



FADJAR SHADIQ
(www.fadjarp3g.wordpress.com)

- Tempat/Tanggal Lahir** : Sumenep/ 20 April 1955
- Pendidikan**
1. Sarjana Muda Pendidikan Matematika IKIP Negeri Surabaya (UNESA)
 2. S2 Pendidikan Matematika (Curtin University of Technology, Perth, Western Australia)
- Karya Tulis**
1. What Research Says About Mathematical Problem Solving, dimuat di SAMEN (Science and Mathematics Education Newsletter), majalah SMEC (Science and Mathematics Education Centre), Curtin University, Perth, Western Australia, Vol II No 1
 2. Belajar dari Proses Penjumlahan Dua Bilangan Bulat Untuk Membantu Siswa Belajar, dimuat di majalah PELANGI PENDIDIKAN, Direktorat Pendidikan Lanjutan Pertama
 3. Bagaimana Mengefektifkan Ujian Nasional, dimuat di FORWAS, majalah Forum Pengawasan Inspektorat Jenderal Departemen Pendidikan Nasional
 4. Empat Objek Langsung Matematika Menurut Gagne, dimuat di MEDIAN, Majalah LPMP Jawa Timur, Vol.VI No 1, Juni 2008
 5. Belajar dari Guru Berpengalaman : Bagaimana Caranya?, dimuat di SUARA GURU, Majalah PB PGRI, No.12 Th.L/2000
 6. Pelaksanaan Penilaian di Sekolah antara Harapan dan Kenyataan, dimuat di Buletin PUSPENDIK, Vol.V No.2, Agustus 2008
 7. Reasoning : Mengapa Perlu Dipelajari Para Siswa?, dimuat di GERBANG, majalah Lembaga Penelitian dan Pengembangan Pendidikan (LP3) UMY, Edisi 9 Th.II
 8. Mengintegrasikan Eksplorasi pada Pembelajaran Matematika, dimuat di Buletin LIMAS, PPPPTK Matematika, Edisi No 20 Tahun 2008
- Seminar/Workshop**
1. Pemakalah pada Seminar Widyaiswara Matematika LPMP se Indonesia dengan Judul Makalah: Pentingnya Penalaran, Pemecahan Masalah, dan Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika (PPP Matematika Yogyakarta, 2005)
 2. Pemakalah pada Seminar Forum Komunikasi Widyaiswara (FKW) Yogyakarta dengan Judul Makalah: Pemecahan Masalah Pada Olimpiade Matematika untuk Meningkatkan Mutu Pendidikan di Indonesia (PPP Matematika Yogyakarta, 11 Februari 2006)
 3. Pemakalah pada Seminar dan Lokakarya Pemanfaatan ICT dalam Pembelajaran Matematika dengan Judul Makalah: Pemanfaatan Blog pada Peningkatan dan Pemecahan Masalah Pembelajaran Matematika (PPPPTK Matematika, 10-11 Juni 2008)
- Pengalaman sebagai Narasumber/Fasilitator**
1. Guru Matematika SMA3 Kupang (1978 - 1999)
 2. Instruktur PKG Matematika Region Kupang (1983 - 1999)
 3. Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta (1999-sekarang)

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA YOGYAKARTA

JL. Kaliurang Km.6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
KOTAK POS 31 YK-BS Yogyakarta 55281
Telephone : (0274) 885725, 881717, 885752
Faks : (0274) 885752
E-mail : p4tkmatematika@yahoo.com
Website : www.p4tkmatematika.com



**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN**

Paket Fasilitas Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika

Psikologi Pembelajaran Matematika di SMA



PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA



PAKET FASILITASI PEMBERDAYAAN KKG/MGMP MATEMATIKA

PSIKOLOGI

PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SMA

Penulis:

Fadjar Shadiq, M.App.Sc

Penilai:

Dra. Sri Wardhani

Editor:

Sri Purnama Surya, S.Pd, M.Si

Desain:

Anang Heni Tarmoko



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
**PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN
TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA**
YOGYAKARTA 2008

KATA PENGANTAR

Pusat Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dalam melaksanakan tugas dan fungsinya mengacu pada tiga pilar kebijakan pokok Depdiknas, yaitu: 1) Pemerataan dan perluasan akses pendidikan; 2) Peningkatan mutu, relevansi dan daya saing; 3) Penguatan tata kelola, akuntabilitas, dan citra publik menuju insan Indonesia cerdas dan kompetitif.

Dalam rangka mewujudkan pemerataan, perluasan akses dan peningkatan mutu pendidikan, salah satu strategi yang dilakukan PPPPTK Matematika adalah meningkatkan peran Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) serta pemberdayaan guru inti/ guru pemandu/guru pengembang yang ada pada setiap kecamatan, kabupaten dan kota.

Sebagai upaya peningkatan mutu dimaksud maka lembaga ini diharapkan mampu memfasilitasi kegiatan-kegiatan yang terkait dengan implementasi pengembangan pembelajaran matematika di lapangan. Guna membantu memfasilitasi forum ini, PPPPTK Matematika menyiapkan paket berisi kumpulan materi/bahan yang dapat digunakan sebagai referensi, pengayaan, dan panduan di KKG/MGMP khususnya pembelajaran matematika, dengan topik-topik/bahan atas masukan dan identifikasi permasalahan pembelajaran matematika di lapangan.

Berkat rahmat Tuhan Yang Maha Esa, atas bimbingan-Nya penyusunan Paket Fasilitas Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu tiada kata yang patut diucapkan kecuali puji dan syukur kehadirat-Nya.

Dengan segala kelebihan dan kekurangan yang ada, paket fasilitas ini diharapkan bermanfaat dalam mendukung peningkatan mutu pendidik dan tenaga kependidikan melalui forum KKG/MGMP Matematika yang dapat berimplikasi positif terhadap peningkatan mutu pendidikan.

Sebagaimana pepatah mengatakan, tiada gading yang tak retak, demikian pula dengan paket fasilitas ini walaupun telah melalui tahap identifikasi, penyusunan, penilaian, dan editing masih ada yang perlu disempurnakan. Oleh karena itu saran, kritik, dan masukan yang bersifat membangun demi peningkatan kebermaknaan paket ini, diterima dengan senang hati teriring ucapan terima kasih. Ucapan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kami sampaikan pula kepada semua pihak yang membantu mewujudkan paket fasilitas ini, mudah-mudahan bermanfaat untuk pendidikan di masa depan.

Yogyakarta,
Kepala,

KASMAN SULYONO
NIP.130352806

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
Daftar Isi	ii
Bab I	1
Pendahuluan	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan Penulisan Paket	2
C. Ruang Lingkup Penulisan	2
D. Cara Pemanfaatan Paket	2
Bab II	3
Psikologi Tingkah Laku	3
A. Teori Psikologi Tingkah Laku	4
B. Fakta, Konsep, Prinsip dan Keterampilan Matematika	4
C. Hirarki Belajar	6
Tugas	8
Bab III	9
Teori Pemahaman Skemp	9
A. Pemahaman Relasional dan Instrumental	10
B. Kelebihan dan Kekurangannya	11
Tugas	14
Bab IV	15
Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget	15
A. Empat Tahap Perkembangan Kognitif	15
B. Proses Perkembangan Kognitif	17
C. Faktor yang Mempengaruhi Perkembangan Kognitif	18
Tugas	19
Bab V	21
Konstruktivisme	21
A. Apa Inti Konstruktivisme?	21
B. Konstruktivisme Sosial Vigotsky	23
C. Implikasinya Pada Pembelajaran	24
Tugas	27
Bab VI	29
Teori Presentasi Bruner	29
A. Tiga Tahap Pada Proses Belajar	29
B. Empat Teorema Belajar dan Mengajar	30
Tugas	32
Bab VII	33
Belajar Bermakna David P. Ausubel	33
A. Belajar Hafalan	33
B. Mengapa Harus Belajar Bermakna?	35
Tugas	37
Bab VIII	39
Penutup	39
A. Rangkuman	40
B. Tes	41
Daftar Pustaka	42
Lampiran	43

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Tugas seorang guru matematika adalah membantu siswanya untuk mendapatkan: (1) pengetahuan matematika yang meliputi konsep, keterkaitan antar konsep, dan algoritma; (2) kemampuan bernalar; (3) kemampuan memecahkan masalah; (4) kemampuan mengkomunikasikan gagasan dan ide; serta (5) sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Secara umum, tugas utama seorang guru matematika adalah membimbing siswanya tentang bagaimana belajar yang sesungguhnya (*learning how to learn*) dan bagaimana memecahkan setiap masalah yang menghadang dirinya (*learning how to solve problems*) sehingga bimbingan tersebut dapat digunakan dan dimanfaatkan di masa depan mereka. Karena itu, tujuan jangka panjang pembelajaran adalah untuk meningkatkan kompetensi para siswa agar ketika mereka sudah meninggalkan bangku sekolah, mereka akan mampu mengembangkan diri mereka sendiri dan mampu memecahkan masalah yang muncul.

Sebagian besar orang memahami psikologi sebagai ilmu yang membahas tentang bagaimana seseorang belajar, tentang bagaimana orang tersebut melakukan atau melaksanakan suatu tugas, dan tentang bagaimana ia bisa berkembang. Seorang guru matematika dapat saja mengembangkan pengetahuan tentang hal-hal yang dibahas psikologi berdasar pada pengalaman mengajarnya. Namun hal itu akan memerlukan waktu yang lama. Para guru dapat saja mempelajari pendapat para pakar psikologi. Mengingat begitu pentingnya pengetahuan tentang psikologi pembelajaran ini, maka salah satu paket yang disusun pada Kegiatan Penulisan Paket Fasilitasi Pemberdayaan MGMP Matematika SMA adalah: '*Psikologi Pembelajaran*

Matematika: Dengan bahan ini, diharapkan para guru matematika SMA yang mengikuti kegiatan di MGMP Matematika SMA akan terbantu dalam melaksanakan proses pembelajaran di kelasnya.

B. Tujuan Penulisan Paket

Paket ini membahas beberapa teori-teori pembelajaran matematika untuk membantu para guru matematika SMA dalam rangka mendukung tercapainya tujuan pembelajaran matematika seperti yang dituntut Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006.

C. Ruang Lingkup Penulisan

Paket ini membahas tentang psikologi pembelajaran matematika yang berkait dengan: psikologi tingkah laku (*behaviorism*), teori pemahaman relasional (*relational understanding*) dari Skemp, psikologi perkembangan kognitif dari Piaget, psikologi sosial dari Vygotsky, teori presentasi Bruner yang terdiri atas enaktif, ikonik, dan simbolik; serta teori belajar bermakna dari Ausubel

D. Cara Pemanfaatan Paket

Setiap bagian paket ini dimulai dengan teori-teori belajar yang dianggap penting bagi para guru matematika, selanjutnya diikuti dengan membahas contoh-contoh praktis yang dapat langsung dicobakan para guru di lapangan. Untuk lebih mantapkan, paket ini dilengkapi dengan tugas untuk bahan diskusi para peserta MGMP. Selanjutnya, para guru matematika diharapkan dapat mengembangkan sendiri contoh-contoh konkret yang pernah dilakukan ataupun yang akan dilakukan berdasar teori-teori yang ada, sehingga ada dasar pijakan yang kuat berkait dengan praktek pembelajaran di kelas. Pada akhirnya, jika para pemakai paket ini mengalami kesulitan atau memiliki saran ataupun kritik yang membangun, sudilah kiranya menghubungi penulisnya, Fadjar Shadiq, M.App.Sc (dengan alamat: PPPPTK Matematika Yogyakarta, Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta 55281 atau *email*: fadjar_p3g@yahoo.com maupun *website (blog)*: www.fadjarp3g.wordpress.com. Sebelumnya disampaikan terima kasih.

BAB II

PSIKOLOGI TINGKAH LAKU

Memahami teori belajar dari para pakar psikologi sangatlah penting untuk keberhasilan proses pembelajaran matematika di kelas. Dengan memahami teori belajar yang ada, para guru diharapkan dapat merancang proses pembelajaran di kelasnya dengan lebih baik karena sudah didasarkan pada teori-teori belajar (*learning theory*) sebagai acuannya. Yang perlu diperhatikan guru matematika SMA, setiap teori memiliki keunggulan dan kelemahan sendiri-sendiri. Namun yang paling penting adalah para guru hendaknya dapat menggunakan dengan tepat keunggulan setiap teori tersebut dan meminimalkan kelemahan yang mungkin akan timbul.

Terdapat dua macam teori belajar yang dikenal, yaitu teori belajar dari penganut psikologi tingkah laku (*behaviourism*) dan dari penganut psikologi kognitif (*cognitive science*). Bab II ini akan membahas tentang Psikologi Tingkah Laku. Setelah membahas Bab II ini para guru diharapkan dapat:

1. Menjelaskan pentingnya memberi latihan dan PR kepada para siswanya.
2. Memberi contoh Fakta, Konsep, Prinsip, dan *Skill*.
3. Membuat satu contoh hirarki belajar dari suatu topik matematika tertentu.
4. Memberi contoh kesulitan pembelajaran matematika SMA yang penyebabnya berkait dengan sifat kehirarkisan materi matematika.
5. Menyebutkan beberapa implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika.

A. Teori Psikologi Tingkah Laku

Pernahkan Bapak dan Ibu menyaksikan sirkus di Televisi? Bagaimana menurut Bapak dan Ibu cara mengajari binatang-binatang yang ada sehingga mereka dapat melakukan tugasnya dengan baik? Beberapa pertanyaan yang lebih spesifik yang dapat diajukan adalah:

1. Mengapa para pelatih binatang tersebut ada yang membawa cemeri?
2. Mengapa binatang tersebut diberi sesuatu jika ia dapat menyelesaikan tugasnya?
3. Dapatkah keterampilan yang sudah dikuasai binatang tersebut dikembangkan binatang tersebut untuk kegiatan lainnya?

Para penganut psikologi tingkah laku memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) dan balasan dari siswa (*response*) yang dapat diamati. Mereka berpendapat bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Di samping itu, menurut mereka, kuat tidaknya hubungan ditentukan oleh kepuasan maupun ketidakpuasan yang menyertainya (*law of effect*). Itulah sebabnya, dua kata kunci para penganutnya adalah 'latihan' dan 'ganjaran' atau 'penguatan' dalam proses pembelajaran. Teori belajar yang dikemukakan penganut psikologi tingkah laku ini cocok digunakan untuk mengembangkan kemampuan siswa yang berhubungan dengan pencapaian hasil belajar (pengetahuan) matematika seperti fakta, konsep, prinsip, dan *skill* atau keterampilan yang telah digagas Robert M. Gagne sebagai objek-objek langsung matematika. Gagne sendiri dinyatakan oleh Orton (1987:38) sebagai *neobehaviourist*.

B. Fakta, Konsep, Prinsip dan Keterampilan Matematika

Ahli belajar (*learning theorist*) Gagne telah membagi objek-objek matematika menjadi objek langsung dan objek-objek tak langsung. Objek langsungnya adalah fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (FKPK). Sedangkan objek tak langsungnya adalah berpikir logis, kemampuan memecahkan masalah, sikap positif terhadap matematika, ketekunan, ketelitian, dan lain-lain. Jadi, objek tak langsung adalah kemampuan yang secara tak langsung akan dipelajari siswa ketika mereka mempelajari objek langsung matematika.

Jika Anda diminta menentukan hasil dari $5 + 2 \times 10$; berapa hasilnya? 70 ataukah 25? Hasil yang benar adalah 25. Itulah suatu contoh fakta yang disepakati untuk menghindari kekecuaan hasil. Jadi, *fakta* adalah konvensi (kesepakatan) dalam matematika seperti lambang, notasi, ataupun aturan seperti $5 + 2 \times 10 = 5 + 20$, di mana operasi perkalian didahulukan dari operasi penjumlahan. Lambang “1” untuk menyatakan banyaknya sesuatu yang tunggal merupakan contoh dari fakta. Seorang siswa dinyatakan telah menguasai fakta jika ia dapat menuliskan fakta tersebut dan menggunakannya dengan benar. Karenanya, cara mengajarkan fakta adalah dengan menghafal, *drill*, ataupun peragaan yang berulang-ulang.

Jika Anda menyebut ‘belah ketupat’ di depan para siswa, apa yang seharusnya dibayangkan di dalam pikiran mereka? ‘Belah ketupat’ merupakan contoh dari *konsep*. Kapan si siswa disebut telah memahami konsep ‘belah ketupat’ dan kapan ia disebut belum memahami konsep tersebut? Jika *fakta* merupakan kesepakatan, maka *konsep* adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu objek dan menerangkan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Seorang siswa disebut telah menguasai konsep belah ketupat jika ia telah dapat menentukan bangun-bangun datar yang termasuk belah ketupat dan yang bukan belah ketupat. Untuk sampai ke tingkat tersebut, para siswa harus dapat mengenali atribut atau sifat-sifat khusus dari belah ketupat. Ada empat cara mengajarkan konsep, yaitu:

- a. Dengan cara membandingkan obyek matematika yang termasuk konsep dan yang tidak termasuk konsep.
- b. Pendekatan deduktif, di mana proses pembelajarannya dimulai dari definisi dan diikuti dengan contoh-contoh dan yang bukan contohnya.
- c. Pendekatan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya.
- d. Kombinasi deduktif dan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya dan kembali ke contoh, atau dimulai dari definisi lalu membahas contohnya lalu kembali membahas definisinya.

Pada intinya, ketika seorang guru atau orang lain menyatakan bilangan genap ataupun persegi-panjang misalnya, maka harus ada bayangan pada benak si siswa tentang objek yang dimaksudkan beserta atribut khususnya sehingga ia dapat membedakan yang masuk konsep tersebut dan yang tidak termasuk konsep tersebut.

Prinsip (keterkaitan antar konsep) adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Contohnya, rumus luas lingkaran berikut: $L = \pi r^2$. Pada rumus tadi, terdapat beberapa konsep yang digunakan, yaitu konsep luas (L), konsep π beserta nilai pendekatannya, dan

konsep jari-jari (r). Seorang siswa dinyatakan telah memahami prinsip luas lingkaran jika ia: (1) ingat rumus atau prinsip yang bersesuaian; (2) memahami beberapa konsep yang digunakan serta lambang atau notasinya; dan (3) dapat menggunakan rumus atau prinsip yang bersesuaian pada situasi yang tepat.

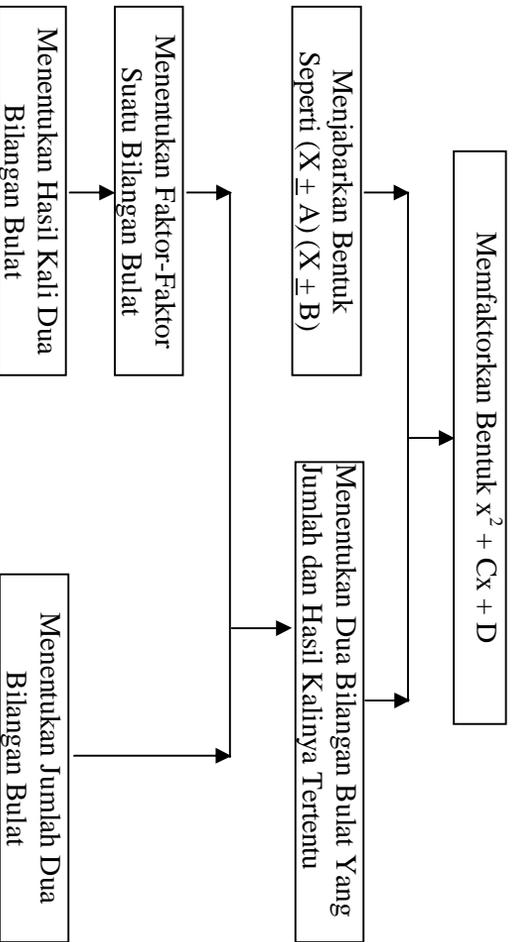
Sekarang jika siswa Anda diminta menentukan hasil dari $\int (x^2 - 2x + 7)dx$?

Langkah-langkah atau prosedur apa saja yang akan dilakukan? Algoritma sendiri berarti langkah-langkah standar untuk menyelesaikan soal. *Keterampilan (skill)* adalah kemampuan untuk menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu soal. Langkah standar apa saja untuk menentukan hasil dari $\int (x^2 - 2x + 7)dx$? Bilamana seseorang disebut telah menguasai keterampilan menentukan integral tak tentu bentuk $f(x) \pm g(x)$?

C. Hirarki Belajar

Mengapa suatu Standar Kompetensi (SK) maupun suatu Kompetensi Dasar (KD) harus diajarkan mendahului SK maupun KD lainnya? Atas dasar apa penentuan itu? Apakah hanya didasarkan pada kata hati para guru dan pakar saja? Gagne memberikan alasan cara mengurutkan materi pembelajaran dengan selalu menanyakan pertanyaan seperti ini: “Pengetahuan apa yang lebih dahulu harus dikuasai siswa agar ia berhasil mempelajari suatu pengetahuan tertentu?” Setelah mendapat jawabannya, ia harus bertanya lagi seperti pertanyaan di atas tadi untuk mendapatkan pengetahuan prasyarat yang harus dikuasai dan dipelajari siswa sebelum ia mempelajari pengetahuan tersebut. Begitu seterusnya sampai didapat urut-urutan pengetahuan dari yang paling sederhana sampai yang paling kompleks. Karena itu, hirarki belajar harus disusun dari atas ke bawah. Dimulai dengan menempatkan kemampuan, pengetahuan, ataupun ketrampilan yang menjadi salah satu tujuan dalam proses pembelajaran di puncak dari hirarki belajar tersebut, diikuti kemampuan, keterampilan, atau pengetahuan prasyarat (*prerequisite*) yang harus mereka kuasai lebih dahulu agar mereka berhasil mempelajari ketrampilan atau pengetahuan di atasnya itu.

Alternatif contoh hirarki belajar yang berkait dengan pemfaktoran ditunjukkan pada diagram berikut ini.



Dari diagram di atas jelaslah bahwa tidak mungkin seorang siswa SMP dan SMA dapat memfaktorkan jika ia tidak menguasai penjumlahan dua bilangan bulat. Implikasi selanjutnya, jika menemui siswa yang mengalami kesulitan atau melakukan kesalahan, cobalah untuk berpikir jernih dengan menggunakan teori tentang hirarki belajar ini sebagai salah satu acuannya. Sekali lagi seorang siswa tidak akan dapat mempelajari atau menyelesaikan tugas tertentu jika mereka tidak memiliki pengetahuan prasyaratnya. Karena itu, untuk memudahkan para siswa selama proses pembelajaran di kelas, proses tersebut harus dimulai dengan memberi kemudahan bagi para siswa dengan mengecek, mengingatkan kembali, dan memperbaiki pengetahuan-pengetahuan prasyaratnya.

Tugas Bab II

1. Jelaskan, mengapa guru matematika harus memberi latihan dan PR kepada para siswanya?
2. Berilah contoh *fakta*, *konsep*, *prinsip*, dan *skill* yang berbeda dengan contoh yang ada. Bilamana seseorang disebut telah menguasai *fakta*, *konsep*, *prinsip*, dan *skill* yang Anda contohkan?
3. Buatlah satu contoh hirarki belajar dari suatu topik matematika tertentu!
4. Berdasar pada pengalaman sebagai guru, beri contoh kesulitan pembelajaran matematika SMA yang penyebabnya berkait dengan sifat kehirarkisan materi matematika!
5. Sebutkan beberapa implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika!

BAB III

TEORI PEMAHAMAN SKEMP

Ada tulisan menarik yang dikemukakan Bell (1978:97) berikut ini: “*Understanding of theories about how people learn and the ability to apply these theories in teaching mathematics are important prerequisites for effective mathematics teaching.*” Apa yang dikemukakan Bell di atas menunjukkan kepada para guru matematika bahwa pemahaman teori-teori tentang bagaimana para siswa belajar dan bagaimana mengaplikasikan teori tersebut di kelas masing-masing merupakan prasyarat terwujudnya pembelajaran matematika yang efektif. Salah seorang di antara pakar psikologi yang menulis psikologi yang berkait langsung dengan matematika adalah Skemp. Ia membedakan antara pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Teori ini sangat penting bagi para guru matematika. Setelah membahas Bab III ini, para guru diharapkan dapat:

1. Memberi contoh pembelajaran yang mengacu pada pemahaman instrumental dan pembelajaran yang mengacu pada pemahaman relasional.
2. Menjelaskan perbedaan antara pemahaman relasional dan pemahaman instrumental.
3. Menjelaskan kelebihan dan kekurangan pemahaman relasional dan pemahaman instrumental.
4. Menjelaskan mengapa guru harus membantu siswanya agar memiliki pemahaman relasional.

A. Pemahaman Relasional dan Instrumental

Pertanyaan pertama sebagai pemicu diskusi kepada para peserta adalah:

Dimisalkan ada siswa yang dapat menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx$.

Apakah siswa tersebut sudah memiliki pemahaman relasional ataukah hanya memiliki pemahaman instrumental? Jelaskan jawaban Anda dalam membedakan dua pemahaman, yaitu pemahaman relasional (*relational understanding*) dan pemahaman instrumental (*instrumental understanding*). Skemp menyatakan juga bahwa pemahaman instrumental sejatinya belum termasuk pada kategori pemahaman; sedangkan pemahaman relasional memang benar sudah termasuk pada kategori pemahaman; sebagaimana dinyatakan sendiri oleh Skemp (1989:2) sebagai berikut.

... by calling them 'relational understanding' and 'instrumental understanding'. By the former is meant what I, and probably most readers of this article, have always meant by understanding: knowing both what to do and why. Instrumental understanding I would until recently not have regarded as understanding at all. It is what I have in the past described as 'rules without reasons'.

Artinya, “ ... yang disebut dengan pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Yang pertama (pemahaman relasional) menurut saya dan mungkin juga menurut pembaca dapat diartikan memahami dua hal secara bersama-sama, yaitu apa dan menggapainya. Pemahaman instrumental sampai saat ini belum dimasukkan pada pemahaman secara keseluruhan. Pada masa-masa lalu hal itu dijelaskan sebagai aturan tanpa alasan”.

Sekali lagi, jika dimisalkan ada siswa yang dapat menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx$. Apakah siswa tersebut sudah memiliki pemahaman relasional ataukah hanya memiliki pemahaman instrumental? Berdasar pada pendapat Skemp di atas, kemampuan siswa dalam menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C \right)$; dapat dikategorikan sebagai pemahaman relasional dan dapat juga dikategorikan sebagai pemahaman instrumental dengan alasan berikut :

1. Dapat dikategorikan sebagai pemahaman relasional jika si siswa di samping ia sudah dapat menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx =$

$\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$; namun ia juga harus dapat menjelaskan mengapa

hasilnya adalah seperti itu. Dalam arti, si siswa harus dapat menjelaskan bahwa integral tak tentu suatu fungsi $f(x)dx$ adalah menentukan suatu fungsi $F(x)$ yang jika diturunkan hasilnya adalah $f(x)$. Ia harus dapat meyakinkan orang lain dan dirinya sendiri bahwa hasil integral di atas

adalah benar karena jika $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ diturunkan,

hasilnya akan menjadi $f(x) = (x^2 - 2x + 7)$.

2. Dapat dikategorikan hanya sebagai pemahaman instrumental jika si siswa

hanya dapat menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx =$

$\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$; namun ia tidak dapat menjelaskan mengapa

hasilnya adalah seperti itu. Karenanya, kemampuan yang seperti ini oleh Skemp belum dikategorikan sebagai pemahaman. Sedangkan pemahaman relasional oleh Skemp sudah dikategorikan sebagai pemahaman.

B. Kelebihan dan Kekurangannya

Berkait dengan dua macam pemahaman di atas, pertanyaan yang mungkin dapat diajukan sekarang adalah: (1) Yang mana yang lebih baik untuk para siswa; pemahaman instrumental ataukah relasional? (2) Jelaskan mengapa Anda memilih pemahaman tersebut? (3) Apa kelebihan ataupun kekurangan yang mungkin ada pada pembelajaran yang lebih mengacu pada pemahaman instrumental dan pembelajaran yang lebih mengacu pada pemahaman relasional?

Sebagaimana di sampaikan di atas, bahwa seorang siswa SMA yang memiliki pemahaman relasional dalam menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx =$

$\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ maka ia dapat menjelaskan mengapa hasilnya adalah

seperti itu. Dalam arti, si siswa paling tidak harus dapat menjelaskan bahwa integral tak tentu suatu fungsi $f(x)dx$ adalah menentukan suatu fungsi $F(x)$ yang jika diturunkan hasilnya adalah $f(x)$. Dengan demikian jelaslah bahwa siswa yang memiliki pemahaman relasional memiliki fondasi atau dasar yang

lebih kokoh dalam pemahamannya tersebut. Karenanya ia akan dapat meyakinkan orang lain dan dirinya sendiri bahwa hasil integral di atas adalah benar karena jika $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ diturunkan, hasilnya akan menjadi $f(x) = (x^2 - 2x + 7)$. Di samping itu, jika siswa dimaksud lupa rumus integral bahwa $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + c$ maka ia masih punya peluang untuk menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ dengan cara mencoba-coba. Sebagai tambahan, si siswa dapat mengecek kebenaran hasil yang ia dapatkan, yaitu: $\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$, karena jika hasil $\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ ini diturunkan, hasilnya akan menjadi $x^2 - 2x + 7$. Jelaslah bahwa siswa yang memiliki pemahaman relasional akan memiliki keuntungan bagi dirinya.

Sebagaimana disampaikan di depan, bahwa seorang siswa SMA yang memiliki pemahaman instrumental dalam menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ maka ia tidak dapat menjelaskan mengapa hasilnya adalah seperti itu. Dalam arti, si siswa tidak dapat menjelaskan bahwa integral tak tentu suatu fungsi $f(x)dx$ adalah menentukan suatu fungsi $F(x)$ yang jika diturunkan hasilnya adalah $f(x)$. Dengan demikian jelaslah bahwa siswa yang memiliki pemahaman instrumental tidak memiliki fondasi atau dasar yang lebih kokoh dalam pemahamannya tersebut. Karenanya ia tidak akan dapat meyakinkan orang lain dan dirinya sendiri bahwa hasil integral di atas adalah benar. Ia hanya mengikuti saja aturan yang ada, namun ia tidak dapat menjelaskan mengapa hasilnya harus seperti itu. Siswa yang memiliki pemahaman instrumental untuk kasus integral ini tidak dapat menjelaskan bahwa hasil tersebut benar adanya; dengan alasan bahwa jika $F(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ diturunkan, hasilnya akan menjadi $f(x) = (x^2 - 2x + 7)$. Kemungkinan besar, ia hanya hafal rumus integral bahwa $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + c$. Jika pada suatu saat kemudian, ia lupa rumusnya

maka ia tidak punya peluang untuk menentukan hasil $\int (x^2 - 2x + 7)dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$ dengan cara mencoba-coba. Sebagai tambahan, si siswa tidak dapat mengecek kebenaran hasil yang ia dapatkan, yaitu: $\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7x + C\right)$, karena ia hanya hafal rumus di atas tanpa ada dasar yang kokoh tentang konsep integral sebagai anti differensial. Jelaslah bahwa siswa yang memiliki pemahaman relasional akan memiliki keuntungan yang jauh lebih besar bagi dirinya dibandingkan dengan jika ia hanya memiliki pemahaman instrumental.

Berdasar pada penjelasan di atas, selama proses pembelajaran di kelas; para guru matematika diharapkan dapat memfasilitasi siswanya sedemikian sehingga para siswa memiliki pemahaman relasional. Itulah sebabnya, (NCTM, 2000) menyatakan dua prinsip untuk matematika sekolah (*principles for school mathematics*) yaitu: Prinsip pengajaran dan prinsip pembelajaran. Prinsip pengajaran menyatakan bahwa pengajaran matematika yang efektif membutuhkan pemahaman terhadap pengetahuan siswa dan membutuhkan proses belajar, dan setelah itu, menantang dan membantunya agar dapat belajar dengan baik (*Effective mathematics teaching requires understanding what students know and need to learn and then challenging and supporting them to learn it well*). Sedangkan prinsip pembelajaran menyatakan bahwa siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru berdasarkan pengalaman dan pengetahuan yang sudah dimilikinya (*Students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and prior knowledge*).

Tugas Bab III

1. Beri contoh pembelajaran dari satu SK atau KD yang mengacu pada pemahaman instrumental!
2. Beri contoh pembelajaran dari satu SK atau KD yang mengacu pada pemahaman relasional!
3. Dari dua contoh pada soal 1 dan 2 di atas, jelaskan perbedaan antara pemahaman relasional dan pemahaman instrumental!
4. Jelaskan kelebihan dan kekurangan pemahaman relasional dan pemahaman instrumental!
5. Jelaskan mengapa Anda sebagai guru matematika harus membantu para siswa agar memiliki pemahaman relasional!

BAB IV

PSIKOLOGI PERKEMBANGAN KOGNITIF PIAGET

Teori dari Piaget yang paling penting diketahui para guru matematika adalah bahwa perkembangan kognitif seorang siswa sangat bergantung kepada seberapa jauh si siswa itu dapat memanipulasi dan aktif berinteraksi dengan lingkungannya. Menurut Piaget, ada tiga aspek pada perkembangan kognitif seseorang, yaitu: struktur, isi, dan fungsi kognitifnya. Struktur kognitif atau skemata (*schemata*), merupakan organisasi mental tingkat tinggi yang terbentuk pada saat orang itu berinteraksi dengan lingkungannya. Isi kognitif merupakan pola tingkah laku seseorang yang tercermin pada saat ia merespon berbagai masalah, sedangkan fungsi kognitif merupakan cara yang digunakan seseorang untuk memajukan tingkat inteletualnya, yang terdiri atas organisasi dan adaptasi. Dua proses yang termasuk adaptasi adalah asimilasi dan akomodasi. Setelah membahas Bab IV, para guru diharapkan dapat:

1. Menjelaskan empat tahap perkembangan kognitif siswa menurut Piaget.
2. Menjelaskan implikasi pentahapan perkembangan kognitif siswa menurut Piaget terhadap pembelajaran matematika di SMA.
3. Memberikan contoh asimilasi dan akomodasi pada pembelajaran matematika.
4. Memberikan contoh aplikasi teori Piaget tentang kematangan, pengalaman, transmisi sosial, dan penyeimbangan dalam proses pembelajaran di SMA

A. Empat Tahap Perkembangan Kognitif

Piaget membagi perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas tahap seperti ditunjukkan tabel berikut.

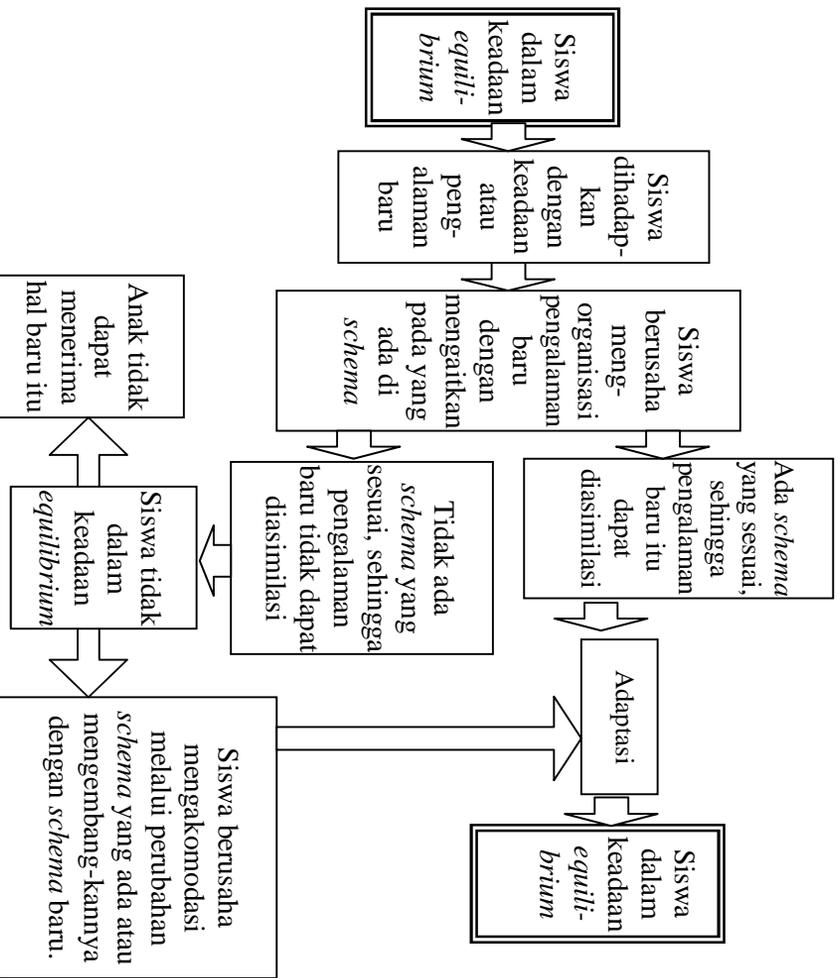
No	Umur (Tahun)	Tahap
1.	0 – 2	Sensori Motor
2.	2 – 7	Pra-operasional
3.	7 – 11	Operasional Konkret
4.	11 +	Operasional Formal

Pada tahap sensori motor (0-2 tahun) seorang anak belajar menggunakan dan mengatur kegiatan fisik dan mental menjadi rangkaian perbuatan yang bermakna. Pada tahap ini, pemahaman anak sangat bergantung pada kegiatan (gerakan) tubuh dan alat-alat indera mereka. Pada tahap pra-operasional (2-7 tahun), seorang anak masih sangat dipengaruhi oleh hal-hal khusus yang didapat dari pengalaman menggunakan indera, sehingga ia belum mampu untuk melihat hubungan-hubungan dan menyimpulkan sesuatu secara konsisten. Pada tahap ini, anak masih mengalami kesulitan dalam melakukan pembalikan pemikiran (*reversing thought*) serta masih mengalami kesulitan bernalar secara induktif maupun deduktif, karena pemikirannya masih dalam tahap transduktif, yaitu suatu proses penarikan kesimpulan dari hal khusus yang satu ke hal khusus yang lain. Pada tahap operasional konkret (7-11 tahun), seorang anak dapat membuat kesimpulan dari suatu situasi nyata atau dengan menggunakan benda konkret, dan mampu mempertimbangkan dua aspek dari suatu situasi nyata secara bersama-sama (misalnya, antara bentuk dan ukuran). Pada tahap operasional formal (lebih dari 11 tahun), kegiatan kognitif seseorang tidak mesti menggunakan benda nyata. Dengan kata lain, mereka sudah mampu melakukan abstraksi, dalam arti mampu menentukan sifat atau atribut khusus sesuatu tanpa menggunakan benda nyata. Pada tahap ini, kemampuan bernalar secara abstrak meningkat, sehingga seseorang mampu untuk berpikir secara deduktif.

Tahun-tahun yang dicantumkan oleh Piaget di atas memungkinkan dijadikan sebagai rujukan oleh para guru, walaupun mungkin kondisi para siswa Indonesia agak berbeda dengan siswa yang diteliti Piaget. Sebagai contoh, di suatu daerah siswa berumur 7-12 tahun masih berada pada tahap operasional konkret. Di samping itu, ada juga pendapat yang menyatakan bahwa meskipun seseorang yang telah berada pada tahap operasional formal sekalipun, untuk hal-hal yang baru, mereka masih membutuhkan benda nyata ataupun gambar/diagram. Karenanya, faktor ‘nyata’ atau ‘real’ pada proses pembelajaran ini akan sangat menentukan keberhasilan ataupun kegagalan pembelajaran di kelas.

B. Proses Perkembangan Kognitif

Proses perkembangan kognitif seseorang menurut Piaget harus melalui suatu proses yang disebut dengan adaptasi dan organisasi seperti ditunjukkan Piaget melalui diagram di bawah ini. Diagram tersebut menunjukkan bahwa tanpa adanya pengalaman baru, struktur kognitif para siswa akan berada dalam keadaan *equilibrium* (tenang dan stabil). Jadi, perkembangan kognitif seseorang ditentukan oleh seberapa besar interaksinya dengan lingkungan (pengalaman baru) yang harus dikaitkan atau dihubungkan dengan struktur kognitif (*schema*) mereka, melalui proses organisasi dan adaptasi. Adaptasi sendiri terdiri atas dua proses yang dapat terjadi bersama-sama, yaitu: (1) asimilasi, suatu proses dimana suatu informasi atau pengalaman baru disesuaikan dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa; dan (2) akomodasi, yaitu suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa agar sesuai dengan pengalaman yang baru dialami.



Dengan demikian jelaslah bahwa asimilasi terjadi jika pengalaman baru menyesuaikan dengan struktur kognitif yang sudah ada di benak siswa; sedangkan pada akomodasi, struktur kognitif yang sudah ada di benak siswa menyesuaikan dengan pengalaman barunya. Sebagai contoh, perkalian dapat diasimilasi sebagai penjumlahan (berulang). Selanjutnya, akan terjadi juga perubahan pada kerangka kognitif si siswa. Kerangka kognitifnya tidak hanya berkait dengan penjumlahan saja, akan tetapi sudah berubah dengan penjumlahan berulang yang dapat disebut juga dengan perkalian.

Berkait dengan istilah pemahaman relasional (*relational understanding*) yang dikemukakan Skemp seperti dibahas pada Bab III di bagian depan, di mana dijelaskan bahwa pemahaman relasional (atau *understanding* saja) adalah jika siswa memahami dua hal secara bersama-sama, yaitu apa dan mengapa. Sebagaimana disampaikan di depan pada pemahaman relasional, si siswa dapat menjelaskan mengapa ia berbuat seperti itu. Jadi, ia memiliki pengetahuan bukan sebagai hasil hafalan saja; namun ia memiliki fondasi atau dasar yang kokoh dengan pemahamannya tersebut. Karenanya ia akan dapat meyakinkan orang lain dan dirinya sendiri bahwa hasil yang didapatkannya adalah benar. NCTM juga menyatakan prinsip pembelajaran, yaitu para siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru berdasarkan pengalaman dan pengetahuan yang sudah dimilikinya (*Students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and prior knowledge*). Agar hal seperti ini terjadi, maka pada proses pembelajaran di kelas, menurut istilah yang ada pada teori Piaget, para siswa harus difasilitasi sehingga proses asimilasi dan akomodasi dapat terjadi. Sesuai dengan tuntutan dari teori Piaget, maka asimilasi terjadi jika pengetahuan baru dapat berkait ('nyambung') dengan pengetahuan yang sudah ada di benak siswa (struktur kognitif). Selanjutnya dengan adanya proses asimilasi ini, proses akomodasi akan terjadi juga.

C. Faktor yang Mempengaruhi Perkembangan Kognitif

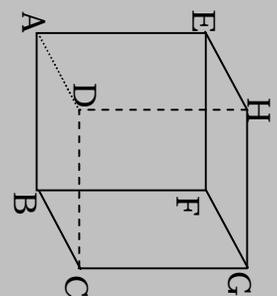
Piaget menjelaskan bahwa perkembangan kognitif seseorang dipengaruhi oleh empat hal berikut.

1. Kematangan (*maturatation*) otak dan sistem syarafnya.
2. Pengalaman (*experience*) yang terdiri atas:
 - a. Pengalaman fisik (*physical experience*), yaitu interaksi manusia dengan lingkungannya.

- b. Pengalaman logiko-matematis (*logico-mathematical experience*), yaitu kegiatan-kegiatan pikiran yang dilakukan manusia. Contohnya, berpikir bahwa pantulan bola ini lebih tinggi dari itu, karena
- c. Transmisi sosial (*social transmission*), yaitu interaksi dan kerjasama yang dilakukan oleh manusia dengan orang lain
- d. Penyeimbangan (*equilibration*), suatu proses, sebagai akibat ditemuinya pengalaman (informasi) baru, seperti ditunjukkan diagram di atas.

Tugas Bab IV

- 1) Jelaskan empat tahap perkembangan kognitif menurut Piaget!
- 2) Apa implikasi dari teori tersebut terhadap pembelajaran matematika di SMA?
- 3) Penulis pernah bertanya kepada siswa SMA pertanyaan berikut:
 - a. Berbentuk apakah bangun datar BCGF?
 - b. Apa yang dapat Anda katakan tentang ruas garis BF dan CD?



Ada siswa SMA yang menjawab bahwa BCGF berbentuk jajargenjang dan garis BF berpotongan dengan CD.

Berilah komentar tentang jawaban siswa ini, kaitkan dengan teori Piaget tentang empat tahap perkembangan kognitif seseorang!

- 4) Berilah contoh asimilasi dan akomodasi yang dapat terjadi pada struktur kognitif siswa SMA ketika terjadi proses pembelajaran matematika di kelas. Apa yang dapat dilakukan agar proses asimilasi dan akomodasi ini terjadi dengan baik dan mulus?
- 5) Berilah contoh aplikasi teori Piaget tentang kematangan, pengalaman, transmisi sosial, dan penyeimbangan dalam proses pembelajaran di SMA!

BAB V

KONSTRUKTIVISME

Mengapa ada siswa SD yang menyatakan bahwa $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$? Mengapa ada juga

siswa SMP yang menyatakan bahwa $(a + b)^2 = a^2 + b^2$? Selain itu, mengapa masih terdapat siswa SMA yang menyatakan $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$ meskipun gurunya telah membuktikan bahwa $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$? Setelah membahas Bab V ini, para guru diharapkan dapat:

1. Menjelaskan bahwa suatu pengetahuan tidak dapat dipindahkan dari otak seorang guru dengan begitu saja ke dalam otak siswa.
2. Menyebutkan langkah-langkah pembelajaran yang menggunakan konstruktivisme sebagai acuannya.
3. Membuat model pembelajaran yang mengacu pada konstruktivisme.

A. Apa Inti Konstruktivisme?

Ketika penulis mengajar di salah satu SMA, penulis sempat bertanya kepada salah seorang siswa, mengapa ia menyatakan $(a + b)^2 = a^2 + b^2$? Jawabannya adalah karena $2(a + b) = 2a + 2b$. Ketika ditanyakan, dari mana pendapat itu muncul, apakah dari guru SMP-nya? Lapun menjawab bahwa pendapat itu bukan dari gurunya namun dari dirinya sendiri. Alasan yang sama kemungkinan besar akan dilontarkan seorang siswa SMA yang menyatakan $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$. Hal ini telah menunjukkan bahwa para siswa telah secara aktif menanggapi hal-hal yang menarik perhatiannya. Namun ternyata juga bahwa tanggapannya tersebut telah didasarkan pada pengetahuan yang sudah ada pada struktur kognitif mereka. Dengan demikian jelaslah sekarang, dari contoh di atas, bahwa siswa sendiri yang membangun pengetahuan atau

teori dan teori yang dikemukakan siswa tadi telah didasarkan kepada pengetahuan yang sudah ada di dalam benaknya (struktur kognitifnya).

Ternyata simpulan terakhir ini sangat sesuai dengan pendapat konstruktivisme yang menyatakan bahwa pengetahuan akan tersusun atau terbangun di dalam pikiran siswa sendiri ketika ia berupaya untuk mengorganisasikan pengalaman barunya berdasar pada kerangka kognitif yang sudah ada di dalam pikirannya, sebagaimana dinyatakan Bodner (1986:873): "... *knowledge is constructed as the learner strives to organize his or her experience in terms of preexisting mental structures*". Dengan demikian pengetahuan tidak dapat dipindahkan dengan begitu saja dari otak seorang guru ke otak siswanya. Setiap siswa harus membangun pengetahuan itu di dalam otaknya sendiri-sendiri. Istilah-istilah seperti: organisasi (*organize*), pengalaman (*experience*), maupun kerangka kognitif (*mental structures*) merupakan istilah-istilah baku dari Piaget. Itulah sebabnya, ada pakar yang menyatakan bahwa paham konstruktivisme sesungguhnya merupakan kelanjutan dari paham dan pendapat yang dikemukakan Piaget.

Para ilmuwan pernah menyatakan bahwa benda-benda langit berputar mengelilingi bumi. Pendapat yang salah ini dapat bertahan selama dua abad lamanya. Jika para ilmuwan saja dapat melakukan kesalahan, maka para siswa SMA akan dapat melakukan kesalahan dengan kadar yang jauh lebih tinggi karena keterbatasan pengalaman, penalaran dan pengetahuan prasyarat mereka. Di kelas, ada siswa yang menyatakan bahwa $1 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Nyatalah sekarang bahwa $1 : \frac{1}{2}$ telah dipertalakan seperti memperlakukan $1 : 2$. Tidak tertutup kemungkinan, pendapat tadi didasarkan pada suatu keyakinan pada diri si siswa bahwa pada operasi pembagian, hasil pembagiannya akan mengecil. Contoh ini sebetulnya telah menunjukkan inti dari teori konstruktivisme, yaitu para siswa akan secara aktif membangun pengetahuannya, dalam hal ini ia secara tidak sadar telah membangun suatu teori atau pengetahuan bahwa: $1 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ berdasar pada pengetahuan yang sudah dimilikinya. Hal yang sama terjadi pada siswa yang menyatakan $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ dan $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$ berdasar pada pengetahuan bahwa $2(a + b) = 2a + 2b$.

Siswa tadi jelas melakukan suatu kesalahan yang sangat mendasar. Meskipun begitu, seorang siswa tidak akan memberikan jawaban yang salah itu dengan sengaja. Artinya, si siswa akan tetap meyakini bahwa jawabannya itu benar adanya. Inti dari teori konstruktivisme lainnya adalah bahwa mengajar tidak dapat disamakan dengan mengisi air ke dalam botol atau menuliskan informasi pada kertas kosong. Jika pendapat bahwa "mengajar dapat disamakan dengan mengisi air ke dalam botol" bernilai benar maka siswa

yang mengikuti proses pembelajaran gurunya akan ikut menyatakan seperti gurunya, apalagi rumus ini telah dibuktikan bahwa $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$. Namun ternyata ia malah menyatakan $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$.

Proses pembelajaran akan berhasil hanya jika para siswa tersebut telah berusaha dengan sungguh-sungguh untuk mengolah dan mencerna informasi baru tersebut dengan menyesuaikan pada pengetahuan yang telah tersimpan di dalam kerangka kognitifnya ataupun dengan mengubah kerangka kognitifnya tersebut. Pertanyaan mendasar yang harus dijawab sekarang adalah: antispasi apa yang harus dilakukan agar siswa tidak melakukan kesalahan seperti itu lagi?

B. Konstruktivisme Sosial Vigotsky

Mengapa sebageaian orang Indonesia kesulitan mempelajari Bahasa Inggris dan kalah cepat untuk mempelajarinya dari anak-anak di Inggris? Apa yang menyebabkan anak-anak di Inggris sangat cepat belajar Bahasa Inggris. Berdasar fenomena yang disampaikan ini, tidaklah salah jika Lev Vygotsky lalu menyatakan bahwa interaksi sosial, dalam arti interaksi individu tersebut dengan orang lain merupakan salah satu faktor penting yang dapat memicu perkembangan kognitif seseorang. Seorang anak kecil di Indonesia akan dengan cepat belajar Bahasa Indonesia dibandingkan dengan orang dewasa Inggris yang kurang berinteraksi dengan masyarakat yang menggunakan Bahasa Indonesia sebagai bahasa sehari-harinya.

Vygotsky juga menyatakan bahwa setiap anak memiliki zona perkembangan proksimal (*ZPD* atau *Zone of Proximal Development*) yang merupakan selisih antara tingkat perkembangan siswa yang aktual (sesungguhnya), tanpa bantuan dan dukungan orang lain yang lebih dewasa dan lebih berpengalaman, dengan perkembangan siswa jika ia mendapatkan bantuan atau dukungan dari orang yang lebih kompeten. Dukungan dan bantuan dari orang yang lebih berkompeten yang menyebabkan terjadinya *ZPD* itulah yang disebut dengan dukungan dinamis atau *scaffolding*.

Implikasi dari teori *ZPD* dan dukungan dinamis atau *scaffolding* adalah: para siswa harus difasilitasi untuk berkembang. Untuk itu, ketika para siswa akan belajar proses pemecahan masalah, para guru seharusnya menjadi ‘model’ dalam proses pemecahan suatu masalah. Ia harus menjadi ‘model’ dan harus memfasilitasi para siswanya tentang “bagaimana cara memecahkan masalah”. Pada saat siswanya belajar, para guru harus memfasilitasi suatu

model tentang “bagaimana cara belajar” yang baik sehingga para siswa mencapai tahap ZPD ideal yang sesuai dengan kemampuan si siswa.

Contohnya, pada saat menjadi ‘model’ pada proses pemecahan masalah; ia pura-pura mengajukan pertanyaan, seperti:

- Apa sesungguhnya ini sari yang diketahui pada masalah ini? Apa saja pengetahuan yang berkait dengan yang diketahui? Apa lambang matematikanya ya?
- Apa sesungguhnya yang harus dicari? Apa notasi matematika yang akan dicari?
- Mungkin ada saran untuk memecahkan masalah ini.
- Bagaimana jika kita buat diagramnya lebih dahulu? Apa yang terjadi jika kita tidak membuat diagramnya?
- Apa hal ini akan berlaku juga jika x merupakan bilangan negatif? Bagaimana jika x merupakan bilangan irasional?
- Sampai di sini kayaknya buntu ya. Jika buntu begini apa yang harus kita lakukan?
- Bagaimana cara mengecek kebenaran hasil yang didapat ini?

C. Implikasinya Pada Pembelajaran

Sebagaimana sudah dinyatakan, tidak setiap pengetahuan dapat dipindahkan dengan mudah dari otak seorang guru ke dalam otak murid-muridnya. Hanya dengan usaha keras tanpa mengenal lelah dari siswa sendiri lah suatu pengetahuan dapat dibangun dan diorganisasikan ke dalam kerangka kognitif si siswa tadi. Menurut paham konstruktivisme, seorang siswa harus membangun sendiri pengetahuan tersebut. Karenanya seorang guru dituntut menjadi fasilitator proses pembelajarannya. Berikut ini adalah contoh pembelajaran yang lebih mengaktifkan siswa. Mungkin cara ini sudah pernah dilakukan para guru yang sedang membahas paket ini.

RENCANA PEMBELAJARAN
Mata Pelajaran: Matematika

Kelas: X

Kemampuan Dasar: 10. Melakukan Kegiatan Statistika

- A. Indikator: Siswa dapat menghitung mean data tunggal dan menjelaskan maknanya.
- B. Materi pembelajaran:
- Mean data tunggal
 - Makna mean
- C. Metode Pembelajaran: tanya jawab, penemuan, pemecahan masalah, dan tugas
- D. Alat/Bahan/Sumber Belajar
1. Batu kecil, mur, kelereng, manik-manik, atau yang sejenisnya
 2. OHP dan transparansi, papan tulis, kapur, dll
- E. Langkah Pembelajaran
1. Kepada tiga siswa pada tiap kelompok diberikan batu kecil sebanyak 10, 10, dan 7.
 2. Minta kepada tiga siswa tadi untuk membagi sama batu kecil yang didapat.
 3. Diskusikan secara kelompok cara membagi sama batu kecil tersebut.
 4. Diskusikan secara pleno cara membagi sama batu kecil tersebut.
- Alternatifnya:
- a. Seluruh batu kecil dikumpulkan lalu dibagi tiga.
 - b. Menganggap semua sudah memiliki 7 batu, kelebihannya dikumpulkan lalu dibagi kepada 3 orang.
 - c. Siswa yang mendapat 10 buah batu kecil memberikan salah satu batu kecilnya kepada siswa yang memiliki 7 batu kecil
 5. Dari kegiatan 3 di atas, dibahas pengertian rata-rata hitung sebagai:
 - a. Hasil bagi jumlah semua ukuran dengan banyaknya ukuran untuk mendapatkan rumus:
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$
 - b. Hasil rata-rata sementara ditambah rata-rata simpangannya, untuk mendapatkan rumus:
$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum d}{n}$$
 di mana $d = (x_i - \bar{x}_s)$
 6. Membahas makna mean dengan siswa.
 7. Meminta siswa menentukan rata-rata nilai matematika 10 orang siswa berikut: 8, 8, 7, 7, 5, 7, 6, 7, 7, 6 dengan berbagai cara. Diskusikan cara mereka mendapatkan rata-rata nilai tersebut.
 8. Dari kegiatan 5 di atas, dibahas salah satu cara mendapatkan rata-rata hitung suatu data, yaitu dengan cara biasa, yaitu

$$\bar{x} = \frac{5 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 5 + 8 \times 2}{1 + 2 + 5 + 2}$$

atau dengan menggunakan rataan sementara.

9. Minta siswa menentukan rata-rata nilai matematika 10 orang siswa berikut: 108, 108, 107, 107, 105, 107, 106, 107, 107, 106. Diskusikan cara mereka mendapatkan rata-rata nilai tersebut.

F. Penilaian Hasil Belajar

1. Tentukan mean (rata-rata), median, dan modus dari data berikut:

- 4, 9, 6, 6, 7, 7, 3, 5, 6, 5.
- 44, 49, 46, 46, 47, 47, 43, 45, 46, 45.
- 40, 90, 60, 60, 70, 70, 30, 50, 60, 50.

Hal menarik apa saja yang dapat Anda nyatakan dari hasil itu? Apakah hal itu terjadi secara kebetulan saja ataukah dapat dibuktikan?

2. Hitunglah nilai rata-rata dari data berikut:

Nilai (x)	6	7	8	9	10
Banyak anak (f)	5	7	14	8	6

Guru mengamati dan berdiskusi dengan siswa atau kelompok siswa untuk membantu, dan mengarahkan mereka.

Contoh di atas menunjukkan peran guru sebagai seorang fasilitator dalam membantu siswanya agar dapat dengan mudah mengkonstruksi sendiri pengetahuan tentang rataan. Sebagai contoh, konsep mencari rataan dengan menggunakan dasar rataan sementara; guru tidak langsung memberikan rumusnya, namun siswanya difasilitasi agar dapat membangun sendiri pengetahuannya. Dimulai dengan meminta siswa untuk membagi sama banyak 10, 10, dan 7 kelereng kepada 3 orang. Dari kegiatan ini, diharapkan ada siswa atau kelompok siswa yang mendapatkan cara seperti berikut: Menganggap semua sudah memiliki 7 batu, kelebihanya dikumpulkan lalu dibagi kepada 3 orang. Artinya, cara membagi sama 10, 10, dan 7 kelereng adalah:

$$\bar{x} = 7 + \frac{3 + 3 + 0}{3} = 7 + 2 = 9$$

Di dalam matematika, 7 inilah yang disebut dengan rataan sementara dengan notasi atau lambang \bar{X}_s ; sedangkan 3, 3, dan 0 disebut simpangan nilai data yang ada dengan rataan sementara. Cara tersebut mengarah kepada rumus:

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \sum \frac{d}{n} \text{ di mana } d = (x_i - \bar{x}_s)$$

Agar suatu pengalaman baru dapat terkait dengan pengetahuan yang sudah ia miliki, maka proses pembelajaran harus dimulai dari pengetahuan yang sudah ada di dalam pikiran siswa (sudah ada kerangka kognitifnya) ataupun mudah ditangkap siswa (mudah dibangun kerangka kognitifnya). Namun paling penting dan mendasar, tugas utama seorang guru adalah menjadi fasilitator sehingga proses pembelajaran di kelasnya dapat dengan mudah membantu para siswa untuk membentuk (mengonstruksi) pengetahuan yang baru tersebut ke dalam kerangka kognitifnya.

Pembelajaran di atas menunjukkan bahwa pembelajaran dimulai dengan mengajukan suatu masalah di mana ide matematikanya diharapkan dapat muncul dari masalah tersebut, siswa mendiskusikan cara memecahkan masalah yang ada, diikuti dengan menemukan sendiri (*guided reinvention*) pengetahuan matematikanya.

Tugas Bab V

1. Ada pernyataan bahwa suatu pengetahuan tidak dapat dipindahkan dari otak seorang guru dengan begitu saja ke dalam otak siswa. Setujukah Anda dengan pendapat tersebut? Jelaskan!
2. Sebutkan langkah-langkah pembelajaran yang menggunakan konstruktivisme sebagai acuannya!
3. Buatlah model pembelajaran yang berbeda dari contoh di atas yang mengacu pada konstruktivisme!

TEORI PRESENTASI BRUNER

- B**erbeda dengan Teori Belajar Piaget yang telah membahas perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas empat tahap berdasar umumnya, maka Bruner membagi penyajian proses pembelajaran dalam tiga tahap, yaitu tahap enaktif, ikonik dan simbolik. Di samping itu, Bruner juga membahas teorema-teorema tentang cara belajar dan mengajar matematika. Karena itu, setelah membahas Bab VI ini, para guru diharapkan dapat:
1. Menyusun proses pembelajaran yang menggunakan tahapan: enaktif, ikonik, dan simbolik.
 2. Memberikan contoh penggunaan teorema konstruksi, teorema notasi, teorema kekongruenan, dan teorema konektivitas pada pembelajaran matematika SMA.

A. Tiga Tahap pada Proses Belajar

Teori Bruner tentang tiga tahap pada proses belajar yang akan dibahas kali ini berkaitan dengan tiga tahap yang harus dilalui para siswa agar proses belajarnya dapat terjadi secara optimal. Dalam arti akan terjadi internalisasi pada diri siswa tersebut, yaitu suatu keadaan dimana pengalaman yang baru dapat menyatu kedalam struktur kognitif mereka. Ketiga tahap pada proses belajar tersebut adalah:

1. Tahap Enaktif. Pada tahap ini, para siswa SMA dituntut untuk mempelajari pengetahuan (matematika tentunya) dengan menggunakan sesuatu yang “konkret” atau “nyata” yang berarti dapat diamati dengan menggunakan panca indera. Contohnya, Ketika sedang membahas irisan bidang, seorang guru sebaiknya menggunakan model kubus dan lidi atau bambu (untuk

- melambangkan garis) untuk menentukan irisan bidanganya. Dengan cara seperti itu, para siswa akan lebih mudah mempelajari perpotongan salah satu garis dengan bidang datarnya. Dapat ditambahkan tentang pentingnya istilah lebih konkret (nyata) bagi siswa SMA. Contohnya, $7^2 \times 7^3 = 7^5$ akan jauh lebih konkret daripada $m^a \times m^b = m^{a+b}$. Dengan demikian cara pembelajaran matematika adalah memulai dengan sesuatu yang benar-benar konkret dalam arti dapat diamati dengan menggunakan panca indera namun kalau tidak mungkin dapat menggunakan hal-hal yang lebih nyata.
2. Tahap Ikonik. Setelah mempelajari pengetahuan dengan benda nyata atau benda konkret, tahap berikutnya adalah tahap ikonik, dimana para siswa mempelajari suatu pengetahuan dalam bentuk gambar atau diagram sebagai perwujudan dari kegiatan yang menggunakan benda konkret atau nyata tadi.
 3. Tahap Simbolik. Dapat menjumlahkan dua bilangan bulat hanya dengan menggunakan garis-garis bilangan maupun koin positif dan negatif, baik secara enaktif (menggunakan benda nyata) maupun ikonik (menggunakan gambar atau diagram), belumlah cukup. Untuk itu, menurut Bruner, para siswa harus melewati suatu tahap dimana pengetahuan tersebut diwujudkan dalam bentuk simbol-simbol abstrak. Dengan kata lain, siswa harus mengalami proses berabstraksi. Berabstraksi terjadi pada saat seseorang menyadari adanya kesamaan di antara perbedaan-perbedaan yang ada (Cooney, 1975).

B. Empat Teorema Belajar dan Mengajar

Meskipun pepatah Cina menyatakan “Satu gambar sama nilainya dengan seribu kata”, namun menurut Bruner, pembelajaran sebaiknya dimulai dengan menggunakan benda nyata lebih dahulu. Karenanya, guru SMA ketika mengajar matematika sudah seharusnya menggunakan model atau benda nyata untuk topik-topik tertentu yang dapat membantu pemahaman siswanya. Bruner mengembangkan empat teori yang terkait dengan asas peragaan ini adalah:

1. **Teorema konstruksi** yang menyatakan bahwa siswa lebih mudah memahami ide-ide abstrak dengan menggunakan peragaan kongkret (*enactive*) dilanjutkan ke tahap semi kongkret (*iconic*) dan diakhiri dengan tahap abstrak (*symbolic*). Dengan menggunakan tiga tahap tersebut, siswa dapat mengkonstruksi suatu representasi dari konsep atau prinsip yang sedang dipelajari.
2. **Teorema notasi** yang menyatakan bahwa simbol-simbol abstrak harus dikenalkan secara bertahap, sesuai dengan tingkat perkembangan kognitifnya. Sebagai contoh:

Psikologi Pembelajaran Matematika

- a. Sudah diketahui bahwa jika $y = x^2 + 5$ maka $y' = 2x$.
- b. Dikenalkan istilah anti differensial untuk integral. Contohnya, jika $y = 2x$, tentukan rumus fungsi untuk y .
- c. Dikenalkan notasi integral sebagai antidifferensial. Dengan demikian, integral $2x \, dx$ berarti menentukan suatu fungsi yang kalau diturunkan akan menghasilkan $2x$.
- d. Dengan demikian $\int 2x \, dx = x^2 + c$

3. **Teorema kekontrasan** atau variasi yang menyatakan bahwa konsep matematika dikembangkan dengan beberapa contoh dan yang bukan contoh. Berikut ini adalah himpunan yang bukan contoh (noncontoh) dan yang menjadi contoh dari bilangan bentuk akar dan bilangan bukan bentuk akar.

- a. Contoh konsep bilangan bentuk akar: $\sqrt{7}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{13}$; $\sqrt{99}$; ...
- b. Noncontoh atau bukan konsep bentuk akar: $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt{0,25}$; $\sqrt{6,25}$; ...

4. **Teorema konektivitas** yang menyatakan bahwa konsep tertentu harus dikaitkan dengan konsep-konsep lain yang relevan. Sebagai contoh, perkalian dikaitkan dengan luas persegi panjang dan penguadratan dikaitkan dengan luas persegi. Penarikan akar pangkat dua dikaitkan dengan menentukan panjang sisi suatu persegi jika luasnya diketahui.

Lebih lanjut, berbagai jenis kegiatan dalam pembelajaran yang menerapkan teorema Bruner dapat diwujudkan dalam berbagai kegiatan seperti yang dikemukakan oleh Edgar Dale dalam bukunya “*Audio Visual Methods in Teaching*” sebagai berikut:

1. Pengalaman langsung. Artinya, siswa diminta untuk mengalami, berbuat sendiri, mengolah dan merenungkan apa yang dikerjakan.
2. Pengalaman yang diatur. Sebagai contoh dalam membicarakan sesuatu benda, jika benda tersebut terlalu besar atau kecil, atau tidak dapat dihadirkan di kelas maka benda tersebut dapat diragakan dengan model. Contohnya model-model kubus, balok, prisma, dan lain sebagainya.
3. Dramatisasi. Misalnya: permainan peran, sandiwara boneka yang bisa digerakkan ke kanan atau ke kiri pada garis bilangan.
4. Demonstrasi. Biasanya dilakukan dengan menggunakan alat-alat bantu seperti papan tulis, papan flanel, OHP, program komputer dan lain-lain. Banyak topik dalam pembelajaran matematika di SMA yang dapat diajarkan dengan demonstrasi, misalnya: fungsi invers.
5. Karyawisata. Kegiatan ini sebenarnya sangat baik untuk menjadikan pelajaran matematika disenangi siswa. Kegiatan yang diprogramkan dengan melibatkan penerapan konsep matematika seperti mengukur tinggi obyek secara tidak langsung, mengukur lebar sungai, mendata

- kecenderungan kejadian dan realitas yang ada di lingkungan merupakan kegiatan yang sungguh sangat menarik dan sangat bermakna bagi siswa serta bagi daya tarik pelajaran matematika di kalangan siswa.
6. Pameran. Pameran adalah usaha menyajikan berbagai bentuk model-model kongkret yang dapat digunakan untuk membantu memahami konsep matematika dengan cara yang menarik. Berbagai bentuk permainan matematika ternyata dapat menyedot perhatian siswa untuk mencobanya, sehingga jenis kegiatan ini juga cukup bermakna untuk diterapkan dalam pembelajaran matematika.
 7. Televisi sebagai alat peragaan. Program pendidikan matematika yang disiarkan melalui media TV juga merupakan alternatif yang sangat baik untuk pembelajaran matematika.
 8. Film sebagai alat peraga
 9. Gambar sebagai alat peraga

Dengan demikian jelaslah bahwa asas peragaan dalam pembelajaran matematika adalah sangat bermakna untuk meningkatkan pemahaman dan daya tarik siswa dalam mempelajari matematika.

Tugas Bab VI

1. Pilih salah satu SK atau KD matematika SMA, lalu tentukan tahap enaktif, ikonik, dan simbolik pada proses pembelajarannya!
2. Berilah contoh penggunaan teorema konstruksi, teorema notasi, teorema kekontrasan, dan teorema konektivitas pada pembelajaran matematika SMA! SK atau KD yang dipilih boleh sama atau berbeda dengan SK atau KD nomor 1 di atas.

BAB VII

BELAJAR BERMAKNA DAVID P. AUSUBEL

Pertanyaan yang sering diajukan para guru matematika adalah, mengapa sebagian siswa ada yang dapat mengerjakan soal ketika ia belajar di kelas, namun ia tidak dapat lagi mengerjakan soal yang sama setelah beberapa hari kemudian. Untuk menjawab pertanyaan itu, tulisan ini disusun. Ausubel sendiri membahas dua macam pembelajaran yang disebutnya dengan belajar hafalan (*rote-learning*) dan belajar bermakna (*meaningful-learning*). Setelah menyelesaikan bab ini, para guru diharapkan akan dapat:

1. Menjelaskan pengertian dan memberi contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar hafalan' atau '*rote-learning*'.
2. Menjelaskan pengertian dan memberi contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*'.
3. Menjelaskan pembelajaran bermakna ataukah pembelajaran hafalan yang lebih baik digunakan di kelas.
4. Merancang contoh pembelajaran yang mengacu pada 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*'.

A. Belajar Hafalan

Pada Bab II di bagian depan telah dibahas teori belajar dari Skemp yang membahas tentang pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional terjadi jika siswa memahami dua hal secara bersamaan-sama, yaitu apa dan mengapanya. Pemahaman instrumental terjadi jika siswa hanya memahami apanya namun belum memahami mengapanya. Sebetulnya, teori belajar yang dikemukakan Ausubel adalah mirip dengan yang dikemukakan Skemp. Keduanya sama-sama penganut aliran Piaget. Istilah

Piaget yang sering mereka gunakan adalah asimilasi dan akomodasi. Kedua istilah ini sering digunakan juga oleh para penganut aliran konstruktivisme. Ausubel sendiri membahas dua macam pembelajaran yang disebutnya dengan belajar hafalan (*rote-learning*) dan belajar bermakna (*meaningful-learning*).

Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Bell (1978) mengenai belajar hafalan (*rote-learning*): “... , *if the learner's intention is to memorize it verbatim, i.e., as a series of arbitrarily related word, both the learning process and the learning outcome must necessarily be rote and meaningless*” (p.132). Intinya, jika seorang siswa berkeinginan untuk mengingat sesuatu tanpa mengaitkan hal yang satu dengan hal yang lain maka baik proses maupun hasil pembelajarannya dapat dinyatakan sebagai hafalan (*rote*) dan tidak akan bermakna (*meaningless*) sama sekali baginya.

Contoh belajar hafalan yang paling jelas terjadi ketika si Nani, siswa TK yang dapat menjawab soal penjumlahan $2 + 2$ ataupun $1 + 1$ dengan benar. Namun ketika ia ditanya bapaknya mengapa $2 + 2 = 4$?, ia-pun hanya menjawab: “Ya karena $2 + 2 = 4$,” tanpa alasan yang jelas. Artinya, Nani hanya meniru pada apa yang diucapkan teman sebayanya. Tidaklah salah jika ada orang yang lalu menyatakan bahwa si Nani telah belajar dengan membeo. Jika si Ari, temannya, menyatakan $2 + 3 = 5$ maka sangat besar kemungkinannya jika si Nani akan mengikutinya Berdasar pendapat Skemp, yang dilakukan Nani hanya termasuk pada pemahaman instrumental dan belum termasuk pada pemahaman relasional. Mengacu pada pendapat Ausubel di atas, contoh ini menunjukkan bahwa si Nani hanya belajar hafalan, dan belum termasuk belajar bermakna. Alasannya, ia hanya mengingat sesuatu tanpa mengaitkan hal yang satu dengan hal yang lain; baik ketika proses pembelajaran terjadi maupun pada hasil pembelajarannya ketika ia ditanya bapaknya; sehingga si Nani dapat dinyatakan sebagai belajar hafalan (*rote*) dan belum belajar bermakna (*meaningless*).

Salah satu kelemahan dari belajar hafalan atau belajar membeo telah ditunjukkan Nani bahwa ia tidak memiliki dasar yang kokoh dan kuat untuk mengembangkan pengetahuannya tersebut. Ia tidak bisa menjawab soal baru seperti $1 + 2$ maupun $2 + 1$ jika temannya belum mengajari hal tersebut.

B. Mengapa Harus Belajar Bermakna?

Untuk menjelaskan tentang belajar bermakna ini, perhatikan tiga bilangan berikut. Menurut Anda, dari tiga bilangan ini, manakah yang lebih mudah dipelajari para siswa?

89.107.145	(I)
54.918.071	(II)
17.081.945	(III)

Beberapa pertanyaan yang dapat diajukan adalah:

1. Mengapa bilangan III merupakan bilangan yang paling mudah diingat atau dipelajari?
2. Mengapa bilangan II merupakan bilangan yang paling mudah diingat berikutnya?
3. Mengapa bilangan I merupakan bilangan yang paling sulit diingat atau dipelajari?

Misalkan saja Anda diminta untuk mengingat bilangan II. Bagaimana cara Anda mengingatnya? Jika Anda diminta untuk mengingatnya dengan mudah; apa yang akan Anda lakukan? Jika Anda meminta setiap siswa untuk mengulang-ulang menyebutkan bilangan di atas, maka proses pembelajarannya disebut dengan memo atau hafalan. Akibatnya, bilangan tersebut akan hilang jika tidak diulang-ulang lagi. Namun jika Anda mengajarkan bilangan II dengan mengaitkannya dengan bilangan III, sedangkan bilangan III sendiri berkait dengan HUT Kemerdekaan RI, maka proses pembelajaran seperti itu disebut dengan pembelajaran bermakna dan hasilnya diharapkan akan tersimpan lama.

Materi pelajaran matematika bukanlah pengetahuan yang terpisah-pisah namun merupakan pengetahuan yang saling berkait antara pengetahuan yang satu dengan pengetahuan lainnya. Seorang siswa SMP atau SMA yang mempelajari cara memfaktorkan, namun tidak dikaitkan dengan proses perkalian dua suku dua dapat dikategorikan sebagai belajar dengan memo atau belajar hafalan. Pada proses pembelajaran pemfaktoran, sudah seharusnya bapak dan ibu guru matematika mengaitkan antara perkalian dua suku dua dengan pembelajaran pemfaktoran seperti ditunjukkan di bawah ini.



$$(x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$$

Pertanyaan yang dapat diajukan kepada siswa adalah: “Darimana bilangan -2 dan -15 pada ruas kanan itu muncul?” Pertanyaan selanjutnya: “Bagaimana menentukan bilangan untuk mengisi titik-titik pada penfaktoran di bawah ini.

$$\begin{array}{l} (x + \dots)(x - \dots) = x^2 - 2x - 15 \\ (x - \dots)(x - \dots) = x^2 - 5x + 6 \end{array}$$



Hal yang sama dapat terjadi pada proses pembelajaran integral di SMA. Jika bapak dan ibu guru membahas integral sebagai antidiferensial maka hal tersebut sudah mengarah kepada pembelajaran bermakna. Namun jika bapak dan ibu guru membahas integral sebagai bagian terpisah dari differensial maka pembelajaran tersebut masih mengarah kepada pembelajaran hafalan. Berdasar beberapa contoh di atas, dapatlah disimpulkan bahwa suatu proses pembelajaran akan lebih mudah dipelajari dan dipahami para siswa jika para guru mampu memberi kemudahan bagi siswanya sedemikian sehingga para siswa dapat mengaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya. Itulah inti dari belajar bermakna (*meaningful learning*) yang telah digagas David P Ausubel.

Dari apa yang dipaparkan di atas jelaslah bahwa untuk dapat menguasai materi matematika, seorang siswa harus menguasai beberapa kemampuan dasar lebih dahulu. Setelah itu, si siswa harus mampu mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dipunyainya. Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Orton (1987:34): “*If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly.*” Jelaslah, menurut Ausubel, bahwa pengetahuan yang sudah dimiliki siswa akan sangat menentukan berhasil tidaknya suatu proses pembelajaran. Di samping itu, seorang guru dituntut untuk mengecek, mengingatkan kembali ataupun memperbaiki pengetahuan prasyarat siswanya sebelum ia memulai membahas topik baru, sehingga pengetahuan yang baru tersebut dapat berkait dengan pengetahuan yang lama, inilah yang lebih dikenal sebagai belajar bermakna.

Seorang guru dapat belajar dari para siswa di kelasnya tentang cara-cara yang dapat dilakukannya untuk membantu siswanya belajar. Hal tersebut dapat terjadi hanya jika Bapak dan Ibu Guru mau menggal, menyelidiki lebih jauh, serta mau mendengarkan dengan tekun jawaban-jawaban mereka. Di kelas, Bapak dan Ibu akan menemui siswa-siswa yang belajar dengan cara hafalan. Belajar hafalan akan terjadi jika para siswa tidak mampu mengaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang lama. Tugas gurulah untuk

memberi kemudahan bagi para siswanya sehingga mereka dapat dengan mudah mengaitkan pengalaman atau pengetahuan barunya dengan pengetahuan yang sudah ada di dalam pikirannya. Belajar seperti itulah yang kita harapkan dapat terjadi di kelas-kelas di Indonesia yaitu belajar bermakna seperti yang telah digagas David P. Ausubel.

Tugas Bab VII

1. Apa yang dimaksud dengan 'belajar hafalan' atau '*rote-learning*'? Berilah contoh pembelajarannya berdasar pada pengalaman sebagai guru SMA!
2. Apa yang dimaksud dengan 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*'? Berilah contohnya berdasar pada pengalaman sebagai guru SMA!
3. Menurut Anda, pembelajaran bermakna ataukah pembelajaran hafalan yang lebih baik digunakan di kelas? Jelaskan mengapa Anda memilih pembelajaran seperti itu?
4. Rancanglah pembelajaran matematika SMA yang diharapkan akan menjadi pembelajaran yang bermakna bagi para siswa!

BAB VIII

PENUTUP

Bagi sebagian siswa SMA, matematika telah dikenal sebagai mata pelajaran yang sulit. Sebagian siswa ada yang menganggap dirinya tidak bisa lagi belajar matematika. Inilah tantangan berat yang harus dipecahkan para guru jika hal itu terjadi di kelas bapak dan ibu guru matematika. Bayangkan jika Anda yang menjadi siswa SMA dan sedang dalam kesulitan mempelajari matematika meskipun Anda sudah berusaha dengan sekuat tenaga. Apa yang akan terjadi jika seorang guru matematika masuk kelas? Membosankan bukan? Pada dasarnya, sebesar apapun motivasi seorang siswa perlahan akan sirna, jika ia selalu tidak berhasil mempelajarinya. Sebaliknya dorongan dan motivasi paling besar akan terjadi jika seorang siswa berhasil melaksanakan tugas yang dibebankan kepadanya dengan gemilang.

Karena itu, selama proses pembelajaran sedang berlangsung, setiap guru matematika harus menanyakan dan berdiskusi dengan siswanya tentang kesulitan dan keberhasilan yang sudah diperlihatkan siswanya. Dengan tulus, bantulah mereka sehingga mereka merasa diperhatikan gurunya dan memiliki kepercayaan diri yang besar untuk menyatakan bahwa dirinya mampu mempelajari matematika. Pelajari dan analisislah kesalahan yang dilakukan siswanya, sehingga kekeliruan itu tidak terjadi lagi di kelas kita. Hanya dengan cara seperti itulah bapak dan ibu akan menjadi guru berpengalaman. Paket ini telah membahas beberapa teori yang dikemukakan beberapa pakar, beserta implikasinya pada pembelajaran matematika di kelas. Berdasar teori-teori yang ada pada paket ini, bapak dan ibu guru matematika dapat memadukannya dengan pengalaman selama mengajar. Seorang guru dapat belajar dari para siswa di kelasnya tentang cara-cara yang dapat dilakukannya untuk membantu siswanya belajar. Hal tersebut dapat terjadi hanya jika bapak dan ibu Guru mau menggali, menyelidiki lebih jauh, serta mau

mendengarkan dengan tekun jawaban-jawaban mereka. Bapak dan Ibu guru dapat menggunakan kelebihan-kelebihan teori-teori tersebut untuk diaplikasikan di kelasnya masing-masing sehingga dapat membantu para siswa. Berikut ini adalah rangkuman dan tes untuk pembaca.

A. Rangkuman

1. *Fakta*, menurut Gagne, adalah konvensi (keepakatan) dalam matematika seperti lambang, notasi, ataupun aturan. *Konsep* adalah suatu ide abstrak. *Prinsip (keterkaitan antar konsep)* adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. *Keterampilan (skill)* adalah kemampuan untuk menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu soal. Perbedaan empat objek tersebut akan mempengaruhi cara pembelajarannya. Contohnya, pembelajaran suatu konsep akan berbeda dengan pembelajaran keterampilan. Hirarki belajar disusun untuk mengetahui urutan pembelajarannya.
2. Pemahaman relasional, menurut Skemp, dapat diartikan sebagai pemahaman yang memahami dua hal secara bersama-sama, yaitu apa dan mengapanya. Pada pemahaman instrumental, para siswa hanya dapat melakukan sesuatu (apanya) namun ia tidak dapat menjelaskan mengapa ia harus melakukan sesuatu seperti.
3. Menurut Piaget, ada tiga aspek pada perkembangan kognitif seseorang, yaitu: struktur, isi, dan fungsi kognitifnya. Struktur kognitif atau skemata (*schema*) yaitu suatu organisasi mental tingkat tinggi yang terbentuk pada saat orang itu berinteraksi dengan lingkungannya. Isi kognitif merupakan pola tingkah laku seseorang yang tercermin pada saat ia merespon berbagai masalah, sedangkan fungsi kognitif merupakan cara yang digunakan seseorang untuk memajukan tingkat intelektualitas, yang terdiri atas organisasi dan adaptasi. Dua proses yang termasuk adaptasi adalah asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah suatu proses di mana suatu informasi atau pengalaman baru dapat disesuaikan dengan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa; sedangkan akomodasi adalah suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang sudah ada di benak siswa agar sesuai dengan pengalaman yang baru dialami.
4. Konstruktivisme menyatakan bahwa pengetahuan akan tersusun atau terbangun di dalam pikiran siswa sendiri ketika ia berupaya untuk mengorganisasikan pengalaman barunya berdasar pada kerangka kognitif yang sudah ada di dalam pikirannya. Para pengantunya

meyakini bahwa pengetahuan tidak dapat dipindahkan dengan begitu saja dari otak seorang guru ke otak siswanya.

5. Menurut Bruner, ada tiga tahap pada proses belajar, yaitu: (1) tahap enaktif, di mana siswa mempelajari matematika dengan menggunakan benda “konkret” atau “nyata” yang dapat diamati dengan menggunakan panca indera, (2) tahap ikonik, di mana siswa mempelajari matematika dengan menggunakan gambar atau diagram sebagai perwujudan dari kegiatan yang menggunakan benda konkret atau nyata tadi, dan (3) tahap simbolik, di mana pengetahuan sudah diwujudkan dalam bentuk simbol-simbol abstrak..
6. Ausubel mengginggikan proses pembelajaran di kelas-kelas matematika adalah suatu pembelajaran yang bermakna (*meaningful learning*); yaitu suatu pembelajaran di mana pengetahuan atau pengalaman baru dapat terkait dengan pengetahuan lama.

B. Tes

1. Berkait dengan lima objek matematika menurut Gagne, yaitu: fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (*skill*); penekanan apa yang harus diperhatikan pada pembelajaran rumus suku ke- n suatu barisan aritmetika?
2. Jelaskan implikasi proses asimilasi dan akomodasi pada pembelajaran matematika!
3. Jelaskan tiga tahap pembelajaran menurut Bruner!
4. Mengapa pembelajaran yang Anda lakukan harus bermakna?

Anda dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tesnya telah mencapai minimal 75%.

Daftar Pustaka

- Bell, F.H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa:WBC
- Bodner, G.M. (1986). *Constructivism: A theory of knowledge*. Journal of Chemical Education. Vol. 63 no. 10.0873-878.
- Cooney, T.J.; Davis, E.J.; Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- NCTM (2000). Overview of Principles and Standards for School Mathematics. <http://www.illustrativemathematics.org>. Diambil pada 13 Januari 2002.
- Orton, A (1987). *Learning Mathematics*. London: Casell Educational Limited
- Skemp, R.R (1989). *Mathematics in the Primary School*.London: Routledge

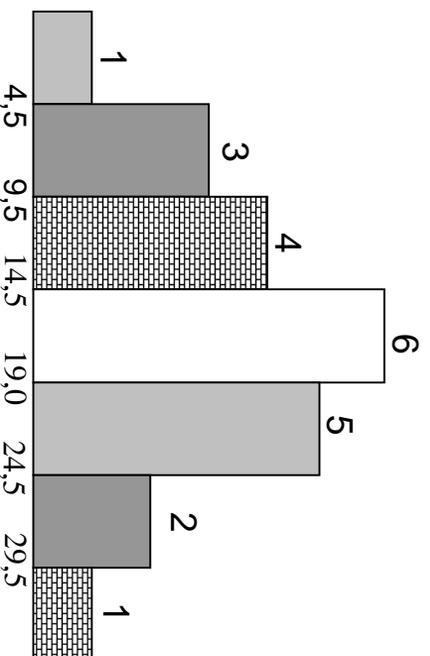
Lampiran

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab II

1. Hal ini didasarkan pada hukum latihan (*law of exercise*) yang menyatakan bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya. Jadi, dengan memberi latihan dan PR kepada para siswanya diharapkan pengetahuan tersebut akan tahan lama.
2. Tergantung SK atau KD yang dipilih. Namun yang perlu diperhatikan bahwa fakta harus berkait dengan kesepakatan, konsep harus berkait dengan pengertian, prinsip harus berkait dengan rumus atau teorema, dan skill harus berkait dengan prosedur atau langkah-langkah penyelesaian soal.
3. Tergantung SK atau KD yang dipilih.
4. Tergantung SK atau KD yang dipilih.
5. Implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku terhadap pembelajaran matematika di antaranya adalah:
 - a. Perluanya latihan.
 - b. Perluanya penguatan dan hadiah (*reward*) bagi yang berhasil

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab III

1. Contohnya adalah pembelajaran menghitung median dari rumus tanpa mengaitkan dengan KD lainnya. Si siswa hanya dipacu untuk menggunakan rumus saja.
2. Contohnya adalah pembelajaran menghitung median yang mengaitkannya dengan histogram, sehingga si siswa dapat menjawab mengapa cara mencarinya adalah seperti itu.



Contoh bahan diskusi untuk siswa:

Perhatikan Histogram di atas. Jelaskan secara terinci langkah-langkah Anda untuk membuat garis vertikal yang dapat membagi banyaknya data di atas menjadi dua bagian yang sama

3. Pada pemahaman relasional; siswa dapat mengerjakan sesuatu namun ia tidak dapat menjelaskan mengapa harus melakukan seperti itu. Pada pemahaman instrumental; siswa dapat mengerjakan sesuatu dan ia sekaligus dapat menjelaskan mengapa harus melakukan seperti itu.
4. Dengan pemahaman relasional, pengetahuan para siswa menjadi kokoh dan diharapkan bisa tahan lama.
5. Tujuan matematika diajarkan di SMA adalah agar para siswa memiliki di antaranya kemampuan untuk bernalar, berkomunikasi, dan memecahkan masalah. Dengan pembelajaran yang mengacu pada pertanyaan “mengapa ...” diharapkan kemampuan siswa akan berkembang.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab IV

1. Empat tahap perkembangan kognitif siswa menurut Piaget adalah tahap: (1) sensori motor; (2) pra-operasional; (3) operasional konkret; dan (4) operasional formal. Siswa SMA berada pada tahap operasional formal. Pada tahap ini, siswa sudah mampu melakukan abstraksi, dalam arti mampu menentukan sifat atau atribut khusus sesuatu tanpa menggunakan benda nyata. Pada tahap ini, kemampuan bernalar secara abstrak meningkat, sehingga seseorang mampu untuk berpikir secara deduktif.
2. Di antara implikasinya pada pembelajaran adalah para siswa SMA yang sudah pada tahap operasional formal; sedikit demi sedikit harus dibimbing untuk mengembangkan kemampuan deduksinya (bernalar deduktif). Namun untuk hal-hal tertentu, proses pembelajaran dapat dimulai secara induktif dan diikuti dengan deduktif.
3. Meskipun para siswa SMA sudah berada pada tahap operasional formal; namun masih ada siswa yang masih pada tahap operasional konkret; sehingga terjadi hal seperti itu.
4. Tergantung pada SK atau KD yang dipilih. Namun contoh asimilasi dan akomodasi yang dicontohkan harus menunjukkan adanya kaitan antara pengetahuan lama dengan pengalaman baru; sehingga proses asimilasi dapat terjadi. Selanjutnya, dengan adanya asimilasi maka proses akomodasi dapat terjadi juga.
5. Tergantung pada SK atau KD yang dipilih.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab V

1. Ya setuju. Alasannya, jika suatu pengetahuan dapat dipindahkan dari otak seorang guru ke dalam otak siswa, maka setiap siswa pada akhirnya akan menguasai pengetahuan yang dipindahkan tersebut. Menurut konstruktivisme, agar pembelajaran dapat berhasil maka para siswa harus dapat membangun sendiri pengetahuan berdasar pada pengetahuan yang sudah dimilikinya. Yang perlu diperhatikan adalah jika para siswa tidak memiliki pengetahuan yang akan menjadi dasar.
2. Langkah-langkah pembelajarannya:
 - a. Mengemukakan masalah yang harus dipecahkan siswa. Ada yang menyebutnya sebagai masalah kontekstual atau masalah realistik.
 - b. Siswa mendiskusikan dengan teman proses pemecahannya, diikuti dengan menampilkan hasil diskusinya.
 - c. Mendiskusikan ide matematika yang muncul dari pemecahan masalah tersebut.
3. Tergantung SK atau KD yang dipilih.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab VI

1. Tergantung SK atau KD yang dipilih. Namun pada tahap enaktif harus ditunjukkan adanya benda konkret yang dapat diamati, pada tahap ikonik harus ditunjukkan adanya gambar yang dapat diamati, dan pada tahap simbolik ditunjukkan ide abstrak matematikanya.
2. Tergantung SK atau KD yang dipilih.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab VII

1. Pada 'belajar hafalan' atau '*rote-learning*'; ide matematika yang baru dipelajari siswa tidak dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah ada di dalam pikiran siswa.
2. Pada 'belajar bermakna' atau '*meaningful-learning*'; ide matematika yang baru dipelajari siswa sudah dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah ada di dalam pikiran siswa.
3. Pembelajaran bermakna yang lebih baik digunakan di kelas. Dengan cara pembelajaran seperti itu, pengetahuan matematika siswa tidak terpotong-potong; namun terkait antara yang satu dengan lainnya.
4. Tergantung SK atau KD yang dipilih.

Alternatif Kunci Jawaban Tes Bab VIII

1. Rumus suku ke- n suatu barisan aritmetika adalah $U_n = a + (n - 1)b$. Rumus tersebut merupakan contoh prinsip atau keterkaitan antar konsep. Yang harus menjadi penekanan pada proses pembelajarannya adalah:
 - a. siswa harus mengingat atau dapat menurunkan rumus itu
 - b. siswa mengetahui arti lambang-lambang yang digunakan. Contohnya bahwa b melambangkan beda, sedangkan beda sendiri termasuk konsep sehingga setiap siswa harus memahami konsep atau pengertian tentang beda tersebut dan dapat menentukannya.
 - c. siswa dapat menggunakan rumus tersebut untuk memecahkan masalah atau menyelesaikan soal
 2. Implikasinya, proses pembelajaran matematika harus memfasilitasi terjadinya asimilasi dan akomodasi; sedemikian sehingga pengetahuan baru dapat disesuaikan dengan pengetahuan lama dan pengetahuan lama dapat disesuaikan dengan pengetahuan yang baru. Dengan cara seperti ini, proses pembelajarannya menjadi bermakna dan para siswa memiliki pemahaman relasional.
 3. Pada tahap enaktif guru harus memfasilitasi adanya benda konkret yang dapat diamati, pada tahap ikonik harus ditunjukkan adanya gambar yang dapat diamati, dan berdasar dua tahap tadi, pada tahap simbolik guru dapat memfasilitasi muncul atau terbangunnya ide abstrak matematika.
 4. Dengan pembelajaran bermakna para siswa akan memahami dan tidak hanya hafal. Dengan cara seperti itu pengetahuan para siswa menjadi kokoh dan diharapkan bisa tahan lama. Pengetahuan yang satu dapat berkait dengan pengetahuan yang lain.
- Sekali lagi, Anda dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tesnya telah mencapai minimal 75%.