) Peningkatan mutu, relevansi dan daya saing; 3) Penguatan tata kelola, akuntabilitas, dan citra publik menuju insan Indonesia cerdas dan kompetitif.

Dalam rangka mewujudkan pemerataan, perluasan akses dan peningkatan mutu pendidikan, salah satu strategi yang dilakukan PPPPTK Matematika adalah meningkatkan peran Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) serta pemberdayaan guru inti/ guru pemandu/guru pengembang yang ada pada setiap kecamatan, kabupaten dan kota.

Sebagai upaya peningkatan mutu dimaksud maka lembaga ini diharapkan mampu memfasilitasi kegiatan-kegiatan yang terkait dengan implementasi pengembangan pembelajaran matematika di lapangan. Guna membantu memfasilitasi forum ini, PPPPTK Matematika menyiapkan paket berisi kumpulan materi/bahan yang dapat digunakan sebagai referensi, pengayaan, dan panduan di KKG/MGMP khususnya pembelajaran matematika, dengan topik-topik/bahan atas masukan dan identifikasi permasalahan pembelajaran matematika di lapangan.

Berkat rahmat Tuhan Yang Maha Esa, atas bimbingan-Nya penyusunan Paket Fasilitasi Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu tiada kata yang patut diucapkan kecuali puji dan syukur kehadirat-Nya.

Dengan segala kelebihan dan kekurangan yang ada, paket fasilitasi ini diharapkan bermanfaat dalam mendukung peningkatan mutu pendidik dan tenaga kependidikan melalui forum KKG/MGMP Matematika yang dapat berimplikasi positif terhadap peningkatan mutu pendidikan.

Sebagaimana pepatah mengatakan, tiada gading yang tak retak, demikian pula dengan paket fasilitasi ini walaupun telah melalui tahap identifikasi, penyusunan, penilaian, dan editing masih ada yang perlu disempurnakan. Oleh karena itu saran, kritik, dan masukan yang bersifat membangun demi peningkatan kebermaknaan paket ini, diterima dengan senang hati teriring ucapan terima kasih. Ucapan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kami sampaikan pula kepada semua pihak yang membantu mewujudkan paket fasilitasi ini, mudah-mudahan bermanfaat untuk pendidikan di masa depan.

Yogyakarta,
Kepala,

KASMAN SULYONO
NIP.130352806

Daftar Isi

Bab 1

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Peluang merupakan bagian dari Matematika yang diajarkan di SMP dan SMA, dan berdasarkan hasil analisis kebutuhan (*Training Need Assessment*) atau TNA materi ini dirasa penting untuk ditulis dalam bentuk modul sebagai bahan diskusi pada forum Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Matematika SMA. Selama ini materi tersebut pada umumnya dianggap sulit penafsirannya. Ternyata setelah 11 tahun penulis mengampu mata Diklat Peluang, terjawablah kata kunci yang membuat materi itu tidak lagi bersifat ngambang dan sulit ditafsirkan. Kata kunci pertamanya adalah terletak pada tidak digambarkannya konsep/ pengertian tentang: obyek eksperimen, cara eksperimen, dan hasil-hasil yang mungkin dalam bentuk diagram pohon. Himpunan dari semua hasil yang mungkin itulah yang kemudian disebut sebagai ruang sampel dan merupakan himpunan semesta pada topik peluang. Peristiwa/kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel dan seterusnya.

Kata kunci yang kedua adalah tidak disajikannya dalam bentuk diagram Venn untuk ruang sampel, titik sampel, dan peristiwa-peristiwa yang ada pada ruang sampel dari eksperimen yang dimaksud. Sehingga dengan pengalaman yang berharga ini penulis mencoba menyajikan isi gagasannya dalam bentuk modul yang dilengkapi dengan gambar-gambar yang diperlukan agar benang kusut pelajaran peluang segera terpecahkan secara gamblang.

Modul Peluang SMA akan ditulis dalam 2(dua) tahap. Tahap I membahas tentang pengundian dan Tahap II membahas tentang pengambilan sampel, permutasi, kombinasi, dan penggunaannya dalam pemecahan masalah. Tahap I ditulis tahun 2008 dan tahap II akan ditulis pada tahun 2009.

Jika dalam memahami modul ini menemui kendala dapat dibahas bersama di forum MGMP atau dapat mengirim surat ke P4TK Matematika Yogyakarta dengan alamat P4TK Matematika, Jl. Kaliurang km 6, Condongcatur, Depok, Sleman, DI Yogyakarta 55281. Atau lewat faksimile (0274) 885752 untuk disampaikan ke penulis.

B. Tujuan

Modul ini bertujuan untuk memberikan fasilitasi pemberdayaan guru matematika SMA melalui forum MGMP agar kinerjanya dalam melaksanakan tugas yakni membuat siswanya kompeten akan lebih meningkat dan lebih berdaya guna.

C. Ruang Lingkup

Ruang lingkup pembahasan modul peluang pada Tahap I ini meliputi konsep peluang, diagram pohon, diagram Venn, dan relasi antar peristiwa.

D. Sasaran

Sasaran modul ini utamanya adalah guru Sekolah Menengah khususnya guru SMA sebagai bahan referensi yang mungkin saat ini belum tersedia di forum MGMP. Harapannya dengan mempelajari modul ini secara pribadi di rumah maupun secara kelompok di MGMP nantinya teman-teman guru akan tercipta persepsi yang sama tentang bagaimana langkah-langkah paling efektif untuk membuat siswa kompeten menghadapi masalah peluang.

E. Cara Pemanfaatan Modul

Untuk memaksimalkan pembahasan dan pemecahan materi pada modul ini diperlukan 2(dua) kali pertemuan MGMP. Pertemuan pertama untuk menyamakan persepsi (sudut pandang) di antara guru sejawat, mencoba memahami masalah, mencoba menyelesaikan soal dan hasilnya dikonfirmasikan dengan kunci jawaban. Jika waktu di pertemuan belum cukup dapat dijadikan PR yang penting adalah pemahaman dan persepsinya sudah sama. Sementara itu pertemuan kedua (pertemuan berikutnya) di MGMP digunakan untuk mengonfirmasi pemecahan masalah yang telah di PR-kan.

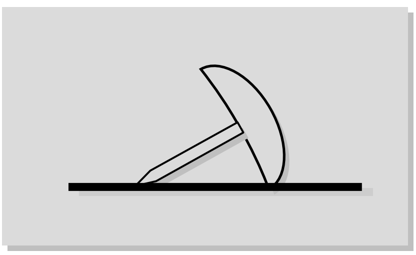
Bab 2

Konsep Matematika

A. Memulai Dengan Suatu Masalah

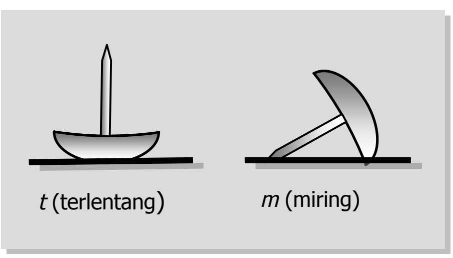
Masalah 1

Disediakan sebuah paku payung standar, yaitu paku payung yang dijual di pasaran: warna dasarnya putih, gilap, dan ekor pakunya tidak terlalu panjang, hanya sekitar 1 cm.



Jika kita lakukan *tossing* (pengundian) terhadap paku payung tersebut berkali-kali, pernahkah paku payung tersebut hasil jatuhnya berdiri? Manakah yang lebih sering muncul antara hasil jatuhnya miring dengan hasil jatuhnya terlentang jika kita lakukan pengundian itu sebanyak 20 kali.

Apakah hasil tersebut selalu konsisten yakni hasil yang satu selalu lebih banyak dari hasil yang lain jika undian yang kita lakukan hingga ribuan kali?



Jawaban atas pertanyaan tersebut di atas, yang pertama adalah hasil yang terjadi hanyalah **miring** atau **terlentang** dan **tidak pernah berdiri.**

Secara teoritis kita baru dapat menjawab pertanyaan yang kedua tentang apakah hasilnya selalu konsisten seperti yang dimaksud atau tidak jika pengundiannya dilakukan hingga tak terhingga kali. Namun untuk melakukannya hingga tak terhingga kali jelas tidak mungkin. Yang mungkin dilakukan adalah pengundiannya diadakan makin banyak-makin banyak dari 100 kali, naikkan menjadi 1000 kali, 5000 kali, 10.000 kali, 15.000 kali, hingga 20.000 kali. Dari masing-masing banyak percobaan tersebut hasilnya kita amati kemudian kita lihat kecenderungannya (mengadakan ekstrapolasi) seperti apa jika pengundiannya makin banyak lagi hingga tak terhingga kali.

Jika sebuah paku payung **diundi 3 kali** ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi?, Samakah macam hasilnya dengan jika **3 paku payung itu diundi sekaligus?.**

Jawaban atas soal tersebut adalah seperti berikut.

1. Pengundian Satu Demi Satu

Karena sebuah paku payung setiap kali diundi hasil yang mungkin hanyalah miring (m) dan terlentang (t) maka untuk pengundian 1 paku payung sebanyak 3 kali hasil-hasil yang mungkin adalah $h_1 = mmm$, $h_2 = mmt$, $h_3 = mtm$, $h_4 = tmm$, $h_5 = mtt$, $h_6 = tmt$, $h_7 = ttm$, dan $h_8 = ttt$.

Cara membaca masing-masing hasil yang mungkin (sebanyak 8) tersebut di atas antara lain misalnya: untuk hasil yang ketiga yakni $h_3 = mtm$.
Hasil $h_3 = mtm$ artinya: undian **pertama** hasilnya m (**miring**), undian **kedua** hasilnya t (**terlentang**), dan undian **ketiga** hasilnya m (**miring**).

Jika himpunan semua hasil yang mungkin tersebut adalah S, maka

$S = \{h_1, h_2, h_3, \dots , h_8\}$ sehingga banyaknya hasil yang mungkin adalah $n(S) = 8$.

2. Pengundian Sekaligus

Sekarang perhatikan hasilnya untuk 3 buah paku payung yang diundi sekaligus.

Jika 3 buah paku payung **diundi sekaligus** maka hasil-hasil yang mungkin adalah $h_1^{'}$ = *mmm,* $h_2^{'}$ = *mmt,* $h_3^{'}$ = *mtm,* $h_4^{'}$ = *tmm,* $h_5^{'}$ = *mtt,* $h_6^{'}$ = *tmt,* $h_7^{'}$ = *ttm,* dan $h_8^{'}$ = *ttt*.

Perhatikan bahwa hasil seperti $h_3^{'}$ = *mtm* cara pembacaannya adalah paku payung pertama muncul **miring**, paku payung kedua **terlentang**, dan paku payung ketiga **miring**.
Jika himpunan semua hasil yang mungkin tersebut adalah $S^{'}$, Maka

$S^{'} = \{h_1^{'}, h_2^{'}, h_3^{'}, \ldots, h_8^{'}\}$ sehingga banyaknya hasil yang mungkin adalah $n(S^{'}) = 8$.

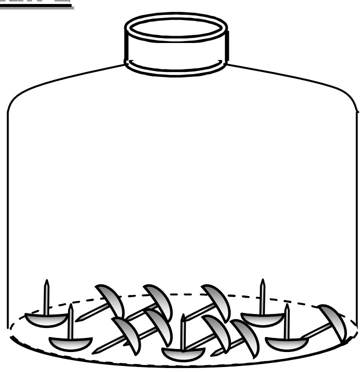
Perhatikan bahwa setelah dicermati ternyata: mengundi sebuah paku payung sebanyak 3 kali ruang sampelnya akan sama dengan mengundi 3 buah paku payung sekaligus, yakni

Kesimpulan
Mengundi sebuah paku payung sebanyak *n kali* ruang sampelnya akan sama dengan mengundi *n buah* paku payung sekaligus.

Selanjutnya secara formal (matematis) diberikan definisi seperti berikut:

Definisi
Ruang sampel S adalah himpunan semua hasil yang mungkin terjadi dalam suatu eksperimen.

Masalah 2



KET:
TOPLES BERISI 100 BUAH PAKU PAYUNG

Disediakan 100 buah paku payung standar, yakni paku payung yang dijual di pasaran: warna dasarnya putih, gilap, dan ekor pakunya tidak terlalu panjang, hanya sekitar 1 cm. Ke 100 paku payung itu kita masukkan ke dalam toples kaca transparan.

Pertanyaan 1

Jika kita lakukan eksperimen dengan cara mengguncang ke 100 paku payung itu sekaligus, kira-kira adakah diantara ke 100 paku payung itu yang hasil jatuhnya berdiri?, berapa buah paku payung yang hasil jatuhnya miring, dan berapa buah paku payung yang hasil jatuhnya terlentang?.

Jawaban atas pertanyaan tersebut di atas adalah hasil paku payung yang **hasil jatuhnya berdiri** ternyata **tidak pernah terjadi**. Sedangkan berapa banyak diantara 100 paku payung tersebut yang **hasil jatuhnya miring** atau **terlentang** jika diundi sekaligus jawaban yang **pasti/ tepat tidak ada**.

Pertanyaan 2

Bagaimana jika eksperimen terhadap 100 paku payung yang ada di dalam toples itu kita tingkatkan hingga sebanyak 10 kali, 50 kali, 100 kali, 150 kali, dan 200 kali?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut siswa perlu diperkenalkan dengan istilah **frekuensi** dan **frekuensi relatif** seperti berikut ini.
Frekuensi munculnya suatu peristiwa yang diamati ialah banyaknya hasil yang diamati itu muncul dalam eksperimen tersebut. Sedangkan **frekuensi relatif** yang diamati ialah pecahan yang dihasilkan dari pembagian antara frekuensi munculnya hasil yang diamati dengan banyaknya eksperimen yang dilakukan.

Perhatikan bahwa eksperimen terhadap 100 paku payung sebanyak 1 kali **ruang sampelnya sama** dengan mengundi 1 paku payung sebanyak 100 kali. Sebab secara rasional (penalaran yang masuk akal) semakin banyak pengundian dilakukan akan semakin sama nilai perbandingan kemunculannya. Maka untuk melakukan undian terhadap sebuah paku payung sebanyak 5.000 kali dapat diganti perannya dengan mengundi 100 buah paku payung sekaligus sebanyak 50 kali.

Berdasarkan ekperimen yang pernah dilakukan penulis pada tahun 2002 terhadap 100 paku payung sebanyak 1 kali, 10 kali, 50 kali, 100 kali, 150 kali, dan hingga sebanyak 200 kali masing-masing hasilnya adalah sebagai berikut.

Banyaknya eksperimen terhadap 100 paku payung sebanyak	Frekuensi munculnya hasil miring
1 kali	38
10 kali	314
50 kali	1577
100 kali	3157
150 kali	4682
200 kali	6214

Dengan mengacu pada tabel di atas berarti hasil tersebut dapat kita tafsirkan relatif sama dengan jika sebuah paku payung itu diundi mulai dari 100 kali, 1.000 kali, 5.000 kali dan seterusnya hingga 20.000 kali. Dengan demikian maka berarti jika sebuah paku payung dilakukan pengundian mulai dari 100 kali, 1.000 kali, 5.000 kali dan seterusnya hingga 20.000 kali maka hasilnya akan seperti (tidak berbeda secara signifikan) dengan tabel berikut.

Banyaknya Percobaan (n)	Frekuensi munculnya hasil miring (m)	Frekuensi Relatif F_r (miring) = $\frac{m}{n}$
100 kali	38	0,3800
1000 kali	314	0,3140
5.000 kali	1577	0,3154
10.000 kali	3157	0,3157
15.000 kali	4682	0,3121
20.000 kali	6214	0,3107

Pertanyaan 3

Dengan melihat pola kecenderungan hasil-hasil eksperimen di atas, kira-kira berapakah nilai frekuensi relatifnya jika eksperimen mengguncang ke 100 paku payung sekaligus itu kita lakukan sampai tak hingga kali?

Jawaban atas pertanyaan di atas adalah 0,31 jika dinyatakan dalam 2 tempat desimal, atau 0,3 jika dinyatakan dalam 1 tempat desimal.

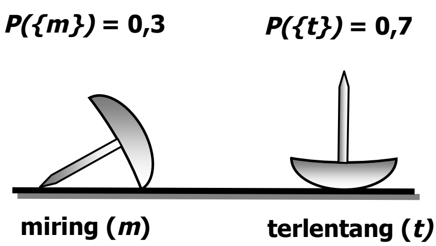
B. Konsep Peluang

Secara formal (matematis) peluang munculnya suatu peristiwa dalam suatu eksperimen didefinisikan (disepakati) adalah sebagai berikut.

Definisi Empirik

> Peluang munculnya suatu peristiwa dalam suatu eksperimen (percobaan acak) adalah nilai frekuensi relatif munculnya peristiwa tersebut jika banyaknya eksperimen tak terhingga

Dengan mengacu pada definisi tersebut di atas, maka peluang munculnya paku payung miring adalah 0,31 (dalam dua tempat desimal) atau 0,3 (dalam satu tempat desimal). Karena untuk paku payung hasil yang mungkin hanyalah **miring** atau **terlentang**, maka peluang munculnya paku payung terlentang adalah 1 – 0,3 = 0,7. Jadi untuk paku payung:



Peluang jatuhnya miring adalah
$P(\{m\}) = 0,3$
dan
Peluang jatuhnya terlentang adalah
$P(\{t\}) = 0,7$

Masalah 3

Jika kita mengadakan eksperimen terhadap sekeping mata uang logam dengan cara melempar ke udara, berapa nilai frekuensi relatif munculnya muka angka jika banyaknya percobaan tak hingga kali?. Gunakan tabel hasil pengundian sekeping mata uang logam hingga sebanyak 20.000 kali di bawah ini sebagai acuan.

Banyaknya Percobaan (n)	Frekuensi munculnya muka A (m)	Frekuensi Relatif F_r (Angka) = $\frac{m}{n}$

10	8	0,8000
100	62	0,6200
1.000	473	0,4730
5.000	2550	0,5100
10.000	5098	0,5098
15.000	7619	0,5079
20.000	10.038	0,5019

(Sumber: Anton, Applied Finite Mathematics, New York: Anton Texbook Inc, 1982)

Dengan melihat pola kecenderungan nilai-nilai frekuensi relatifnya, kita dapat menyimpulkan bahwa: jika eksperimen yang dilakukan semakin ditingkatkan frekuensinya sampai tak hingga kali, kira-kira berapa nilai frekuensi relatif munculnya muka angka?

Jawaban atas pertanyaan di atas tentunya adalah

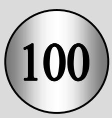
$\underset{n\to\infty}{\mathrm{Fr}}$ (Angka) = 0,5 = $\frac{1}{2}$, maka peluang munculnya muka angka adalah

$P(A)$ = 0,5 = $\frac{1}{2}$.

Karena untuk sekeping mata uang logam jika diundi hasil-hasil yang mungkin hanyalah muka angka (A) dan muka gambar (G), jika peluang munculnya muka angka $P(A)$ = 0,5 maka peluang munculnya muka gambar adalah $P(G) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

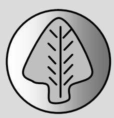
Jadi untuk mata uang logam:

$P(A) = \frac{1}{2}$



muka A (angka)

$P(G) = \frac{1}{2}$



muka G (gambar)

Peluang munculnya muka A (angka) adalah $P(A) = \frac{1}{2}$

dan

Peluang munculnya muka G (gambar) adalah $P(G) = \frac{1}{2}$

Catatan

1. Dari dua buah contoh pengundian berulang hingga ribuan kali terhadap sebuah paku payung dan kemudian sekeping mata uang logam tersebut di atas (masing-masing hingga 20.000 kali) memperlihatkan bahwa semakin banyak eksperimen dilakukan, semakin sedikit perubahan nilai frekuensi relatif hasil-hasil undiannya.
   Untuk paku payung frekuensi relatif munculnya hasil miring semakin mendekati nilai 0,3 sedangkan untuk mata uang logam frekuensi relatif munculnya muka angka semakin mendekati nilai 0,5. Sehingga dari melihat pola kecenderungannya itu kita kemudian dapat menyimpulkan berapa nilai frekuensi relatifnya jika percobaan dilakukan sampai dengan tak hingga kali.

2. Dari definisi peluang akhirnya diperoleh nilai peluang hasil-hasil yang mungkin untuk masing-masing obyek.

3. Karena untuk paku payung nilai peluang masing-masing hasil tidak sama yakni

$$P(\text{miring}) = 0{,}3 = \frac{3}{10} \qquad \text{dan} \qquad P(\text{terlentang}) = 0{,}7 = \frac{7}{10}$$

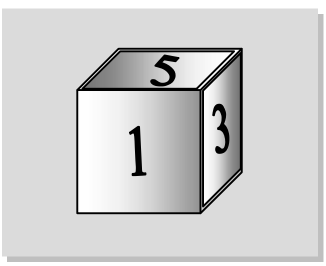
   Maka untuk **paku payung** nilai-nilai peluangnya **tidak berdistribusi seragam** (tidak homogin/tidak serba sama)

4. Berbeda dengan paku payung, yang kedua adalah untuk mata uang logam. Karena untuk mata uang logam nilai peluang masing-masing hasil sama yakni

$$P(\text{muka Angka}) = 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad \text{dan} \qquad P(\text{muka Gambar}) = 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

   Maka untuk **mata uang logam** nilai-nilai peluangnya **berdistribusi seragam** (homogin/ serba sama), yakni masing-masing titik sampel berpeluang sama untuk muncul.

Masalah 4



Misalkan yang diundi hingga ribuan kali itu adalah sebuah dadu yang mukanya ada 6. Kira-kira berapa nilai frekuensi relatif munculnya masing-masing muka dadu jika undian yang dilakukan sebanyak 60.000 kali?. Bagaimana kira-kira nilai frekuensi relatif munculnya masing-masing muka dadu jika undian yang dilakukan samapai dengan tak hingga kali?

Jawaban atas masalah tersebut adalah sebagai berikut.

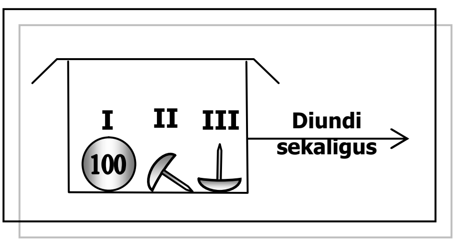
Karena kita umumnya sudah mengetahui bahwa nilai peluang masing-masing muka dadu adalah $\frac{1}{6}$ dan hasil-hasil yang mungkin ada 6 macam (sesuai dengan banyaknya permukaan dadu), maka **dadu** termasuk **obyek eksperimen** yang **berdistribusi seragam** (homogin /serba sama). Sehingga $P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$.

C. Perhitungan Peluang Untuk Ruang Sampel Yang Berdistribusi Tak Seragam

Misalkan kita dihadapkan pada masalah seperti berikut. Sekeping mata uang logam dan 2 buah paku payung standar diundi sekaligus. Ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi?

Jika pertanyaannya dilanjutkan dengan: apakah masing-masing hasil yang mungkin terjadi itu berpeluang sama untuk muncul?. Berapakah nilai peluang masing-masing hasil yang mungkin terjadi itu?. Berapa peluang munculnya mata uang logam berupa muka angka dan munculnya kedua paku payung miring?. Berapa peluang munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung berupa hasil yang sama/kembar?.

Jawaban atas masalah tersebut adalah sebagai berikut.



Diketahui

Sekeping mata uang logam dan 2 buah paku payung standar diundi sekaligus.

Ditanyakan

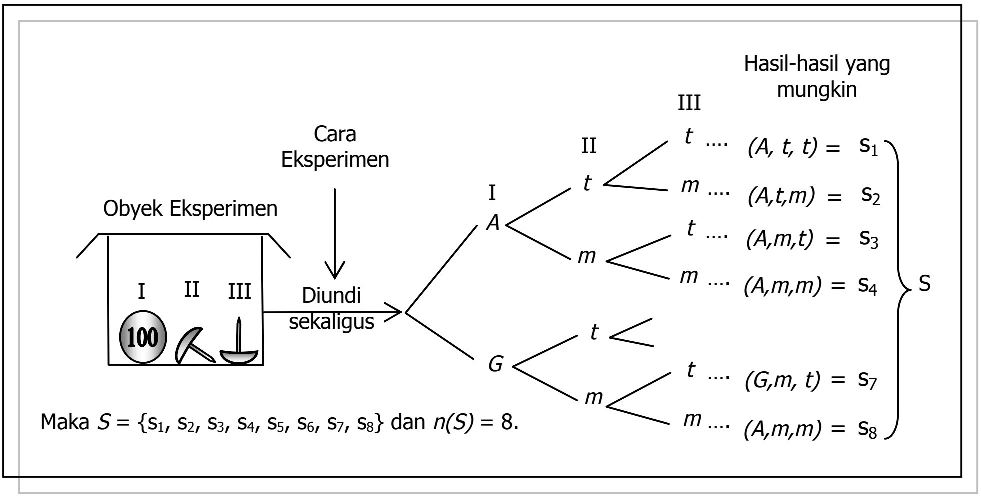
a. Berapa macam hasil yang mungkin terjadi?

b. Apakah masing-masing hasil yang mungkin terjadi itu berpeluang sama untuk muncul?
c. Berapa peluang munculnya mata uang logam berupa muka angka dan munculnya kedua paku payung miring?
d. Berapa peluang munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung berupa hasil yang sama/kembar?.

Jawab

Cara 1: Dengan Penalaran Lengkap

a. Kita gambar selengkapnya obyek eksperimen, cara eksperimennya, dan hasil-hasil yang mungkin terjadi pada ekseperimen tersebut



Dengan ditampilkannya gambar seperti di atas, mudah bagi kita semua untuk mengatakan bahwa banyaknya seluruh hasil yang mungkin terjadi ada 8, yakni $n(S) = 8$.

Keterangan

Dari gambar di atas akan memudahkan siapapun untuk memahami bahwa:
Obyek eksperimennya adalah {  } yakni himpunan dari sekeping mata uang logam dan 2 buah paku payung.

Cara eksperimennya adalah mengundi sekaligus sekeping mata uang logam dan 2 buah paku payung.

$S = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_8\}$ selanjutnya disebut **ruang sampel** dari eksperimen yang dimaksud, yakni "mengundi secara acak 1 mata uang logam dan 2 paku payung sekaligus".

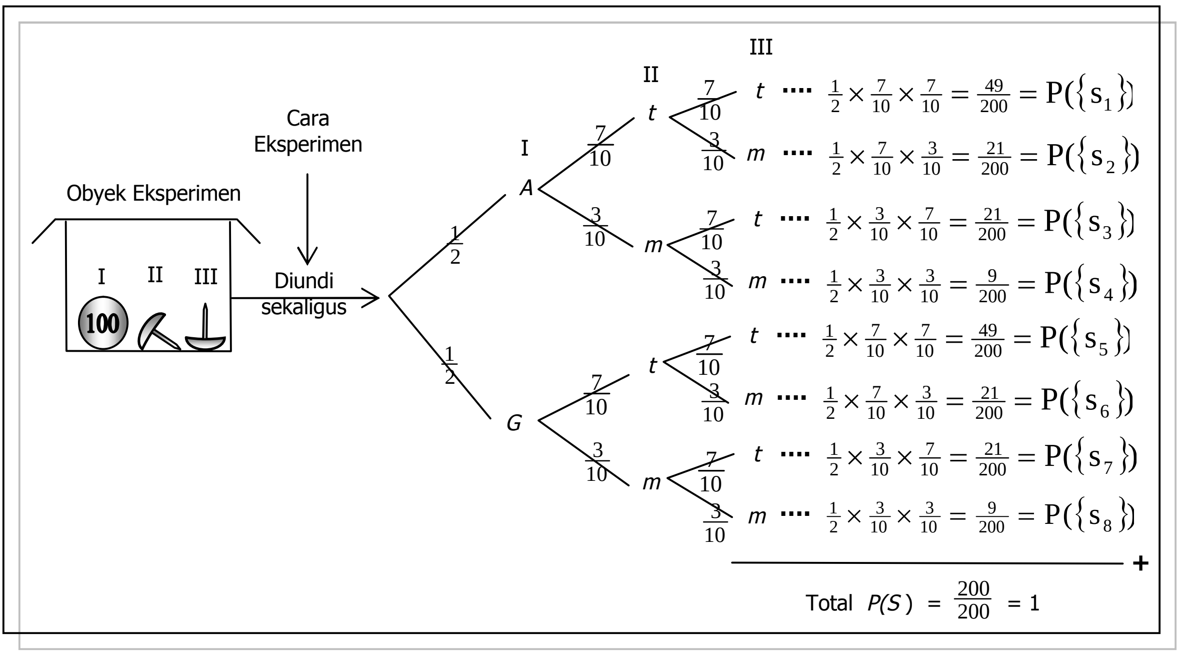
$s_1, s_2, s_3, \ldots, s_8$ masing-masing disebut titik sampel.

Selanjutnya secara matematika didefinisikan bahwa:

> **Obyek eksperimen** ialah benda-benda yang dijadikan obyek eksperimen
> **Eksperimen** ialah tindakan acak yang dilakukan terhadap obyek eksperimen
> **Ruang Sampel** ialah himpunan semua hasil yang mungkin terjadi pada suatu eksperimen
> **Titik sampel** ialah setiap hasil yang mungkin terjadi pada suatu eksperimen

b. Kita identifikasi penyebaran nilai peluang masing-masing titik sampel

Untuk mengidentifikasi penyebaran peluang masing-masing titik sampel dilakukan dengan terlebih dahulu menuliskan nilai peluang pada masing-masing cabang. Perhatikan bahwa banyaknya cabang untuk obyek eksperimen berupa mata uang logam maupun paku payung keduanya sama, yakni 2 cabang. Perbedaannya nilai masing-masing cabang sama untuk mata uang logam yakni $\frac{1}{2}$ sedang paku payung berbeda, yakni yang satu $\frac{3}{10}$ dan lainnya $\frac{7}{10}$. Identifikasi nilai peluang untuk masing-masing titik sampelnya adalah sebagai berikut.

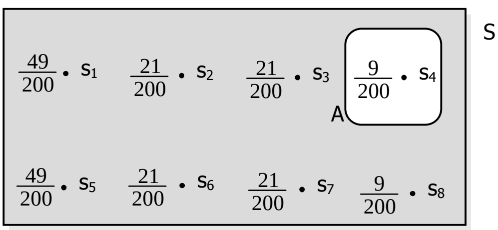


Tampak pada gambar di atas bahwa jumlah peluang seluruhnya untuk masing-masing titik sampel adalah $P(S) = 1$. Ruang sampelnya $S = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_8\}$ dengan
$P(\{s_1\}) = \frac{49}{200}$, $P(\{s_2\}) = \frac{21}{200}$, $P(\{s_3\}) = \frac{21}{200}$, dan seterusnya hingga $P(\{s_8\}) = \frac{9}{200}$.

Kesimpulan

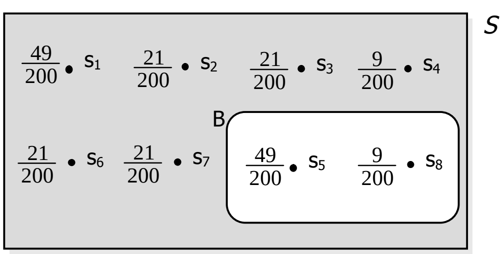
Ruang sampel *S* pada eksperimen tersebut di atas **tidak berdistribusi seragam**, sebab **tidak semua** titik sampel dalam S berpeluang sama untuk muncul.

c. Kita gambar diagram Venn dari ruang sampel dan peristiwa di dalamnya berikut nilai-nilai peluangnya



Perhatikan bahwa , jika
A = peristiwa munculnya mata uang logam berupa muka angka dan munculnya kedua paku payung miring?. Maka
A = {(A,m,m)}= $\{s_4\}$, sehingga peluang munculnya peristiwa A adalah
$P(A) = P(\{s_4\}) = \frac{9}{200}$.

d. Kita gambar diagram Venn dari ruang sampel dan peristiwa di dalamnya yang ditanya-kan berikut nilai-nilai peluangnya



Perhatikan bahwa , jika
B = peristiwa munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung dengan hasil sama/kembar?.Maka
B = {(G, t, t), (G,m,m)}= $\{s_5, s_8\}$,sehingga
$P(B) = P(\{s_5\}) + P(\{s_8\})$
$= \frac{49}{200} + \frac{9}{200} = \frac{58}{200} = \frac{29}{100}$
$= 0{,}29$.

Dengan demikian maka peluang munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung dengan hasil sama/kembar adalah $\frac{29}{100}$. Selanjutnya

Didefinisikan

Peristiwa/kejadian dalam suatu eksperimen ialah himpunan bagian dari ruang sampel.
Peristiwa sederhana (peristiwa elementer) ialah peristiwa yang tepat memuat satu titik sampel.
Peristiwa majemuk adalah peristiwa yang memuat lebih dari satu titik sampel.

Untuk peristiwa majemuk dan berhingga, peluang munculnya peristiwa tersebut memenuhi prinsip penjumlahan yang diberikan seperti berikut.

Prinsip Penjumlahan

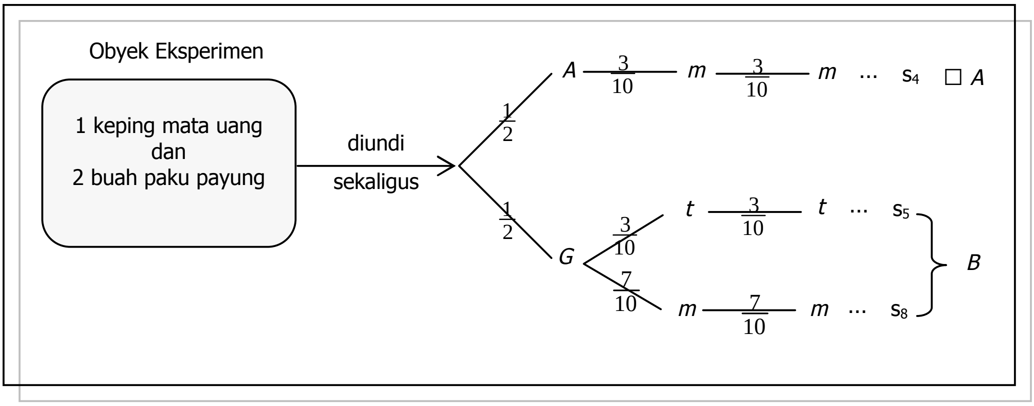
Jika $A = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_m\}$ adalah peristiwa dalam ruang sampel berhingga $S = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_m, \ldots, s_n\}$, dengan $m \le n$ maka peluang munculnya peristiwa A adalah

$$P(A) = P(\{s_1\}) + P(\{s_2\}) + P(\{s_3\}) + \ldots + P(\{s_m\})$$

Cara 2: Dengan Cara Singkat

a. Kita gambar diagram pohonnya hanya untuk peristiwa yang ditanyakan saja

Ditanyakan $P(A)$ dan $P(B)$, jika
A = peristiwa munculnya mata uang logam berupa muka angka dan munculnya kedua paku payung miring.
B = peristiwa munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung dengan hasil yang sama/kembar.



b. Kita gunakan diagram pohon itu untuk pemecahan masalah

Berdasarkan diagram pohon di atas maka
$A = \{(A, m, m)\} = \{s_4\}$
$B = \{(G, t, t), (G, m, m)\} = \{s_5, s_8\}$.

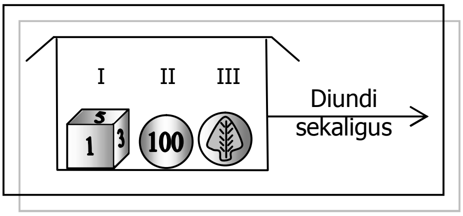
Dengan demikian (perhatikan diagram pohonnya) maka:
$P(A) = P(\{s_4\}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{200}$
Dan
$$P(B) = P(\{s_5\}) + P(\{s_8\})$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10}$$
$$= \frac{9}{200} + \frac{49}{200} = \frac{58}{200} = \frac{29}{100} = 0{,}29.$$

Dengan demikian maka:
Peluang munculnya mata uang logam berupa muka angka dan munculnya kedua paku payung miring adalah $\frac{9}{200}$, dan peluang munculnya mata uang logam berupa muka gambar dan munculnya kedua paku payung dengan hasil yang sama/kembar adalah $\frac{29}{100}$ atau 0,29.

D. Perhitungan Peluang Untuk Ruang Sampel Yang Berdistribusi Seragam

Misalkan sebuah dadu dan dua keping mata uang logam diundi sekaligus. Pertanyaan yang diajukan adalah: (a) ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi, (b) apakah masing-masing titik sampelnya berpeluang sama untuk muncul?, (c) berapakah peluang munculnya mata dadu ganjil dan kedua mata uang logam muncul muka gambar?

Jawaban atas masalah tersebut adalah sebagai berikut.



Diketahui

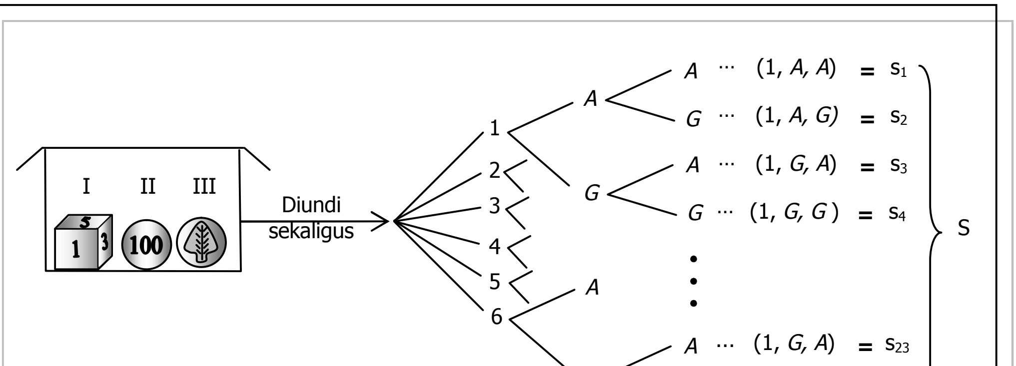
Sebuah dadu dan 2 keping mata uang logam diundi sekaligus.

Ditanyakan

a. Berapa macam hasil yang mungkin terjadi?
b. Apakah masing-masing titik sampelnya berpeluang sama untuk muncul?
c. Jika C adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil dan kedua mata uang muncul muka gambar, berapakah peluang munculnya C?

Jawab

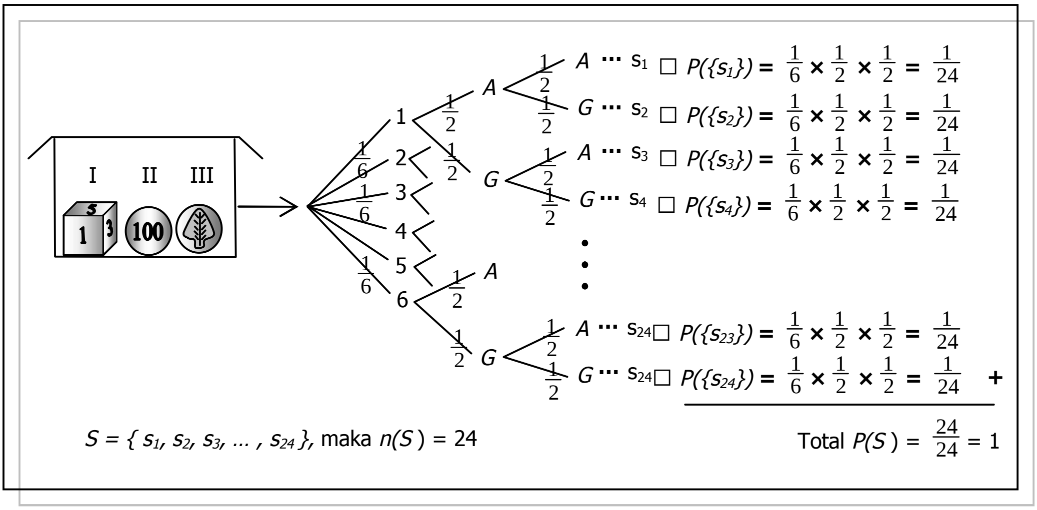
a. Berapa macam hasil yang mungkin terjadi?



$S = \{ s_1, s_2, s_3, \ldots , s_{24} \}$, maka $n(S) = 24$

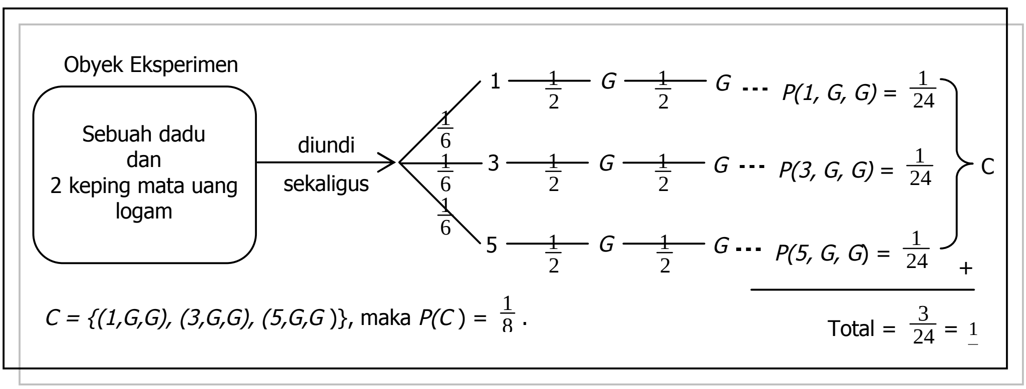
Maka banyaknya hasil yang mungkin terjadi adalah $n(S) = 24$.

b. Apakah masing-masing titik sampelnya berpeluang sama untuk muncul?
Untuk mempermudah memahami jawaban atas pertanyaan ini perlu digambarkan identifikasi nilai peluang dari masing-masing titik sampelnya.



Berdasarkan diagram pohon di atas tampak bahwa nilai-nilai peluangnya untuk masing-masing titik sampel ternyata sama, yakni $\frac{1}{24}$. Dengan demikian maka **ruang sampel** S pada eksperimen tersebut **berdistribusi seragam.**

c. Jika C adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil dan kedua mata uang logam muncul muka gambar, berapakah peluang munculnya peristiwa C?
Kita gambar khusus untuk peristiwa C saja. C himpunan bagian dari S, yakni $C \subset S$.



Cara lain untuk menghitung peluang munculnya suatu peristiwa dalam suatu ruang sampel yang berdistribusi seragam adalah sebagai berikut. Karena untuk ruang sampel yang berdistribusi seragam nilai peluang dari masing-masing titik sampelnya sama, maka secara nalar jika banyaknya titik sampel pada suatu peristiwa *A* adalah *m* dan peluang munculnya masing-masing titik sampel adalah $\frac{1}{n}$, maka peluang munculnya peristiwa *A* adalah

$$P(A) = m \times \frac{1}{n} = \frac{m}{n}.$$

Perhatikan bahwa jika $\frac{1}{n}$ adalah peluang munculnya masing-masing titik sampel pada ruang sampel berhingga *S*, maka banyaknya anggota *S* adalah $n(S) = n$.

Secara formal (matematis) untuk ruang sampel *S* yang berdistribusi seragam selanjutnya diberikan definisi sebagai berikut (definisi klasik).

Definisi Klasik

Jika ruang sampel *S* berhingga dan masing-masing titik sampelnya berpeluang sama untuk muncul, maka peluang munculnya peristiwa *A* dalam ruang sampel *S* adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Pada contoh kontekstual sebelumnya kita sudah diperkenalkan dengan peluang dari masing-masing hasil yang muncul. Jika sebuah paku payung diundi dengan memasukkannya ke dalam sebuah toples atau dengan melemparkannya ke udara kemudian dilihat hasil jatuhnya di lantai, maka hasil-hasil yang mungkin ada 2 macam yakni miring (*m*) atau terlentang (*t*). Nilai peluang masing-masing hasil tidak sama, yakni untuk hasil miring dan terlentang masing-masing adalah:

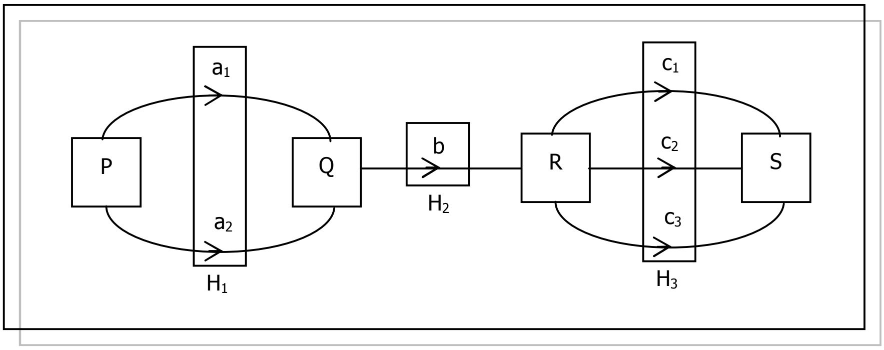
$$P(\{m\}) = \frac{3}{10}, \text{ dan } P(\{t\}) = \frac{7}{10}.$$

Dengan demikian berarti paku payung **tidak berdistribusi seragam.**

Obyek-obyek eksperimen berupa pengundian yang **berdistribusi seragam** adalah **mata uang logam, dadu**, dan **kartu gambar** yang sisi sebaliknya kosong (tanpa gambar).

E. Prinsip Perkalian

Misalkan ada beberapa jalan penghubung antar kota dari 4 kota P, Q, R, S seperti berikut.



Perhatikan bahwa banyaknya jalur jalan yang menghubungkan kota P ke kota Q, kota Q ke kota R dan kota R ke kota S masing-masing adalah 2 jalur (a_1 dan a_2), 1 jalur (b), dan 3 jalur (c_1, c_2 dan c_3). Jika kita akan melakukan pejalanan dari kota P menuju kota S dengan melewati kota Q dan R, ada berapa macam rute (jalur) jalan yang dapat kita pilih?.

Jika jalur-jalur yang mungkin dilalui adalah j_1, j_2, j_3, . . . dan seterusnya, maka jawaban atas pertanyaan tersebut adalah

$$
\begin{array}{ll}
j_1 = a_1bc_1 & j_4 = a_2bc_1 \\
j_2 = a_1bc_2 & j_5 = a_2bc_2 \\
j_3 = a_1bc_3 & j_6 = a_2bc_3
\end{array}
$$

Dengan demikian ada 6 jalur berlainan yang mungkin dapat dipilih untuk menempuh perjalanan dari kota P menuju kota S dengan melewati kota Q dan R.
Perhatikan bahwa banyaknya jalur yang dimaksud adalah

$$n(S) = 6 = 2 \times 1 \times 3 = n(H_1) \times n(H_2) \times n(H_3).$$

Dengan gambaran tersebut kesimpulan yang diperoleh adalah:
Jika ada 2 jalur dari kota P ke Q
1 jalur dari kota Q ke R
3 jalur dari kota R ke S
Maka ada
$2 \times 1 \times 3 = 6$ jalur jalan berlainan

yang dapat ditempuh dari kota P ke kota S melewati kota Q dan R. Secara umum prinsip perkalian berlaku seperti berikut.

Prinsip Perkalian

Jika n_1 adalah banyaknya cara untuk mengambil keputusan K_1
n_2 adalah banyaknya cara untuk mengambil keputusan K_2
n_3 adalah banyaknya cara untuk mengambil keputusan K_3
⋮
n_r adalah banyaknya cara untuk mengambil keputusan K_r
Maka ada
$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_r$ cara
untuk mengambil semua keputusan.

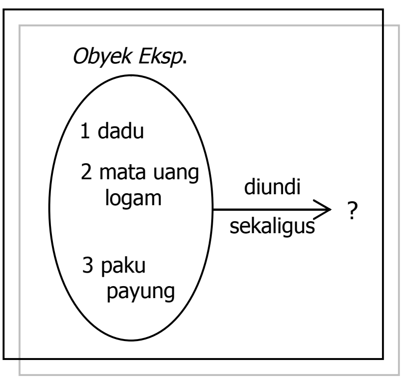
Contoh penggunaan

Ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi jika sebuah dadu, 2 keping mata uang logam, dan 3 paku payung diundi sekaligus?. Jika *A* adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil, salah satu mata uang logam muncul muka gambar, dan 2 diantara 3 paku payung muncul miring, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *A*?. Berapa peluang munculnya peristiwa *A*?. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?

Jawab

1. Dengan Penalaran Lengkap

Untuk mempermudah memahami masalah tersebut diberikan gambaran seperti berikut.



a. Ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi jika sebuah dadu, 2 keping mata uang logam, dan 3 paku payung diundi sekaligus?.

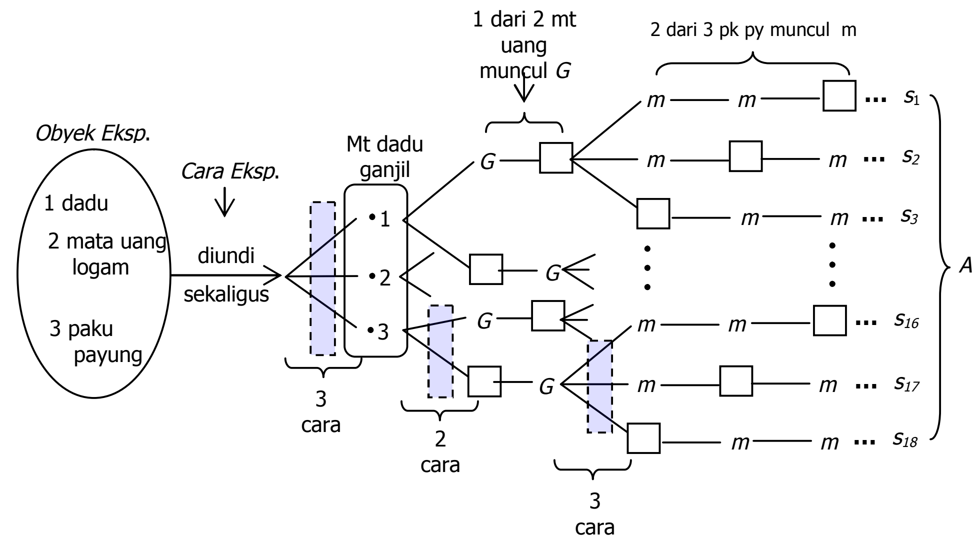
Jawab

Karena dadu memiliki 6 hasil yang mungkin (6 muka), mata uang logam 2 hasil yang mungkin, dan paku payung 2 hasil yang mungkin, maka

$$n(S) = \overbrace{6}^{\text{1 dadu}}\times\overbrace{2\times2}^{\text{2 mt uang}}\times\overbrace{2\times2\times2}^{\text{3 pk payung}} = 192 \text{ titik sampel}$$

b. Jika A adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil, salah satu mata uang logam mun-cul muka gambar, dan 2 diantara 3 paku payung muncul miring, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa A ?.

.



Keterangan Lambang

1. Untuk mata uang logam □ = **bukan G**, jadi berarti □ = A (angka)
2. Untuk paku payung □ = **bukan m**, jadi berarti □ = t (terlentang).

Dengan melihat diagram di atas kita dapat menyimpulkan bahwa peristiwa A memuat 18 titik sampel, yakni $A = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{18}\}$ sehingga $n(A) = 18$.

Mengapa $n(A) = 18$, sebab yang pertama ada 3 cara (cabang), kedua 2 cara (cabang), dan ketiga 3 cara (cabang). Maka menurut prinsip perkalian, banyaknya titik sampel pada peristiwa A adalah

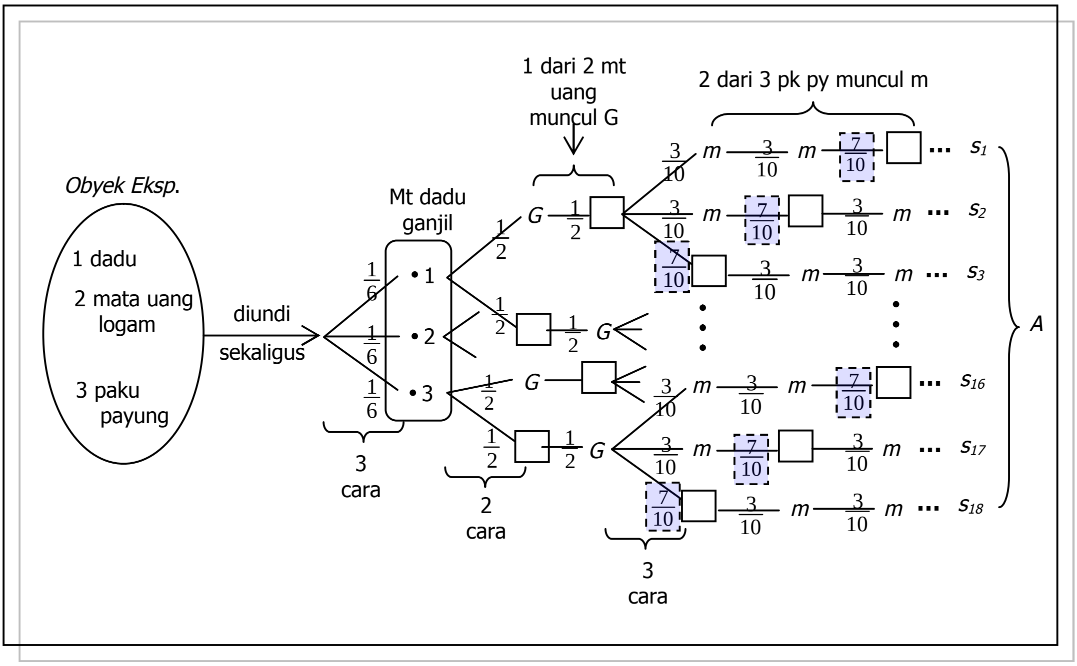
$$n(A) = 3\times2\times3 = 18.$$

Catatan

Pada contoh ini ruang sampel hasil eksperimennya (yang memuat 192 titik sampel) tidak ditampilkan, namun diharapkan sudah tergambar di pikiran para pembaca.

c. Berapa peluang munculnya peristiwa A?

Untuk memahami jawaban atas pertanyaan ini terlebih dahulu kita lihat nilai peluang dari masing-masing cabang.



Perhatikan nilai peluang munculnya masing-masing peristiwa elementernya.

$$\left.\begin{array}{l}
P(\{s_1\}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \boxed{\frac{7}{10}} = \frac{63}{24.000} = \frac{21}{8.000} \\
P(\{s_2\}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \boxed{\frac{7}{10}} \times \frac{3}{10} = \frac{63}{24.000} = \frac{21}{8.000} \\
P(\{s_2\}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \boxed{\frac{7}{10}} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{63}{24.000} = \frac{21}{8.000} \\
\quad \bullet \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \bullet \\
\quad \bullet \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \bullet \\
\quad \bullet \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \bullet \\
P(\{s_{17}\}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times \boxed{\frac{7}{10}} \times \frac{3}{10} = \frac{63}{24.000} = \frac{21}{8.000} \\
P(\{s_{18}\}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \boxed{\frac{7}{10}} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{63}{24.000} = \frac{21}{8.000}
\end{array}\right\} P(A) = 18 \times \frac{21}{8.000} = \frac{189}{4.000}$$

Perhatikan pula bahwa nilai peluang munculnya masing-masing peristiwa elementer pada kejadian A adalah sama, yang berbeda hanyalah faktor $\frac{7}{10}$ nya saja (nilai peluang munculnya paku payung yang bukan miring/terlentang) yang dibolak-balik.

Dengan cara singkat (tentunya setelah penalaran lengkapnya dipahami dengan baik) cara pemecahannya adalah sebagai berikut.

A = peristiwa munculnya mata dadu ganjil, salah satu mata uang logam muncul muka gambar, dan 2 diantara 3 paku payung muncul miring (obyek eksperimennya: 1 dadu, 2 keping mata uang logam, dan 3 paku payung).

$$= \{\overbrace{(\text{mata dadu ganjil}}^{\text{1 pola}}, \overbrace{\text{A, bukan A}}^{\text{2 pola}}, \overbrace{\text{m, m, bukan miring}}^{\text{3 pola}})\}$$

$$\begin{aligned}
P(A) &= \frac{3}{6} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}\right) \\
&= \underbrace{1\left(\frac{3}{6}\right)} \times \underbrace{2\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)} \times \underbrace{3\left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}\right)} \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{189}{1.000} = \frac{189}{4.000}.
\end{aligned}$$

Maka peluang munculnya peristiwa A adalah $\frac{189}{4.000}$.

Perhatikan pada gambar di atas bahwa 1 pola, 2 pola, dan 3 pola tersebut di atas sebenarnya adalah

$$\left.\boxed{\begin{array}{l}\bullet\ 1\\ \bullet\ 2\\ \bullet\ 3\end{array}}\right\}\text{1 pola} = C_1^1 \qquad \left.\begin{array}{cc} G & \square \\ \square & G \end{array}\right\}\text{2 pola} = C_1^2 \qquad \left.\begin{array}{ccc} m & m & \square \\ m & \square & m \\ \square & m & m \end{array}\right\}\text{3 pola} = C_2^3$$

Catatan

1. Untuk sementara waktu kombinasi munculnya 2 obyek dari 3 obyek yang mungkin (lihat ilustrasi yang digambarkan berikut)

$$\left.\begin{array}{ccc} m & m & \square \\ m & \square & m \\ \square & m & m \end{array}\right\}\text{3 pola} = C_2^3$$

cukup digunakan saja, yakni $C^{\text{dari 3 hasil miring yang mungkin}}_{\text{2 paku payung muncul miring}} = C_2^3$

$= \dfrac{3!}{(3-2)!2!} = 3.$

2. Pembahasan lengkap mengenai permutasi, kombinasi, dan sejenisnya akan dibahas pada modul ke-2 tahun 2009.

Sehingga P ({mata dadu ganjil})= $C_1^1 \times P$ ({mata dadu ganjil}) = $1\times(\frac{3}{6}) = \frac{1}{2}$,

P (muncul G pada mata uang) $= C_1^2 \times P(G$, bukan $G)$

$= 2 \times P(G) \times P$ (bukan G) $= 2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, dan

P (muncul 2 miring dari 3 paku payung)

$= C_2^3 \times P$ (miring) $\times P$ (miring) $\times P$ (bukan miring)

$= 3 \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}$.

Dengan demikian maka menurut prinsip perkalian :
P (muncul *mt*. dadu ganjil, G pada mata uang, miring pada paku payung) adalah

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{189}{4.000}.$$

d. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?
Jawabnya adalah:
Ruang sampel S dari hasil pengundian 1 dadu, 2 mata uang logam, dan 3 paku payung <u>tidak berdistribusi seragam</u> sebab <u>memuat obyek eksperimen yang tidak berdistribusi seragam</u>, yakni paku payung.

2. Dengan Cara Singkat

a. Ada berapa macam hasil yang mungkin jika sebuah dadu, 2 keping mata uang logam, dan 3 paku payung diundi sekaligus?.

Jawab
Karena dadu memiliki 6 hasil yang mungkin, mata uang logam 2 hasil yang mungkin, dan paku payung 2 hasil yang mungkin, maka

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 192 \text{ titik sampel.}$$

b. Jika *A* adalah peristiwa munculnya mata dadu ganjil, salah satu mata uang logam muncul muka gambar, dan 2 diantara 3 paku payung muncul miring, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *A* ?.

Jawab
Karena peristiwa *A* terdiri dari:

- munculnya mata dadu ganjil $\rightarrow G_I = \{1, 3, 5\}$ sehingga $n(G_I) = 3$, dan
- salah satu mata uang logam dari 2 mata uang logam muncul muka gambar, maka $n(G_{II}) = C^{\text{dari 2 mata uang log am}}_{\text{1 gambar}} = C^2_1 = 2$, dan
- 2 diantara 3 paku payung muncul miring, maka $n(G_{III}) = C^{\text{dari 3 paku payung}}_{\text{2 miring}} = C^3_2 = 3$.

Sehingga titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *A* adalah

$$n(A) = n(G_I) \times n(G_{II}) \times n(G_{II})$$
$$= 3 \times 2 \times 3 = 18 \text{ titik sampel.}$$

c. Berapa peluang munculnya peristiwa A ?

Karena khusus pada peristiwa A titik-titik sampel dari anggotanya berpeluang sama untuk muncul, dan pola masing-masing titik sampelnya adalah:

1 dadu $\rightarrow$ P(ganjil) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,
2 mata uang logam $\rightarrow$ P (G dan bukan G) = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$,
3 paku payung $\rightarrow$ P(miring, miring, tidak miring) = $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}$.

Maka $P(A) = (\frac{3}{6})\times(C_1^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})\times(C_2^3 \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10})$

$= (\frac{1}{2})\times(2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})\times(3\times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}) = \frac{189}{4.000}$.

Contoh 2

Ada berapa macam hasil yang mungkin terjadi jika 4 buah dadu dilambungkan sekaligus?. Jika kita mengincar munculnya muka 6 berarti munculnya muka 6 kita definisikan sebagai peristiwa sukses, dan munculnya muka yang bukan 6 kita anggap sebagai suatu kegagalan, ada berapa macam peristiwa yang mungkin terjadi ditinjau dari banyaknya (frekuensi) munculnya muka dadu sukses.

Jawab

a. Banyaknya hasil yang mungkin jika 4 buah dadu diundi sekaligus adalah

$$n(S) = \underset{\text{cara}}{\overset{\text{Dadu I}}{\overset{\downarrow}{6}}} \times \underset{\text{cara}}{\overset{\text{Dadu II}}{\overset{\downarrow}{6}}} \times \underset{\text{cara}}{\overset{\text{Dadu III}}{\overset{\downarrow}{6}}} \times \underset{\text{cara}}{\overset{\text{Dadu IV}}{\overset{\downarrow}{6}}} = 1296 \text{ titik sampel (hasil yang mungkin).}$$

b. Jika kita mengincar munculnya muka 6, ada berapa macam peristiwa yang mungkin terjadi ditinjau dari banyaknya (frekuensi) munculnya muka 6?

Untuk memudahkan pemahaman siswa, misalkan peristiwa gagal (munculnya muka bukan 6) kita lambangkan dengan sebuah persegi kosong " □ ". Maka ditinjau dari banyaknya sukses (munculnya muka 6) pada keempat dadu akan kita peroleh pola sukses dan gagalnya adalah seperti berikut.

Pola
Nol kali sukses

□□□□ ← 1 model

Pola
1 kali sukses

$\left.\begin{array}{l} 6\ \square\ \square\ \square \\ \square\ 6\ \square\ \square \\ \square\ \square\ 6\ \square \\ \square\ \square\ \square\ 6 \end{array}\right\}$ 4 model

Pola
2 kali sukses

$\left.\begin{array}{l} 6\ 6\ \square\ \square \\ 6\ \square\ 6\ \square \\ 6\ \square\ \square\ 6 \\ \square\ 6\ \square\ 6 \\ \square\ \square\ 6\ 6 \\ \square\ 6\ 6\ \square \end{array}\right\}$ 6 model

Pola
3 kali sukses

$\left.\begin{array}{l} 6\ 6\ 6\ \square \\ 6\ 6\ \square\ 6 \\ 6\ \square\ 6\ 6 \\ \square\ 6\ 6\ 6 \end{array}\right\}$ 4 model

Pola
4 kali sukses

6 6 6 6 ← 1 model

Perhatikan bahwa masing-masing pola mulai dari 0 kali sukses, 1 kali sukses, 2 kali sukses, 3 kali sukses, hingga 4 kali sukses tersebut di atas ternyata setelah diselidiki masing-masing memuat 1 model, 4 model, 6 model, 4 model, dan 1 model. Bilangan-bilangan 1, 4, 6, 4, 1 adalah salah satu baris pada susunan bilangan-bilangan pada segitiga Pascal.

Segitiga Pascal

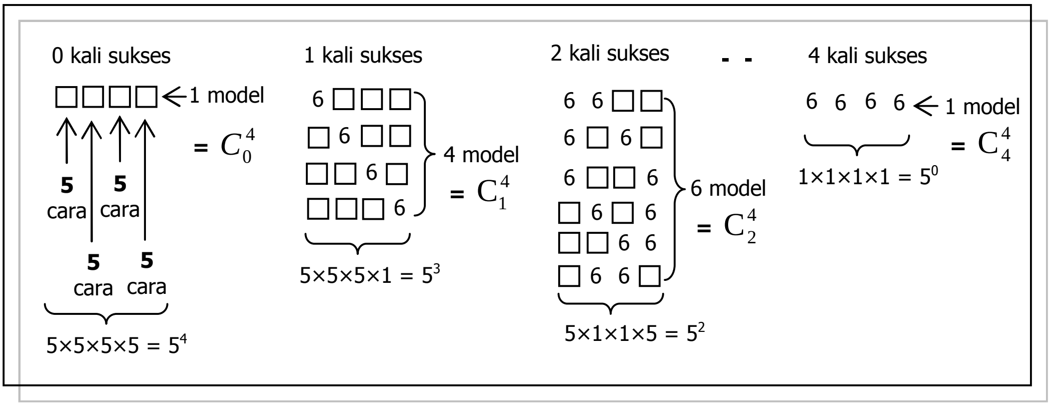
$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & 2 & 1 & & & \\ & & 1 & & 3 & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ \Updownarrow & & \Updownarrow & & \Updownarrow & & \Updownarrow & & \Updownarrow \\ C_0^4 & & C_1^4 & & C_2^4 & & C_3^4 & & C_4^4 \end{array}$$

Dengan demikian maka

1 model, 4 model, 6 model, 4 model, 1 model …. Bersesuaian dengan

$$\begin{array}{ccccc} \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow \\ C_0^4\ , & C_1^4\ , & C_2^4\ , & C_3^4\ , & C_4^4. \end{array}$$

Sehingga secara lebih detail, pola-pola sukses-gagal pada gambar sebelumnya dapat dipertajam menjadi seperti berikut.



Kesimpulan terakhir

Empat buah dadu yang diundi sekaligus maka ruang sampelnya memuat 1296 titik sampel, yakni

$$n(S) = 1296 \text{ titik sampel.}$$

Titik sampel sebanyak 1296 itu terdiri dari:

0 sukses $\rightarrow$ $C_0^4 \times 5^4 = 1 \times 625 = 625$ titik sampel

1 sukses $\rightarrow$ $C_1^4 \times 5^3 = 4 \times 125 = 500$ titik sampel

2 sukses $\rightarrow$ $C_2^4 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150$ titik sampel

3 sukses $\rightarrow$ $C_3^4 \times 5^1 = 4 \times 5 = 20$ titik sampel

4 sukses $\rightarrow$ $C_0^4 \times 5^0 = 1 \times 1 = 1$ titik sampel

\+

Total $n(S)$ = 1.296 titik sampel

Dengan melihat penyebaran (distribusi) banyaknya titik sampel pada peristiwa-peristiwa di atas, kita dapat menentukan salah satu nilai peluangnya . Misal peluang munculnya muka dadu 6 sebanyak 2 kali adalah:

$$P(\text{muncul muka 6 sebanyak 2 kali}) = \frac{150}{1296} = \frac{6\times 25}{6\times 6\times 6\times 6} = \frac{25}{216}.$$

Selanjutnya secara matematika jika banyaknya sukses adalah *x* dari *n* obyek eksperimen, maka untuk selanjutnya peluang *x* sukses dalam *n* obyek dirumuskan dalam disribusi binomial seperti berikut.

Distribusi Binomial

Peluang *x* sukses dalam pengundian *n* obyek eksperimen sejenis sekaligus adalah

$$P\,(x, n, p, q) = C^{n}_{x}\,.\,P^{x}q^{\,n-x}$$

p = peluang sukses munculnya masing-masing obyek sejenis, dan $q = 1 - p$.

Dengan mengacu pada distribusi binomial di atas, maka peluang munculnya muka dadu 6 sebanyak 2 kali adalah:

P (muncul muka 6 sebanyak 2 kali) = *P* (2 sukses, 4 dadu, peluang sukses @ $\frac{1}{6}$)

$$= C^{n}_{x}\,.\,P^{x}\,.\,q^{\,n-x}$$

$$= C^{4}_{2}.(\tfrac{1}{6})^2.(1 - \tfrac{1}{6})^{4-2}$$

$$= 6\,.\,(\tfrac{1}{6})^2.(\tfrac{5}{6})^2 = 6\times\tfrac{1}{36}\times\tfrac{25}{36} = \frac{25}{216}.$$

GLOSARIUM

Obyek eksperimen, ruang sampel, titik sampel, peristiwa, peristiwa sederhana (elementer), peristiwa majemuk, pengundian 1 obyek *n* kali, pengundian *n* obyek sekaligus, frekuensi, frekuensi relatif, peluang, distribusi peluang tak seragam, distribusi peluang seragam, prinsip penjumlahan, prinsip perkalian, distribusi binomial.

Latihan 1

1. Ada berapa titik sampel dan apakah ruang sampel dari hasil eksperimen tersebut berdistribusi seragam (berpeluang sama untuk muncul). Berikan alasan pendukung jawaban Anda.
   a. Dua buah dadu diundi sekaligus
   b. Tiga keping mata uang logam diundi sekaligus
   c. Tiga paku payung diundi sekaligus
   d. Sebuah dadu, sekeping mata uang logam, dan sebuah paku payung diundi sekaligus

e. Dua buah dadu dan sekeping mata uang logam diundi sekaligus
f. Dua buah dadu dan tiga keping mata uang logam diundi sekaligus
g. Empat kartu gambar masing-masing sisi sebaliknya kosong (tidak bergambar) dilambungkan ke udara dan jatuh ke tanah.

2. *S* adalah ruang sampel dari sebuah dadu dan 4 keping mata uang logam yang diundi sekaligus. *A* adalah peristiwa munculnya mata dadu genap dan 2 diantara 4 keping mata uang itu muncul muka gambar.
   a. Berapa titik sampel yang ada dalam *S*, dan apakah *S* berdistribusi seragam?
   b. Berapa titik sampel yang ada dalam *A*, dan tentukan peluang munculnya peristiwa *A*.

3. *S* adalah ruang sampel yang dihasilkan oleh 3 keping mata uang logam dan 2 paku payung yang diundi sekaligus.
   a. Berapakah titik sampel yang dimuat oleh *S*, apakah *S* berdistribusi seragam?
   b. *B* adalah peristiwa munculnya muka angka pada 2 diantara 3 mata uang dan munculnya hasil sama pada kedua paku payung. Berapa titik sampel yang ada pada peristiwa *B*, dan berapkah peluang munculnya peristiwa *B*?
   c. *C* adalah peristiwa munculnya salah satu mata uang muncul angka dan salah satu paku payung muncul hasil miring, berapa titik sampel yang ada pada *C* dan berapakah peluang munculnya peristiwa *C*.

4. *S* adalah ruang sampel yang dihasilkan oleh 3 buah dadu dan 2 keping mata uang logam yang diundi sekaligus. *D* adalah peristiwa munculnya muka 1 pada 2 diantara 3 buah dadu dan munculnya muka gambar pada salah satu mata uang.
   a. Berapakah titik sampel yang dimuat oleh *S*, dan apakah *S* berdistribusi seragam?
   b. Berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *D* dan berapa peluang munculnya peristiwa *D* ?

5. *S* adalah ruang sampel yang dihasilkan oleh 5 buah kartu gambar (kartu yang salah satu sisinya bergambar dan sisi sebaliknya kosong) yang dilempar ke udara sekaligus.
   a. Berapakah titik sampel yang dimuat oleh *S*, dan apakah *S* berdistribusi seragam?
   b. Jika *E* adalah peristiwa munculnya muka gambar pada 3 diantara 5 kartu, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *E* dan berapakah peluang munculnya peristiwa *E* ?.

Umpan Balik

Cocokkan jawaban Anda dengan Kunci jawaban latihan 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar. Kemudian gunakanlah rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Bab II ini. Karena dari 5 nomor soal terdapat 16 pertanyaan, maka:

Rumus

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{16} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90% – 100% = baik sekali (amat baik)
75% – 89% = baik
60% – 74% = sedang
< 59% = kurang

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan 80% ke atas, Anda dapat meneruskan ke bab berikutnya. Tetapi, kalau tingkat penguasaan Anda di bawah 80%, Anda harus mengulangi Bab II, termasuk di bagian yang belum Anda kuasai.

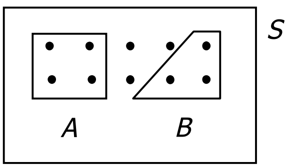
Bab 3

Relasi Antar Peristiwa

A. Pengertian/Konsep Relasi Antar Peristiwa

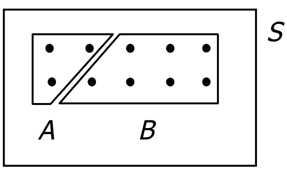
Misalkan *A* dan *B* adalah peristiwa-peristiwa yang ada pada ruang sampel *S*. Relasi antara kedua perstiwa *A* dan *B* tersebut dapat bersifat lepas, komplemen (ingkaran), bebas, dan tak bebas. Untuk memahami relasi antara dua peristiwa dalam suatu ruang sampel *S* diberikan gambaran melalui beberapa diagram Venn seperti berikut.

a.



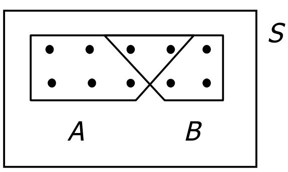
A dan *B* adalah <u>2 peristiwa lepas</u>. Yakni dua peristiwa yang tak dapat terjadi secara bersamaan.

b.



A dan *B* adalah <u>2 peristiwa komplemen</u>. *A* = bukan *B* atau *B* = bukan *A*, ditulis $B = A^c \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$.

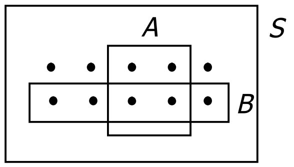
c.



$P(A) = \frac{7}{10}$, $P(B) = \frac{5}{10}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$.

Ternyata $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, maka

A dan *B* adalah <u>2 peristiwa tak bebas</u>.

d. 

$P(A) = \dfrac{4}{10}$, $P(B) = \dfrac{5}{10}$, $P(A \cap B) = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$.

Ternyata $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, maka

A dan *B* adalah <u>2 peristiwa bebas</u>.

Dengan konteks seperti yang digambarkan di atas selanjutnya secara formal diberikan definisi seperti berikut.

Definisi

Misalkan *A* dan *B* adalah peristiwa-peristiwa dalam ruang sampel *S*, maka
A dan *B* adalah dua peristiwa ***bebas*** jika $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
A dan *B* adalah dua peristiwa ***tak bebas*** jika $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$.
A dan *B* adalah dua peristiwa ***lepas*** jika $A \cap B = \emptyset$.
A dan *B* adalah dua peristiwa ***komplemen*** jika $A \cap B = \emptyset$ dan $A \cup B = S$.

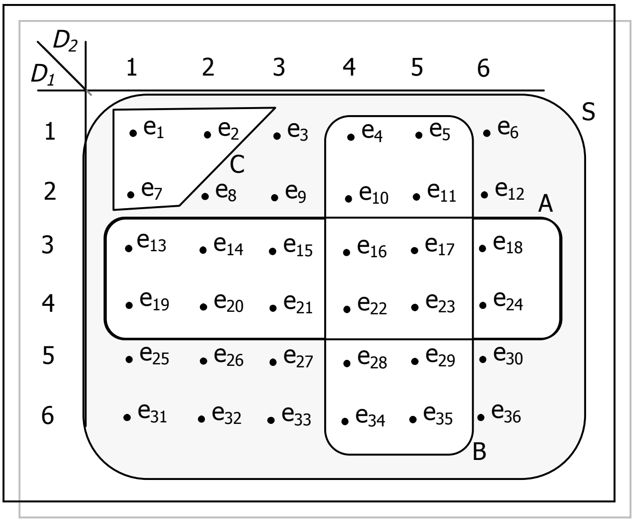
Contoh

Misalkan dua buah dadu diundi sekaligus. Pada ruang sampel *S* hasil eksperimen tersebut *A* adalah peristiwa munculnya muka dadu pertama adalah 3 atau 4, *B* adalah peristiwa munculnya muka dadu kedua adalah 4 atau 5, dan C adalah peristiwa munculnya jumlah kedua muka dadu maksimal adalah 3.

Dari soal di atas, pertanyaan yang dikemukakan adalah: (a) berapakah peluang masing-masing dari peristiwa *A*, *B*, dan *C* tersebut, (b) relasi apakah yang terjadi antara peristiwa *A* dan *B*, (c) relasi apakah yang terjadi antara peristiwa *A* dan *C*.

Jawab

Untuk memperjelas pemecahan dari masalah tersebut sajian ruang sampel, titik sampel, dan peristiwa yang terjadi kita gambarkan melalui kombinasi antara tabel dan diagram Venn seperti berikut.



Diketahui

Dua buah dadu diundi sekaligus.

A = peristiwa munculnya muka dadu pertama adalah 3 atau 4,

B = peristiwa munculnya muka dadu kedua adalah 4 atau 5, dan

C = peristiwa munculnya jumlah kedua muka dadu maksimal 3.

Ditanyakan

a. berapakah peluang masing-masing dari peristiwa A, B, dan C tersebut
b. relasi apakah yang terjadi antara peristiwa A dan B
c. relasi apakah yang terjadi antara peristiwa A dan C.

Jawab

a. Berapakah peluang masing-masing dari peristiwa A, B, dan C tersebut?

Karena sebuah dadu menghasilkan 6 titik sampel, maka 2 buah dadu jika diundi sekaligus akan menghasiklan titik sampel sebanyak 36, yakni:

$$S = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_{36}\} \text{ sehingga } n(S) = 36.$$

Selanjutnya diadakan identifikasi masing-masing peristiwa sesuai dengan yang didefinisikan.

A = peristiwa munculnya muka dadu pertama adalah 3 atau 4
$= \{e_{13}, e_{14}, \ldots, e_{24}\}$, maka $n(A) = 12$
B = peristiwa munculnya muka dadu kedua adalah 4 atau 5
$= \{e_4, e_5, e_{10}, e_{11}, \ldots, e_{34}, e_{35}\}$, maka $n(B) = 12$
C = peristiwa munculnya jumlah kedua muka dadu maksimal 3.
$= \{e_1, e_2, e_7,\}$, maka $n(C) = 3$.

Karena dadu merupakan obyek eksperimen yang menghasilkan ruang sampel berdistribusi seragam, maka n dadu juga akan menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam. Sehingga kita dapat menerapkan definisi klasik untuk menentukan nilai peluang masing-masing peristiwa yang ada di dalamnya.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$, $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$,

dan $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

b. Relasi apakah yang terjadi antara peristiwa A dan B?

Perhatikan bahwa

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, maka $P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. Sedangkan $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$.

Karena $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ maka A dan B adalah dua peristiwa bebas.

c. Relasi apakah yang terjadi antara peristiwa *A* dan C ?.

Berdasarkan diagram Venn yang sesuai dengan soal cerita di atas, seperti yang dapat kita lihat maka A dan C adalah dua peristiwa lepas.

B. Latihan 2

1. Sebuah dadu diundi satu kali. Jika *A* adalah peristiwa munculnya muka dadu maksimal 2, *B* adalah peristiwa munculnya muka dadu minimal 4, dan *C* adalah peristiwa munculnya muka dadu prima, tentukan relasi antara peristiwa
   a. A dan B
   b. A dan C
   c. B dan C

2. Misalkan dua buah dadu diundi sekaligus dan S adalah ruang sampelnya. A dan B adalah dua peristiwa dalam S. Tentukan relasi antara A dan B jika
   a. A adalah peristiwa munculnya jumlah kedua mata dadu maksimal 4.

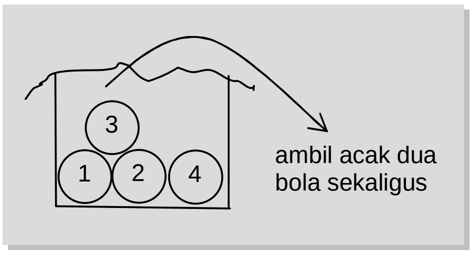
B adalah peristiwa munculnya jumlah kedua mata dadu minimal 7.

b. *A* adalah peristiwa munculnya jumlah kedua mata dadu minimal 9.
   B adalah peristiwa munculnya jumlah kedua mata dadu maksimal 8.

c. *A* adalah peristiwa munculnya muka dadu pertama antara 3 dan 6.
   B adalah peristiwa munculnya muka dadu kedua antara 3 dan 6.

d. *A* adalah peristiwa munculnya muka dadu pertama antara 3 dan 6
   B adalah peristiwa munculnya muka dadu pertama antara 3 dan 6 dan dadu kedua minimal 3.

3. Sebuah kotak berisi empat buah bola bernomor 1, 2, 3, dan 4 (lihat gambar). Dari dalam kotak diambil dua bola sekaligus.



Misalkan dari dua bola yang terambil itu: *A* adalah peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola genap, *B* adalah peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola minimal 5, *C* adalah peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola habis dibagi 3, *D* adalah peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola antara 3 dan 6, serta *E* adalah peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola ganjil. Tentukan relasi antara perisiwa:

a. *A* dan *B*
b. *A* dan *C*
c. *A* dan *D*
d. *A* dan *E*.

4. Sebuah kotak berisi 5 buah bola seukuran. Masing-masing bola ditandai dengan angka 1, 2, 3, 4, dan 5. Dari dalam kotak diambil secara acak 2(dua) bola sekaligus. Jika

   A = peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola maksimal 4

   B = peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola antara 3 dan 7

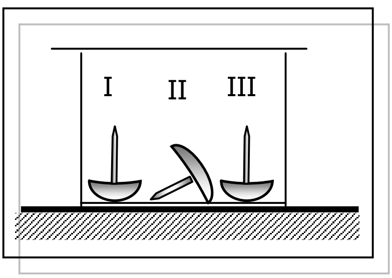
C = peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola maksimal 8

D = peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola minimal 5

E = peristiwa terambilnya jumlah bilangan pada kedua bola minimal 4 dan maksimal 7, tentukan relasi antara peristiwa

A. A dan B
B. A dan C
C. A dan D
D. A dan E

5. Misalkan di dalam sebuah kotak tertutup terdapat 3 buah paku payung seperti yang dapat dilihat pada gambar. Kotak itu kemudian dikocok sehingga jatuhnya masing-masing paku payung hanya ada 2 kemungkinan saja (t = terlentang atau m =miring). Jika diketahui bahwa $P(\{t\}) = \frac{7}{10}$, $P(\{m\}) = \frac{3}{10}$ sedangkan A, B, C, D, dan E masing-masing adalah peristiwa sebagai berikut.



A = ketiga paku payung berposisi miring
B = salah satu paku payung berposisi miring
C = dua paku payung diantaranya berposisi miring
D = ketiga paku payung berposisi terlentang
E = minimal dua diantara paku payung berposisi miring
F = ketiga paku payung berposisi sama (semuanya miring atau semuanya terlentang).

Pertanyaan

a. berapa macam titik sampel yang mungkin terjadi dalam eksperimen itu?
b. apakah masing-masing titik sampel berpeluang sama untuk muncul?
c. tentukan peluang munculnya masing-masing peristiwa
d. tentukan relasi antara peristiwa
   - A dan B
   - B dan C
   - E dan F.

Umpan Balik

Cocokkan jawaban Anda dengan Kunci latihan 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar. Kemudian gunakanlah rumus di bawah ini umtuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1 ini. Karena dari 5 nomor soal di atas ada 19 pertanyaan maka:

Rumus

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{Jumlah\ \ jawaban\ Anda\ yang\ benar}{19} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90% – 100% = baik sekali (amat baik)
75% – 89% = baik
60% – 74% = sedang
< 59% = kurang

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan 75 % ke atas, berarti sudah baik. Tetapi, kalau tingkat penguasaan Anda di bawah 75 %, Anda harus mengulangi Bab II, termasuk di bagian yang belum Anda kuasai.

Bab 4

Penutup

A. Rangkuman

Materi peluang yang ditulis pada modul ini meliputi pengundian dan relasi antar peristiwa. Pengundian meliputi konsep-konsep: (a) obyek eksperimen, (b) cara eksperimen, (c) hasil-hasil yang mungkin terjadi pada eksperimen itu.

Konsep peluang terbagi dalam 2 hal, yaitu: (1) tinjauan berdasarkan definisi empirik, dan (2) tinjauan berdasarkan definisi klasik. Peluang didahului dengan peluang munculnya masing-masing hasil yang mungkin terjadi (titik sampel) jika obyek eksperimennya tunggal, dan dilanjutkan dengan peluang munculnya masing-masing hasil yang mungkin terjadi (titik sampel) jika obyek eksperimennya banyak (lebih dari satu). Sebelum menentukan nilai peluang munculnya suatu peristiwa dalam ruang sampel S (yang dihasilkan oleh banyak obyek) diawali dengan teknik menentukan banyak anggota dari peristiwa yang dimaksudkan itu. Peristiwa yang dimaksud berkenaan dengan tingkat sukses tidaknya suatu hasil yang diincar muncul dalam eksperimen itu. Teknik menghitung banyaknya titik sampel dari suatu peristiwa tersebut dimaksudkan untuk membedakan antara teknik menghitung nilai peluang dari suatu peristiwa pada ruang sampel yang berdistribusi seragam dengan ruang sampel yang berdistribusi tak seragam. Hal ini dirasa penting karena merupakan bagian dari konsep peluang yang harus diketahui guru. Tujuannya agar teman-teman guru lebih memiliki kepekaan (*sense of probability objects*) mengenai suatu obyek eksperimen apakah akan menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam atau tidak. Sebab teknik menghitung banyak anggota berbeda antara ruang sampel yang berdistribusi seragam dan yang tidak seragam.

Untuk topik berikutnya yakni relasi antar peristiwa dalam suatu ruang sampel, ditampilkan diagram Venn yang mempermudah pembaca dalam mengidentifikasi peristiwa-peristiwa yang akan dicari relasinya, meliputi peluang masing-masing peristiwa dan irisannya.

B. Saran-saran

Kepada para pengguna modul ini (para guru matematika SMA dalam forum MGMP) diharapkan untuk mempelajari terlebih dahulu, mencoba latihannya, mencocokkannya dengan kunci jawaban, dan mendiskusikan hasil pekerjaannya dengan teman-teman guru lainnya baik di sekolah maupun pada forum MGMP agar permasalahan pembelajaran peluang segera diketahui kekurangannya dan segera dapat menemukan strategi/langkah langkah pembelajaran yang paling efektif/efisien untuk dapat ditangkap oleh siswa dalam rangka mencapai kompetensi yang diharapkan.

Bila para pengguna menginginkan informasi lebih lanjut, sebelum mengirim secara tertulis melalui fax dapat menghubungi penulis melalui 081392173195.

C. Tes

1. Tiga buah dadu diundi sekaligus.
   a. Ada berapa titik sampel yang ada pada ruang sampel dari eksperimen ini?
   b. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?, jelaskan!
   c. Jika kita mengincar munculnya muka dadu 4, dan A adalah peristiwa munculnya muka 4 tepat sebanyak 2 kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa A ?
   d. Berapa peluang munculnya peristiwa A ?
   e. Jika B adalah peristiwa munculnya muka 4 minimal sebanyak *2* kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa B ?
   f. Berapa peluang munculnya peristiwa B ?

2. Lima buah dadu diundi sekaligus.
   a. Ada berapa titik sampel yang ada pada ruang sampel dari eksperimen ini?
   b. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?, jelaskan!
   c. Jika kita mengincar munculnya muka dadu 2, dan C adalah peristiwa munculnya muka 2 tepat sebanyak 3 kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa C?
   d. Berapa peluang munculnya peristiwa C ?
   e. Jika D adalah peristiwa munculnya muka 5 minimal sebanyak *3* kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa D ?

f. Berapa peluang munculnya peristiwa D ?

3. Lima keping mata uang logam diundi sekaligus.
   a. Ada berapa titik sampel yang ada pada ruang sampel dari eksperimen ini?
   b. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?, jelaskan!
   c. Jika kita mengincar munculnya muka gambar, dan E adalah peristiwa munculnya muka gambar tepat sebanyak 3 kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa E ?
   d. Berapa peluang munculnya peristiwa E ?

4. Empat buah paku payung diundi sekaligus.
   a. Ada berapa titik sampel yang ada pada ruang sampel dari eksperimen ini?
   b. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?, jelaskan!
   c. Tentukan banyaknya titik sampel yang dimuat oleh masing-masing peristiwa berikut, berapa nilai peluang masing-masing titik sampel yang ada pada peristiwa tersebut, dan tentukan nilai peluangnya untuk masing-masing peristiwa.

      A = peristiwa hasil jatuhnya paku payung miring sebanyak 0 paku payung
      B = peristiwa hasil jatuhnya paku payung miring sebanyak 1 paku payung
      C = peristiwa hasil jatuhnya paku payung miring sebanyak 2 paku payung
      D = peristiwa hasil jatuhnya paku payung miring sebanyak 3 paku payung
      E = peristiwa hasil jatuhnya paku payung miring sebanyak 4 paku payung

      Apakah $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) = 1$?

   d. Jika kita mengincar hasil jatuhnya paku payung terlentang, dan K adalah peristiwa hasil jatuhnya paku payung terlentang tepat sebanyak 3 kali berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa K ?
   e. Berapa peluang munculnya peristiwa K ?
   f. Jika L adalah peristiwa hasil jatuhnya paku payung terlentang 2 kali, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa L?
   g. Berapa peluang munculnya peristiwa L?

5. Tiga keping mata uang logam dan 3 buah paku payung diundi sekaligus.
   a. Ada berapa titik sampel yang ada pada ruang sampel dari eksperimen tersebut?
   b. Apakah ruang sampelnya berdistribusi seragam?, jelaskan!

c. Jika kita mengincar hasil jatuhnya mata uang logam berupa muka gambar dan hasil jatuhnya paku payung terlentang, sedangakan *C* adalah peristiwa hasil jatuhnya muka gambar pada mata uang logam dan hasil jatuhnya paku payung terlentang pada masing-masing mata uang logam dan paku payung tepat sebanyak 2 kali, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *C* ?

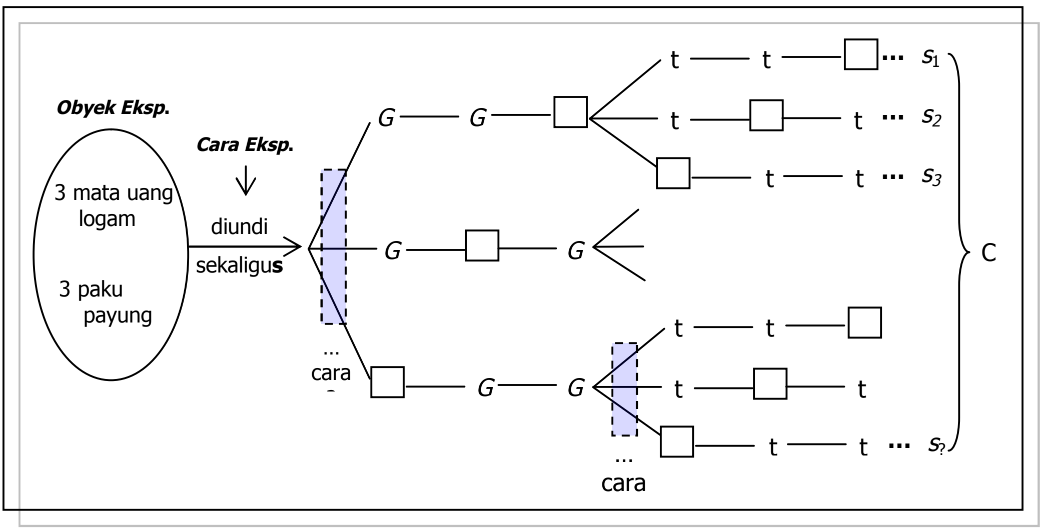
d. Berapa peluang munculnya peristiwa *C* ?

e. Jika *D* adalah peristiwa hasil jatuhnya mata uang berupa muka gambar dan hasil jatuhnya paku payung adalah miring masing-masing sebanyak 1 kali, berapa titik sampel yang dimuat oleh peristiwa *D* ?

f. Berapa peluang munculnya peristiwa *D* ?

Petunjuk:

Untuk memudahkan pemahaman khususnya pertanyaan c, perhatikan diagram pohon di bawah ini yang bersesuaian dengan eksperimen tersebut.



Keterangan:

(1) Diagram pohon di atas merupakan diagram yang menggambarkan obyek eksperimen , cara eksperimen, dan hasil-hasil yang mungkin untuk peristiwa C yang dimaksud. C adalah peristiwa hasil jatuhnya muka G (gambar) pada mata uang logam dan hasil jatuhnya paku payung terlentang (t) masing-masing tepat sebanyak 2 kali

(2) Untuk memperjelas berapa nilai peluang munculnya peristiwa *C*, coba tuliskan nilai peluang untuk masing-masing komponen pada tiap-tiap cabang dari diagram pohon tersebut

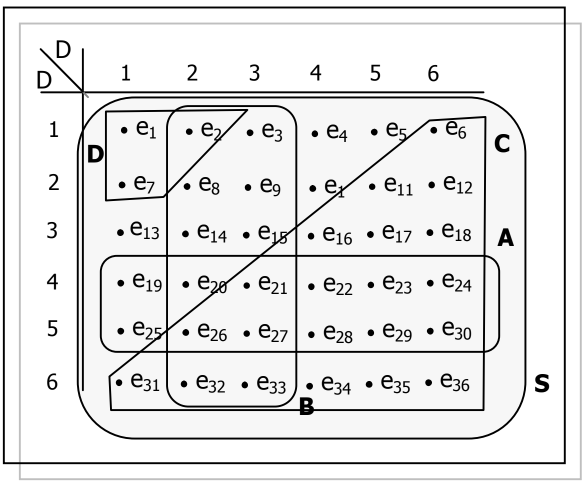
(3) Apakah masing-masing titik sampel dalam peristiwa *C* di atas memiliki peluang yang sama untuk muncul?, apakah masing-masing titik sampel pada ruang sampel *S* yang memuat peristiwa @ ini berpeluang sama untuk muncul?, tentu jawabnya tidak.

(4) Mengapa tidak, gambarkan diagram pohon yang bersesuaian dengan peristiwa *D*. Tuliskan nilai peluang masing-masing ranting pada diagram pohon yang menggambarkan peristiwa *D* tersebut.

(5) Samakah nilai peluang masing-masing titik sampel pada peristiwa *D* ?. Dari penalaran ini tentukan peluang munculnya peristiwa *D*.

(6) Samakah nilai peluang munculnya masing-masing titik sampel pada peristiwa *D* dengan nilai peluang munculnya masing-masing titik sampel pada peristiwa *C*?. Dari hasil penalaran ini akan terjawab dengan sendirinya ruang sampel *S* seragam/tidak.

6. Dua buah dadu diundi sekaligus. *S* adalah ruang sampel dari eksperimen tersebut.



Gambar di samping adalah *S* dan peristiwa-peristiwa yang ada di dalamnya.

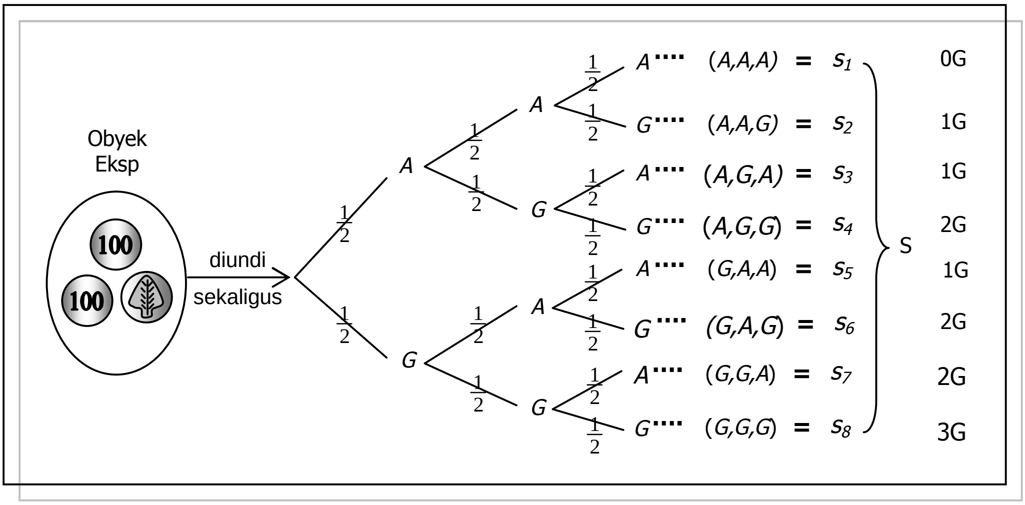
Pertanyaannya:

a. Definisikan dengan kata-kata masing-masing dari peristiwa *A, B, C*, dan *D* tersebut.

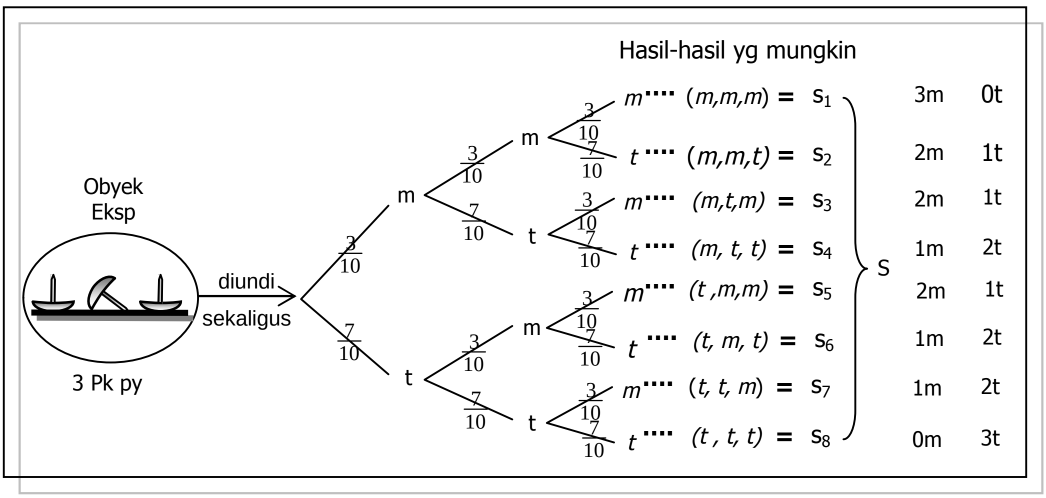
b. Tentukan relasi antara peristiwa *A* dengan *B, A* dengan *C*, dan *A* dengan *D*.

c. Jika *E* adalah peristiwa munculnya jumlah kedua mata dadu minimal 4 bagaimana relasi antara *D* dan *E* ?

7. Tiga keping mata uang logam diundi sekaligus. Jika *C* adalah peristiwa munculnya muka gambar minimal sebanyak 2 mata uang dan *D* adalah adalah peristiwa munculnya muka gambar adalah 1 atau 2 mata uang diantara ketiga mata uang itu, tentukan relasi antara *C* dan *D*.



8. Tiga buah paku payung diundi sekaligus. Jika *E* adalah peristiwa munculnya hasil miring minimal sebanyak 2 paku payung dan *F* adalah adalah peristiwa munculnya hasil terlentang minimal 1 paku payung dan maksimal 2 paku payung, tentukan relasi antara *E* dan *F*.



Umpan Balik

Cocokkan jawaban Anda dengan Kunci tes yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar. Kemudian gunakanlah rumus di bawah ini umtuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap modul ini. Karena dari 8 nomor soal di atas ada 34 pertanyaan maka:

Rumus

Tingkat penguasaan = $\dfrac{\text{Jumlah jawaban Anda yang benar}}{34} \times 100\%$

Anda dikatakan berhasil mempelajari modul ini bila tingkat penguasaannya minimal 75%, apabila ternyata belum mencapai maka Anda dianjurkan untuk mempelajari atau mendiskusikannya kembali dengan rekan-rekan sejawat di MGMP.

Daftar Pustaka

Anton, H – Kolman, B. 1982. ***Applied Finite Mathematics (3 rd Edition)***. New York: Anton Textbooks, Inc.

Depdiknas. 2001. ***Pola Pelaksanaan Broad Based Education (BBE)*.** Buku II. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

--------------. 2003. *Kurikulum 2004 (Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika SMA/MA).* Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Harnet, Donald L. 1982. ***Statistical Methods (3 rd Edition)*.** Philiphines: Addison – Wesley Publishing Company, Inc.

Pitman, Jim. 1993. ***Probability***. New York: Springer – Verlag, Inc.

Marsudi Raharjo. (2004 - 2007). ***Peluang (Bahan Ajar Diklat Matematika Guru SMA)***. Yogyakarta: PPPG Matematika.

Smith, Gary. 1991. ***Statistical Reasoning (3 rd Edition)*.** 160 Gould Street, Needham Height, Massachusetts 02194: Allyn and Bacon, A Division of Simon and Schuster Inc.

Spiegel, Murary B. (1982). ***Probability and Statistics (Theory and Problem)***. Singapore: Mc Graw – Hill Book Company.

Lampiran

Kunci Jawaban Latihan 1.

1. a. n(S) = 36, ya sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang masing-masing menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam.
   b. n(S) = 8 , ya sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang masing-masing menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam
   c. n(S) = 8 , tidak sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang tidak berdistribusi seragam
   d. n(S) = 24 , tidak sebab dihasilkan oleh sebagian dari obyek-obyek eksperimen yang tidak berdistribusi seragam
   e. n(S) = 72 , ya sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang masing-masing menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam
   f. n(S) = 288 , ya sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang masing-masing menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam
   g. n(S) = 16, ya sebab dihasilkan oleh obyek-obyek eksperimen yang masing-masing menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam.

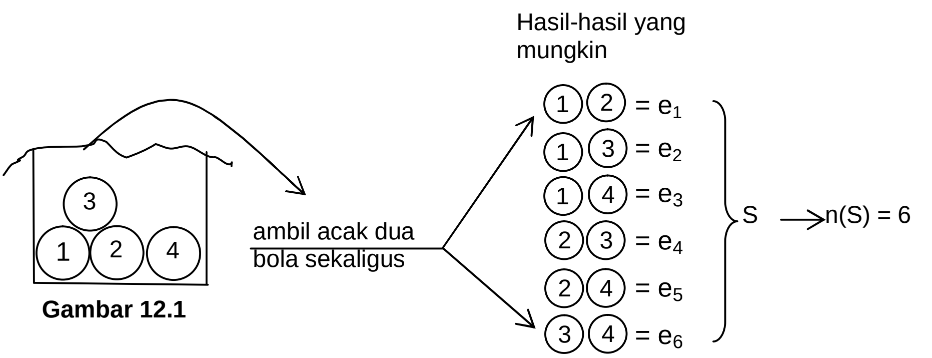
2. a. 16, ya b. $\frac{3}{6} \times C_2^4 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$
3. a. 32, tidak b. n(B) = 6, dan P(B) = $\frac{87}{400}$
4. a. 864, ya b. n(D) = 150, P(D) = $\frac{1}{144}$
5. a. 32, ya b. n(E) = 150, P(E) = $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$.

Kunci Jawaban Latihan 2

1. a. lepas b. bebas c. tak bebas
2. a. lepas b. komplemen c. bebas d. tak bebas

3. a. tak bebas b. lepas c. bebas d. tak bebas

Gambaran Pemecahannya

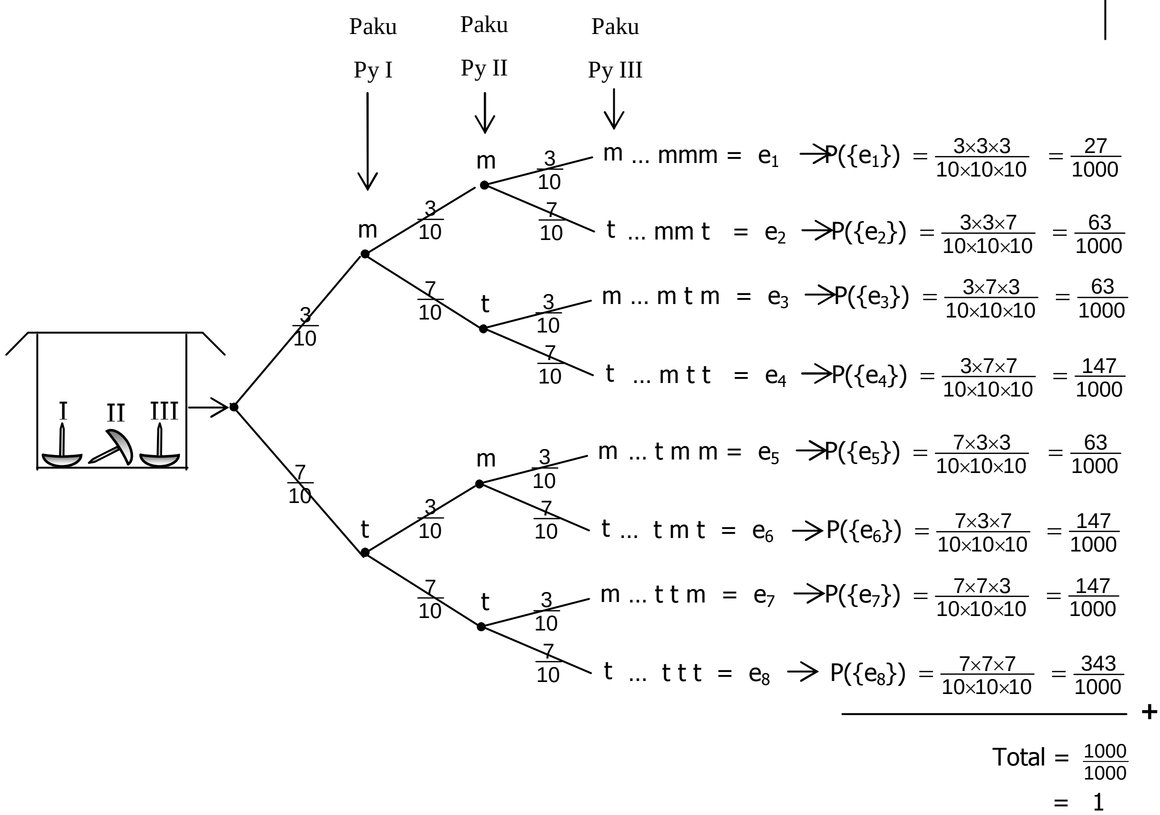


Gambar 12.1

A = {e_2 , e_6} , B = {e_3 , e_4 , e_5 , e_6} , C = {e_1 , e_5} , teruskan untuk D dan E

4 a. bebas b. tak bebas c. komplemen d. tak bebas

5 Diagram pohon yang bersesuaian dengan eksperimen mengundi 3 buah paku payung sekaligus adalah seperti berikut



Dengan melihat diagram tersebut maka yang dimaksud dengan peristiwa
A = $\{e_1\}$ sehingga P(A) = P($\{e_1\}$) = $\frac{27}{1000}$

B = $\{e_4, e_6, e_7\} \longrightarrow$ P(B) = P($\{e_4\}$) + P($\{e_6\}$) + P($\{e_7\}$) = $\frac{441}{1000}$

Dengan cara yang sama akan kita peroleh peristiwa-peristiwa lainnya yaitu C, D, dan E berikut peluang munculnya masing-masing titik sampel.

Kunci Jawaban

a. 8 b. tidak

c. P(A) = $\frac{27}{1000}$, P(B) = $\frac{441}{1000}$, P(C) = $\frac{189}{1000}$, P(D) = $\frac{343}{1000}$, dan P(E) = $\frac{216}{1000}$, dan P(F) = $\frac{370}{1000}$

d. lepas, lepas, tak bebas.

Kunci Jawaban Tes

1. a. $n(S)$ = 216 b. ya, karena masing-masing dari ketiga obyek eksperimennya menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam

   c. 75 d. $\frac{75}{216}$ e. 76 f. $\frac{76}{216} = \frac{29}{54}$

2. a. 7776 b. ya, karena masing-masing dari kelima obyek eksperimennya menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam

   c. 250 d. $\frac{250}{7776} = \frac{125}{3888}$ e. 276 f. $\frac{276}{7776} = \frac{69}{1944}$.

3. a. 32 b. ya, karena masing-masing dari kelima obyek eksperimen menghasilkan ruang sampel yang berdistribusi seragam

   c. 10 d. $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$.

4. a. 16

   b. tidak, sebab salah satu saja ada komponen obyek eksperimen yang menghasilkan ruang sampel yang *berdistribusi tidak seragam* akan menghasilkan ruang sampel yang *berdistribusi tidak seragam* pula apalagi kelima obyek eksperimen menghasilkan ruang sampel *yang berdistribusi tidak seragam*

   c. $n(A) = 1$, $P(\{s_i \mid s_i \in A\}) = \frac{2.401}{10.000}$, $P(A) = \frac{2.401}{10.000}$

   $n(B) = 4$, $P(\{s_i \mid s_i \in B\}) = \frac{1.029}{10.000}$, $P(B) = \frac{4.116}{10.000}$.

   $n(C) = 6$, $P(\{s_i \mid s_i \in C\}) = \frac{441}{10.000}$, $P(C) = \frac{2.646}{10.000}$.

   $n(D) = 4$, $P(\{s_i \mid s_i \in D\}) = \frac{189}{10.000}$, $P(D) = \frac{756}{10.000}$.

   $n(E) = 1$, $P(\{s_i \mid s_i \in E\}) = \frac{81}{10.000}$, $P(E) = \frac{81}{10.000}$.

   Ya.

   d. 4 e. $\frac{4.116}{10.000}$ f. 6 g. $\frac{2.646}{10.000}$.

5. a. 9

   b. Tidak, sebab salah satu saja ada komponen obyek eksperimen yang menghasilkan ruang sampel yang *berdistribusi tidak seragam* akan menghasilkan ruang sampel yang *berdistribusi tidak seragam*

   c. 9 d. $\frac{567}{8.000}$ e. 9 f. $\frac{1.323}{8.000}$.

6. a. Definisi untuk masing-masing dari peristiwa

   A = peristiwa munculnya muka dadu pertama adalah 4 atau 5

   B = peristiwa munculnya muka dadu kedua adalah 2 atau 3

   C = peristiwa munculnya jumlah kedua muka dadu minimal 7

   D = peristiwa munculnya jumlah kedua muka dadu maksimal 3.

   b. Relasi untuk masing-masing dari peristiwa

   A dengan B adalah dua peristiwa **bebas**

   A dengan C adalah dua peristiwa **tak bebas**

   A dengan D adalah dua peristiwa **lepas.**

   c. Relasi antara peristiwa D dengan E adalah komplemen.

7. bebas.
8. tak bebas.