

FADJARSHADIQ
(www.fadjarp3g.wordpress.com)

- Tempat/Tanggal Lahir** : Sumenep/ 20 April 1955
- Pendidikan** : 1. Sarjana Muda Pendidikan Matematika IKIP Negeri Surabaya (UNESA)
2. S2 Pendidikan Matematika (*Curtin University of Technology*, Perth, Western Australia)
- Karya Tulis** : 1. What Research Says About Mathematical Problem Solving, dimuat di SAMEN (Science and Mathematics Education Newsletter), majalah SMEC (Science and Mathematics Education Centre), Curtin University, Perth, Western Australia. Vol II No 1
2. Belajar dari Proses Penjumlahan Dua Bilangan Bulat Untuk Membantu Siswa Belajar, dimuat di majalah PELANGI PENDIDIKAN, Direktorat Pendidikan Lanjutan Pertama
3. Bagaimana Mengefektifkan Ujian Nasional, dimuat di FORWAS, majalah Forum Pengawasan Inspektorat Jenderal Departemen Pendidikan Nasional
4. Empat Objek Langsung Matematika Menurut Gagne, dimuat di MEDIAN, Majalah LPMP Jawa Timur, Vol.VI No 1, Juni 2008
5. Belajar dari Guru Berpengalaman : Bagaimana Caranya?, dimuat di SUARA GURU, Majalah PB PGRI, No.12 Th L/2000
6. Pelaksanaan Penilaian di Sekolah antara Harapan dan Kenyataan, dimuat di Buletin PUSPENDIK, Vol.V No.2, Agustus 2008
7. Reasoning : Mengapa Perlu Dipelajari Para Siswa?, dimuat di GERBANG, majalah Lembaga Penelitian dan Pengembangan Pendidikan (LP3) UMY, Edisi 9 Th.II
8. Mengintegrasikan Eksplorasi pada Pembelajaran Matematika, dimuat di Buletin LIMAS, PPPPTK Matematika, Edisi No 20 Tahun 2008
- Seminar/Workshop** : 1. Pemakalah pada Seminar Widyaiswara Matematika LPMP se Indonesia dengan Judul Makalah: Pentingnya Penalaran, Pemecahan Masalah, dan Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika (PPPPTK Matematika Yogyakarta, 2005)
2. Pemakalah pada Seminar Forum Komunikasi Widyaiswara (FKW) Yogyakarta dengan Judul Makalah: Pemecahan Masalah Pada Olimpiade Matematika untuk Meningkatkan Mutu Pendidikan di Indonesia (PPPPTK Matematika Yogyakarta, 11 Februari 2006)
3. Pemakalah pada Seminar dan Lokakarya Pemanfaatan ICT dalam Pembelajaran Matematika dengan Judul Makalah: Pemanfaatan Blog pada Peningkatan dan Pemecahan Masalah Pembelajaran Matematika (PPPPTK Matematika, 10 11 Juni 2008)
- Pengalaman sebagai Narasumber/Fasilitator** : 1. Guru Matematika SMA 3 Kupang (1978 - 1999)
2. Instruktur PKG Matematika Region Kupang (1983 - 1999)
3. Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta (1999-sekarang)

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA YOGYAKARTA

JL. Kaliurang Km.6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
KOTAK POS 31 YK-BS Yogyakarta 55281
Telephone : (0274) 885725, 881717, 885752
Faks : (0274) 885752
E-mail : p4tkmatematika@yahoo.com
Website : www.p4tkmatematika.com



**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN**

Paket Fasilitas Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika

Bagaimana Cara Mencapai Tujuan Pembelajaran Matematika di SMK?



PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA



Bagaimana Cara Mencapai Tujuan Pembelajaran Matematika di SMK?

Penulis :

Fadjar Shadiq M.App.Sc.

Penilai :

Drs. Puji Iryanti, M.Sc.Ed.

Editor :

Choirul Listyani, M.Si.

Ilustrator :

Cahyo Sasongko, S.Sn.

Dicetak oleh **Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika**

Departemen Pendidikan Nasional

Tahun 2008



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
**PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA**
YOGYAKARTA

Kata Pengantar

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dalam melaksanakan tugas dan fungsinya mengacu pada tiga pilar kebijakan pokok Depdiknas, yaitu: 1) Pemerataan dan perluasan akses pendidikan; 2) Peningkatan mutu, relevansi dan daya saing; 3) Penguatan tata kelola, akuntabilitas, dan citra publik menuju insan Indonesia cerdas dan kompetitif.

Dalam rangka mewujudkan pemerataan, perluasan akses dan peningkatan mutu pendidikan, salah satu strategi yang dilakukan PPPPTK Matematika adalah meningkatkan peran Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) serta pemberdayaan guru inti/guru pemandu/guru pengembang yang ada pada setiap kecamatan, kabupaten dan kota.

Sebagai upaya peningkatan mutu dimaksud maka lembaga ini diharapkan mampu memfasilitasi kegiatan-kegiatan yang terkait dengan implementasi pengembangan pembelajaran matematika di lapangan. Guna membantu memfasilitasi forum ini, PPPPTK Matematika menyiapkan paket berisi kumpulan materi/bahan yang dapat digunakan sebagai referensi, pengayaan, dan panduan di KKG/MGMP khususnya pembelajaran matematika, dengan topik-topik/bahan atas masukan dan identifikasi permasalahan pembelajaran matematika di lapangan.

Berkat rahmat Tuhan Yang Maha Esa, atas bimbingan-Nya penyusunan Paket Fasilitasi Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu tiada kata yang patut diucapkan kecuali puji dan syukur kehadiran-Nya.

Dengan segala kelebihan dan kekurangan yang ada, paket fasilitasi ini diharapkan bermanfaat dalam mendukung peningkatan mutu pendidik dan tenaga kependidikan melalui forum KKG/MGMP Matematika yang dapat berimplikasi positif terhadap peningkatan mutu pendidikan.

Sebagaimana pepatah mengatakan, tiada gading yang tak retak, demikian pula dengan paket fasilitasi ini walaupun telah melalui tahap identifikasi, penyusunan, penilaian, dan editing masih ada yang perlu disempurnakan. Oleh karena itu saran, kritik, dan masukan yang bersifat membangun demi peningkatan kebermanaknaan paket ini, diterima dengan senang hati teriring ucapan terima kasih. Ucapan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kami sampaikan pula kepada semua pihak yang membantu mewujudkan paket fasilitasi ini, mudah-mudahan bermanfaat untuk pendidikan di masa depan.

Yogyakarta,
Kepala,

KASMAN SULYONO
NIP.130352806

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii	
Daftar Isi	v	
Bab I	Pendahuluan	1
	A. Latar Belakang	1
	B. Tujuan Penulisan	2
	C. Cara Penggunaan Paket	2
Bab II	Pengetahuan Matematika	3
	A. Pengertiannya	3
	B. Cara Pembelajarannya	5
Bab III	Penalaran dalam Pembelajaran Matematika	7
	A. Pengertian Penalaran	7
	B. Penalaran Induktif	9
	C. Penalaran Deduktif	10
	D. Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika	11
Bab IV	Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika	15
	A. Pengertian Masalah	16
	B. Proses Pemecahan Masalah	17
	C. Beberapa Contoh Masalah untuk Guru dan Siswa	19
	D. Implikasinya pada Pembelajaran Matematika	25
Bab V	Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika	29
	A. Contoh Komunikasi dalam Matematika	30
	B. Meningkatkan Kemampuan Berkomunikasi Siswa	33

Bab VI	Sikap Menghargai Kegunaan Matematika -----	37
	A. Pengertian Sikap -----	37
	B. Pentingnya Menghargai Kegunaan Matematika -----	38
	C. Bagaimana Caranya agar Siswa Menghargai Matematika	39
Bab VII	Penutup -----	41
Daftar Pustaka	-----	42
Lampiran Kunci Tugas	-----	43

Bab 1

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa pelajaran matematika SMK bertujuan agar para siswa SMK:

1. memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah;
2. menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika;
3. memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh;
4. mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah;
5. memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Mengingat begitu pentingnya pencapaian tujuan pembelajaran Matematika ini, maka modul ini disusun untuk meningkatkan kompetensi guru matematika SMK dengan judul: *Bagaimana Cara Mencapai Tujuan Pembelajaran Matematika di SMK?*. Dengan bahan ini, diharapkan para guru matematika SMK yang mengikuti kegiatan di MGMP Matematika SMK akan terbantu dalam melaksanakan proses pembelajaran di kelasnya.

B. Tujuan Penulisan

Secara umum, modul ini disusun dengan maksud agar peserta kegiatan di MGMP Matematika SMK akan memiliki kompetensi yang terkait dengan tujuan pembelajaran matematika SMK. Secara khusus, modul ini disusun dengan maksud agar:

1. para peserta memahami pengertian dan memberi contoh beberapa istilah yang berkaitan dengan tujuan pembelajaran matematika SMK, seperti: konsep, penalaran, pemecahan masalah, komunikasi, dan sikap positif terhadap matematika;
2. para peserta mampu memilih beberapa strategi pembelajaran yang potensial untuk membina kemampuan siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran matematika SMK yang berkaitan dengan lima aspek di atas;
3. para peserta mampu mengembangkan contoh-contoh pembelajaran yang dapat membina kemampuan siswa dalam pencapaian tujuan pembelajaran matematika SMK ini yang berkaitan dengan lima aspek di atas.

C. Cara Penggunaan Paket

Pembahasan pada paket ini menitik-beratkan contoh-contoh konkret pada pengertian serta implikasi konsep, penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah (*problem-solving*), komunikasi (*communication*), dan sikap positif terhadap matematika. Di samping itu, pada paket ini dikemukakan juga tentang hal-hal penting yang perlu mendapat perhatian para guru pada saat mengaplikasikan atau menerapkan kelima konsep yang terkait dengan tujuan pembelajaran matematika SMK di kelasnya masing-masing. Karenanya, para pemakai paket ini disarankan untuk membaca lebih dahulu konsepnya sebelum mencoba untuk mengaplikasikan pelaksanaannya di kelas. Pada akhirnya, jika para pemakai paket ini mengalami kesulitan, membutuhkan klarifikasi, maupun memiliki saran atau kritik yang membangun, sudilah kiranya menghubungi penulis (fadjar_p3g@yahoo.com; www.fadjarp3g.wordpress.com; 0274-880762; atau 08156896973) atau melalui lembaga PPPPTK Matematika melalui surat ke:

Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta,

email: p4tkmatematika@yahoo.com; website: www.p4tkmatematika.com atau melalui faks: (0274)885752.

Bab 2

Pengetahuan Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 1 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK dapat: "memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah". Formulasi di atas menunjukkan bahwa ada tiga istilah penting yang terkait dengan tujuan nomor 1 pelajaran matematika, yaitu: (1) konsep matematika; (2) keterkaitan antarkonsep; dan (3) algoritma. Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diharapkan dapat:

1. memberi contoh objek matematika yang termasuk konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma;
2. menjelaskan perbedaan pengertian antara konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma;
3. menjelaskan perbedaan mendasar antara konsep matematika, keterkaitan antarkonsep dan algoritma pada proses pembelajaran serta penekanan ketiga objek matematika tersebut di atas.

A. Pengertiannya

Perhatikan tiga bagian atau objek materi matematika berikut.

1. Cara merasionalkan penyebut pecahan.
2. Rumus luas segitiga: $L_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin c$.
3. Barisan aritmetika, turunan (diferensial), pencerminan.

Bapak dan Ibu Guru; manakah dari ketiga bagian materi matematika diatas yang merupakan (1) konsep matematika; (2) keterkaitan antarkonsep; dan (3) algoritma?

Tuliskan pilihan Anda dengan cara mengisi tanda cek '✓' pada kolom yang bersesuaian, beserta alasannya.

Nomor	Bagian Materi Matematika	Konsep Matematika	Keterkaitan Antarkonsep	Algoritma	Alasan
1	Cara merasionalkan penyebut pecahan				
2	Rumus luas segitiga: $L_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin c$				
3	Barisan aritmetika				

Berhentilah membaca untuk beberapa saat, selesaikan dahulu tugas di atas, lalu bandingkan hasilnya dengan penjelasan berikut ini. Perhatikan sekali lagi bagian materi pada tabel di atas.

1. Cara merasionalkan penyebut pecahan. Topik merasionalkan penyebut suatu pecahan terkait dengan cara atau langkah-langkah agar suatu pecahan yang penyebutnya belum berbentuk rasional menjadi berbentuk rasional.
2. Rumus luas segitiga: $L_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin c$. Pada rumus ini, ada beberapa konsep atau pengertian yang saling terkait atau memiliki hubungan. Contoh konsepnya adalah tentang lambang L_{Δ} untuk 'Luas Segitiga'. Begitu juga lambang a , b dan c ; serta lambang $\sin c$ yang memiliki pengertian tertentu. Pada rumus ini terdapat hubungan antara luas suatu segitiga dengan panjang dua sisinya serta besar sudut apitnya.
3. Barisan aritmetika. Jika ada orang menyatakan 'barisan aritmetika', apa yang terlintas di pikiran Anda? Lalu apa bedanya dengan 'barisan geometri'?

Berikut ini adalah pengertian untuk konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.

1. *Konsep* adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu objek dan menerangkan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Seorang siswa disebut telah mempelajari konsep 'barisan aritmetika' jika ia telah dapat membedakan yang termasuk barisan aritmetika dari yang bukan barisan aritmetika. Untuk sampai ke tingkat tersebut, siswa harus dapat mengenali atribut atau sifat-sifat khusus dari suatu barisan aritmetika. Dengan demikian jelaslah bahwa contoh konsep pada tabel di atas adalah 'barisan aritmetika'.
2. *Keterkaitan antarkonsep*. Dikenal juga dengan istilah *prinsip*, yaitu suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Contohnya, rumus luas segitiga di atas. Pada rumus tersebut, terdapat beberapa konsep yang digunakan, yaitu konsep luas (L_{Δ}), konsep sisi segitiga beserta panjangnya, dan konsep sinus suatu sudut.
3. *Algoritma* adalah suatu prosedur atau aturan untuk mendapatkan atau memperoleh suatu hasil tertentu. Contohnya adalah cara merasionalkan suatu pecahan, menentukan hasil dari $\int (x^2 - 2x + 7)dx$, menjabarkan bentuk $(x - 3)(x + 7)$; serta memfaktorkan $x^2 - 9x$; $x^2 - 9$; $x^2 - 2x - 3$; dan $2x^2 - 9x + 4$.

B. Cara Pembelajarannya

Berdasar penjelasan di atas, tugas guru matematika ketika mengajarkan 'konsep' akan berbeda dengan ketika mengajarkan 'keterkaitan antarkonsep', dan akan berbeda lagi penekanannya ketika mengajarkan algoritma. Pada saat mengajarkan konsep, tugas guru adalah membantu siswanya agar mereka mampu membedakan materi matematika yang termasuk contoh konsep dimaksud dan dapat menjelaskan mengapa materi matematika tersebut merupakan konsep. Begitu juga para guru harus membantu siswanya agar dapat menentukan materi matematika yang bukan contoh dari konsep yang dibicarakan, serta dapat menjelaskan mengapa objek matematika tersebut tidak termasuk pada konsep yang dibicarakan.

Pada saat mengajarkan objek matematika yang termasuk keterkaitan antarkonsep atau prinsip maka acuan para guru adalah berupaya sedemikian rupa sehingga siswanya dapat menggunakan dengan tepat 'keterkaitan antarkonsep', 'rumus', atau 'prinsip' yang sedang dibahas. Para siswa dinyatakan telah memahami suatu keterkaitan antarkonsep atau prinsip jika mereka:

- (1) ingat rumus atau prinsip yang bersesuaian;

(2) memahami beberapa konsep yang digunakan serta lambang atau notasinya; dan (3) dapat menggunakan rumus atau prinsip yang bersesuaian pada situasi yang tepat. Jadi jelaslah bahwa cara pembelajaran konsep akan berbeda dengan cara pembelajaran keterkaitan antarkonsep.

Pada pembelajaran merasionalkan bentuk akar yang merupakan contoh pembelajaran suatu 'algoritma', seorang siswa dinyatakan belum menguasai suatu algoritma jika ia tidak menghasilkan suatu penyelesaian yang benar atau tidak dapat menggunakan dengan tepat suatu prosedur atau aturan yang ada. Jadi, pada pembelajaran 'algoritma', penekanannya lebih pada langkah-langkah atau prosedurnya. Di samping itu, para siswa dituntut juga untuk dapat menjelaskan, mengapa langkah atau prosedur seperti itu dapat dijalankan.

Tugas Bab II.

1. Pilih salah satu SK atau KD, lalu beri contoh objek matematika yang termasuk: konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma. Contoh tersebut harus berbeda dengan contoh yang ada di modul ini,
2. Berdasar contoh tersebut, jelaskan perbedaan pengertian antara: konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.
3. Jelaskan perbedaan mendasar pada proses pembelajaran ketiga objek matematika tersebut di atas.

Bab 3

Penalaran Dalam Pembelajaran Matematika

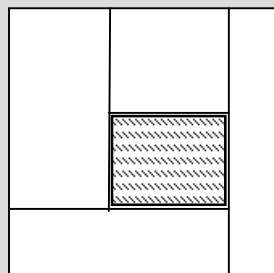
Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi menyatakan bahwa tujuan nomor 2 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK dapat, mampu atau kompeten dalam: “menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika”. Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diharapkan dapat:

1. menjelaskan perbedaan penalaran induktif dan deduktif;
2. menjelaskan kelebihan dan kekurangan penggunaan penalaran induktif dan deduktif pada proses pembelajaran matematika di kelas;
3. merancang satu contoh pembelajaran yang dimulai dengan penggunaan penalaran induktif dan dapat dilanjutkan dengan penggunaan penalaran deduktif.

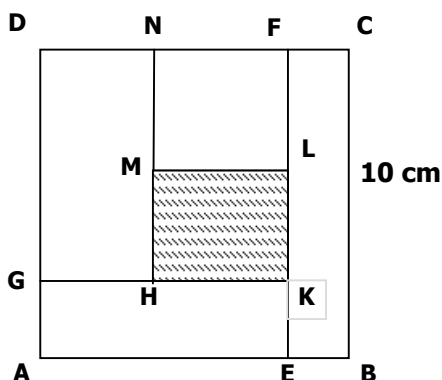
A. Pengertian Penalaran

Perhatikan soal atau masalah berikut:

Amir, salah seorang siswa SMK diberi persegi berukuran $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ seperti gambar di samping ini. Persegi tersebut telah terbagi menjadi lima persegi panjang yang luasnya sama. Amir diminta menentukan ukuran persegi panjang yang diarsir tanpa menggunakan skala.



Diketahui bahwa Amir diminta menentukan ukuran persegi panjang yang diarsir tanpa menggunakan skala. Jadi, Anda dapat menarik kesimpulan bahwa ia harus menggunakan perhitungan berdasarkan pada yang diketahui (kondisi) pada soal dan berdasarkan juga pada pengetahuan matematika (konsep, rumus, ataupun algoritma) yang sudah dipelajarinya. Bapak dan Ibu, berhentilah membaca untuk beberapa saat, selesaikan dahulu tugas di atas. Bagaimana cara Anda memecahkannya? Proses berfikir apa saja yang terjadi di dalam fikiran Anda tersebut? Perhatikan diagram berikut:



Diketahui bahwa persegi ABCD dengan luas 100 cm^2 telah dibagi menjadi lima persegi panjang yang luasnya sama. Lalu, kesimpulan apa yang Anda dapatkan dari hal tersebut? Salah satu kesimpulannya adalah luas setiap persegi panjang yang ada adalah $100 : 5 = 20 \text{ cm}^2$. Kesimpulan apa yang selanjutnya Anda dapatkan? Di antaranya, karena luas persegi panjang EBCF adalah 20 cm^2 dan diketahui $BC = 10 \text{ cm}$, maka $EB = 2 \text{ cm}$ dan $AE = 8 \text{ cm}$. Begitu seterusnya, proses penarikan kesimpulan ini berlangsung terus. Karena luas persegi panjang AEKG adalah 20 cm^2 juga dan $AE = 8 \text{ cm}$, maka $AG = 20 : 8 = 2,5 \text{ cm}$ dan $GD = 7,5 \text{ cm}$. Berikutnya, karena luas persegi panjang GHND adalah 20 cm^2 dan $GD = 7,5 \text{ cm}$; maka $GH = \frac{20}{7,5} = 2\frac{2}{3} \text{ cm}$ dan $HK =$

$(8 - 2\frac{2}{3}) = 5\frac{1}{3} \text{ cm}$. Terakhir, luas persegi panjang HKLM sama dengan luas persegi

panjang MLFN; sehingga $KL = LF = \frac{1}{2} \times KF = \frac{1}{2} \times GD = \frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4} \text{ cm}$. Jadi,

kesimpulan terakhir yang didapat, ukuran persegi panjang yang diarsir adalah $HK \times KL = 5\frac{1}{3} \text{ cm} \times 3\frac{3}{4} \text{ cm}$.

Dengan contoh-contoh yang telah dikemukakan di atas, jelaslah bahwa dalam proses pemecahan masalah di atas telah terjadi proses penarikan kesimpulan dari beberapa

fakta yang ada. Proses penarikan kesimpulan inilah yang dikenal dengan istilah penalaran (jalan pikiran atau *reasoning*), sesuai dengan yang dijelaskan Copi (1978: 5) berikut: "*Reasoning is a special kind of thinking in which inference takes place, in which conclusions are drawn from premises*". Artinya, penalaran adalah suatu proses berpikir khusus dimana terjadi penarikan kesimpulan, dimana kesimpulan diambil berdasar pada premis yang ada. Dengan kata lain, penalaran adalah proses yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan atau pernyataan yang baru. Dikenal dua macam penalaran, yaitu penalaran induktif (induksi) dan penalaran deduktif (deduksi).

B. Penalaran Induktif

Contoh induksi atau penalaran induktif adalah:

Amri mati, Bani tewas, Caca meninggal, ... , Zaza wafat,

Amri, Bani, Caca, ... , Zaza adalah manusia.

Jadi, semua manusia akan mati.

Contoh lainnya adalah: Jika kita menjumlahkan dua bilangan asli; yang satu merupakan bilangan genap dan yang satu lagi merupakan bilangan ganjil, maka hasilnya akan merupakan bilangan ganjil. Contohnya, $2 + 3 = 5$. Kita tidak pernah mendapatkan hasil berupa bilangan genap. Dua fakta berikut bahwa $2 + 3 = 5$ dan $4 + 7 = 11$ menunjukkan hal yang sama. Contoh tersebut beserta contoh-contoh lainnya dikenal dengan istilah kasus-kasus khusus. Berdasar kasus-kasus khusus tersebut kita berani untuk menarik kesimpulan dan menyatakan secara umum (*general*) bahwa setiap bilangan ganjil jika ditambah dengan bilangan asli genap akan menghasilkan bilangan ganjil. Kata 'setiap' atau 'semua' pada pernyataan terakhir inilah yang disebut generalisasi dari kasus-kasus khusus tadi. Proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus khusus menjadi bentuk umum inilah yang dikenal dengan penalaran induktif (*induksi*). Dengan demikian jelaslah bahwa induksi merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (*general*) berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Selanjutnya, pertanyaan pamungkas yang berkaitan dengan induksi adalah:

1. yakinkah Anda bahwa dengan empat, seribu, bahkan sejuta atau lebih contoh sudah cukup untuk menggeneralisasikan atau menyatakan bahwa hasilnya selalu berupa bilangan ganjil?
2. bagaimana jika ada satu atau dua bilangan di luar bilangan yang Anda pilih tersebut yang tidak menghasilkan bilangan 1 pada langkah terakhirnya sehingga cukup untuk menyatakan bahwa hasilnya tidak mesti berupa bilangan 1? Dalam matematika sendiri, contoh seperti itu dikenal dengan sebutan contoh sangkalan (*counter examples*).

Kesimpulannya, penalaran induktif saja belum cukup. Matematika membutuhkan penalaran deduktif.

C. Penalaran Deduktif

Contoh deduksi atau penalaran deduktif adalah:

Semua manusia akan mati. Amri manusia,

Jadi, Amri pada suatu saat akan mati.

Deduksi atau penalaran deduktif, merupakan kebalikan dari penalaran induktif. Pada penalaran deduktif, terjadi proses penarikan kesimpulan dari hal-hal atau kasus-kasus yang bersifat umum (*general*) ke hal-hal yang bersifat khusus.

Contoh lain penalaran deduktif adalah pernyataan atau teorema yang bersifat umum: 'Setiap bilangan, jika jumlah angka-angka pada bilangan tersebut habis dibagi 3, maka bilangan itu habis dibagi 3 juga'. Rumus umum tersebut dibuktikan dengan menyatakan setiap bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk umum (*general*):

$$\begin{aligned}
 N &= a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \dots a_4 a_3 a_2 a_1 = \\
 &10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + 10^{n-3} a_{n-2} + \dots + 10^3 a_4 + 10^2 a_3 + 10^1 a_2 + 10^0 a_1 = \\
 &(999\dots + 1) a_n + (99\dots + 1) a_{n-1} + (9\dots + 1) a_{n-2} + \dots + (99 + 1) a_3 + (9 + 1) a_2 + a_1 = \\
 &[(999\dots) a_n + (99\dots) a_{n-1} + (9\dots) a_{n-2} + \dots + (99) a_3 + (9) a_2 + a_1] + [a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1]
 \end{aligned}$$

A
B

Dari bentuk terakhir ini nampaklah bahwa setiap bilangan N dapat dinyatakan sebagai hasil penjumlahan dari bentuk A dan B. Bentuk A habis dibagi 3, sehingga dapat disimpulkan bahwa keterbagian 3 dari N sangat tergantung pada keterbagian B. Jika B habis dibagi 3, maka N juga akan habis dibagi 3. Karena B tidak lain adalah jumlah angka-angka pada N , maka dapatlah disimpulkan secara umum bahwa: "Jika jumlah angka-angka pada suatu bilangan habis dibagi 3 maka bilangan tersebut habis dibagi 3". Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa 1.234.569 habis dibagi 3.

Pada proses pembelajaran di kelas, dari pengetahuan bahwa jumlah besar sudut suatu segitiga adalah 180° , dan jika diketahui tentang besar dua sudut suatu segitiga yaitu 70° dan 30° maka dapat disimpulkan ataupun dibuat pernyataan lain bahwa besar sudut yang ketiga pada segitiga itu adalah 80° . Pada intinya, penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Itulah sebabnya, Depdiknas (2002: 6) menyatakan bahwa "Materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar materi matematika". Bayangkan sekarang jika para siswa tidak belajar matematika, apa yang akan terjadi dengan keterampilan berpikir mereka? Pola berpikir yang dikembangkan matematika seperti dijelaskan di atas memang membutuhkan dan melibatkan pemikiran kritis, sistematis, logis, dan kreatif. Sekali lagi, bayangkan jika para siswa tidak belajar matematika. Akan cepatkah mereka menarik kesimpulan dari beberapa fakta atau data yang mereka dapatkan ataupun mereka ketahui?

D. Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika

Selama proses pembelajaran di kelas, pembuktian seperti $a^p \times a^q = a^{p+q}$; dapat ditunjukkan secara induktif maupun deduktif. Penggunaan penalaran induktif dapat ditunjukkan dengan contoh seperti:

$$a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a) = (a \times a \times a \times a \times a) = a^{2+3}$$

Ada 2

Ada 3

Ada 2 + 3

Sehingga dapat disimpulkan bentuk umumnya adalah $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Sedangkan pembuktian secara deduktif dapat ditunjukkan dengan:

$$a^m \times a^n = \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada } m} \times \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada } n} = \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada } m+n} = a^{m+n}$$

Perhatikan bahwa m dan n mewakili sembarang bilangan asli. Seperti dinyatakan di bagian depan, pembuktian secara induktif tidak menunjukkan bahwa rumus akan benar untuk semua nilai pada bilangan asli. Kata lainnya, rumus hanya akan benar untuk beberapa nilai yang ditunjukkan pada pembuktian itu saja sehingga hasilnya tidak dapat disimpulkan untuk beberapa nilai lain di luar yang ditunjukkan tadi. Sebaliknya, pembuktian secara deduktif akan benar untuk seluruh nilai yang diwakili m dan n ; yaitu untuk seluruh bilangan asli m dan n . Namun dari contoh di atas nampak jelas juga akan benarnya pendapat bahwa pembuktian secara induktif jauh lebih mudah, lebih real, dan lebih nyata bagi para siswa jika dibandingkan dengan pembuktian secara deduktif. Contohnya, perkalian 2 buah lambang a (yaitu: $a \times a$) jauh lebih nyata (*real*) dari perkalian m buah a (yaitu: $a \times a \times a \times \dots \times a \times a$).

Dengan dua contoh pembuktian di atas, para siswa dapat difasilitasi untuk dapat memilih dan menggunakan berbagai tipe penalaran dan berbagai cara pembuktian. Tidak hanya itu, mereka harus dibimbing juga untuk mengetahui dan memahami kelebihan dan kekurangan penalaran induktif maupun penalaran deduktif. Mereka harus meyakini bahwa pembuktian secara deduktif merupakan cara terbaik yang harus digunakan untuk membuktikan. Namun sebelum melaksanakan pembuktian secara deduktif, kegiatan mencoba-coba dengan beberapa bilangan dapat digunakan dan harus didorong untuk digunakan para siswa pada tahap awal kegiatan. Alasannya, bentuk seperti $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$ jauh lebih mudah dan lebih nyata (*real*) bagi para siswa daripada bentuk $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

Penarikan kesimpulan pada induksi yang bersifat umum (*general*) ini akan menjadi sangat penting, karena ilmu pengetahuan tidak akan pernah berkembang tanpa adanya penarikan kesimpulan ataupun pembuatan pernyataan baru yang bersifat umum. Hal inilah yang telah menjadi suatu kelebihan dari penalaran induktif (induksi) dibandingkan dengan penalaran deduktif (deduksi). Namun kelebihan penalaran

deduktif adalah adanya hasil yang tidak akan bernilai salah jika premis-premisnya bernilai benar. Pada awalnya, proses matematisasi yang dilakukan dan dihasilkan para matematikawan adalah proses induksi atau penalaran induktif. Dimulai dari kasus-kasus khusus yang lalu digeneralisasi menjadi pernyataan umum (*general*). Proses berikutnya adalah proses formalisasi pengetahuan matematika dengan terlebih dahulu menetapkan sifat pangkal (aksioma) dan pengertian pangkal, yang akan menjadi pondasi pengetahuan matematika berikutnya yang harus dibuktikan secara deduktif.

Berkait dengan penalaran induktif dan deduktif ini, pernyataan George Polya (1973: VII) berikut sudah seharusnya mendapat perhatian para pembaca, para guru matematika. Polya menyatakan bahwa: "*Yes, mathematics has two faces; it is the rigorous science of Euclid but it is also something else. Mathematics presented in the Euclidean way appears as a systematic, deductive science; but mathematics in the making appears as an experimental, inductive science*". Pendapat Polya ini telah menunjukkan pengakuan beliau tentang pentingnya penalaran induktif (*induksi*) dalam pengembangan matematika. Jika pada masa lalu, siswa memulai belajar matematika secara deduktif aksiomatis, hal ini sesungguhnya telah mengingkari proses bertumbuh dan berkembangnya matematika. Mengikuti apa yang telah dilakukan para matematikawan, matematika yang dipelajari para siswa di sekolah sudah seharusnya mengikuti proses didapatkannya matematika tersebut. Karena itu, pada masa kini, dengan munculnya teori-teori belajar seperti belajar bermakna dari Ausubel, teori belajar dari Piaget serta Vigotsky (konstruktivisme sosial), para siswa dituntun ataupun difasilitasi untuk belajar sehingga dapat menemukan kembali (*reinvent*) atau mengkonstruksi kembali (*reconstruct*) pengetahuannya yang dikenal dengan kontekstual learning, matematika humanistik, ataupun matematika realistik.

Tugas Bab III

1. Jelaskan perbedaan penalaran induktif dan deduktif.
2. Jelaskan kelebihan dan kekurangan penggunaan penalaran induktif dan deduktif pada proses pembelajaran matematika di kelas.
3. Rancanglah contoh-contoh pembelajaran yang diawali dengan penggunaan penalaran induktif yang dapat dilanjutkan dengan penggunaan penalaran deduktif.

Bab 4

Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika

Ada lima tujuan pembelajaran matematika yang harus dicapai para siswa SMK/MK selama proses pembelajaran matematika, yaitu: pemahaman konsep matematika; penggunaan penalaran; pemecahan masalah; komunikasi; dan memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Meskipun demikian, kemampuan bernalar, berkomunikasi, dan memecahkan masalah ditengarai akan jauh lebih penting daripada jika para siswa hanya memiliki pengetahuan matematika saja. Menurut National Research Council/NRC (1989:1), komunikasi telah menciptakan ekonomi dunia yang lebih membutuhkan pekerja cerdas daripada pekerja keras. Dibutuhkan para pekerja yang telah disiapkan untuk mampu mencerna ide-ide baru, mampu menyesuaikan terhadap perubahan, mampu menangani ketidakpastian, mampu menemukan keteraturan, dan mampu memecahkan masalah yang tidak lazim. Selama proses pemecahan masalah, penalaran (*reasoning*) yang sangat berkaitan dengan logika matematika akan sangat banyak digunakan.

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 3 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK dapat: "memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh". Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diharapkan dapat:

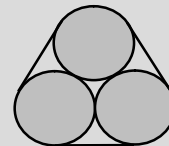
1. menjelaskan perbedaan antara soal 'biasa/rutin' dengan 'masalah';
2. menjelaskan empat langkah penting (standar) pada proses pemecahan masalah.
3. memecahkan masalah matematika;
4. menjelaskan implikasi pentingnya pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di kelas.

A. Pengertian Masalah

Perhatikan dua soal berikut ini. Dari dua soal ini, manakah soal yang dapat disebut soal biasa dan manakah yang dapat dikategorikan sebagai 'masalah'? Mengapa Anda menyatakan seperti itu? Apa alasannya? Berhentilah dahulu membaca paket ini untuk beberapa saat. Cobalah untuk terlebih dahulu memecahkan kedua soal atau masalah di bawah ini.

1. Seorang pedagang membeli barang dengan harga toko Rp 320.000,00. Ia mendapat potongan harga khusus sebesar 12,5%. Si pedagang akan menjual lagi barang tersebut dengan mencantumkan potongan harga 20%.. Si pedagang mengharapkan keuntungan sebesar 25% dari harga pembelian barang tersebut setelah dikenai potongan harga khusus sebesar 12,5% tadi. Amir, lulusan SMK sedang kebingungan karena ia yang diminta menentukan harga yang harus dicantumkan pada label barang tersebut. Dapatkah Anda membantu Amir?

2. Tiga plat berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7 m dikelilingi tali baja seperti terlihat pada gambar di samping ini. Tentukan panjang tali baja tersebut.



Jika ada siswa atau guru SMK yang sudah pernah mendapat soal tersebut dan sudah tahu langkah-langkah pengerjaannya, apakah soal tersebut masih terkategori sebagai masalah bagi mereka? Mengapa? Sebagian besar ahli Pendidikan Matematika menyatakan bahwa masalah merupakan pertanyaan yang harus dijawab atau direspon. Namun mereka menyatakan juga bahwa tidak semua pertanyaan otomatis akan menjadi masalah. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui si pelaku, seperti yang dinyatakan Cooney, et al. (1975: 242) berikut: "... for a question to be a problem, it must present a challenge that cannot be resolved by some routine procedure known to the student".

Implikasi dari definisi di atas, termuatnya 'tantangan' serta 'belum diketahuinya prosedur rutin' pada suatu pertanyaan yang akan diberikan kepada para siswa akan

menentukan terkategori tidaknya suatu pertanyaan menjadi 'masalah' atau hanyalah suatu 'pertanyaan' biasa. Karenanya, dapat terjadi bahwa suatu 'masalah' bagi seseorang siswa akan menjadi 'pertanyaan' bagi siswa lainnya karena ia sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya. Secara umum, menentukan nilai 12345×4 tidak dapat dikategorikan sebagai suatu masalah bagi sebagian besar siswa SMK karena mereka telah tahu prosedur penyelesaiannya. Namun dua soal di atas dapat dikategorikan sebagai masalah bagi sebagian siswa karena mereka belum mengetahui prosedur atau langkah-langkah untuk menyelesaikannya.

B. Proses Pemecahan Masalah

Permendiknas No. 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi menyatakan bahwa tujuan nomor 3 pelajaran matematika SMK agar para siswa SMK dapat: "memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh". Secara umum, dari formulasi di atas, paling tidak ada empat langkah pada proses pemecahan masalah yang harus dikuasai para siswa, sehingga harus dilatihkan kepada mereka, yaitu: (1) memahami masalah; (2) merancang model matematika; (3) menyelesaikan model; dan (4) menafsirkan solusi yang diperoleh. Berikut ini adalah alternatif langkah-langkah pemecahan masalah nomor 2 di atas.

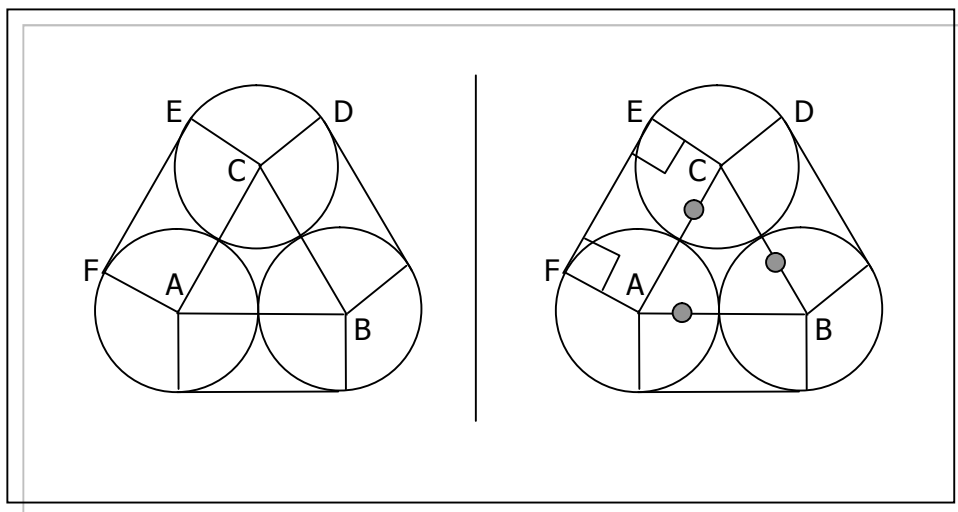
1. Memahami Masalah

Pada langkah ini, para pemecah masalah (siswa atau guru) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dengan membaca secara teliti. Adakalanya proses membacanya dilakukan sampai beberapa kali. Di samping mengetahui apa yang diketahui, setiap pemecah masalah dituntut untuk mengetahui yang ditanyakan, yang akan menjadi arah pemecahan masalahnya. Bukanlah hal yang bijak jika dalam proses pemecahan masalah, arah yang akan dituju tidak atau belum teridentifikasi secara jelas. Untuk soal pertama di atas akan didapat:

**Diketahui: tiga plat berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7 m dikelilingi tali baja.
Ditanyakan: panjang tali baja tersebut.**

Kemampuan otak manusia sangatlah terbatas, sehingga hal-hal penting hendaknya dicatat, dibuat tabelnya, ataupun dibuat sket atau grafiknya. Tabel serta gambar ini dimaksudkan untuk mempermudah memahami masalahnya dan mempermudah mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Dengan membuat gambar, diagram,

atau tabel, hal-hal yang diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke atas kertas. Untuk memecahkan masalah di atas, apa yang harus dilakukan? Salah satunya adalah dengan merancang model matematikanya dengan membuat tiga lingkaran, diikuti dengan memberi lambang, huruf atau angka pada tempat yang sesuai, seperti ditunjukkan. Akan lebih membantu jika gambarnya ditambah sehingga menjadi seperti diagram di sebelah kiri bawah ini.



Dengan model gambar di atas, didapatkan beberapa simpulan berikut.

- ACEF merupakan persegi panjang, sehingga $FE = AC$;
- $\triangle ABC$ merupakan segitiga samasisi (Mengapa?);
- $\angle ECD$ bisa dicari, sehingga panjang busur ED dapat dicari;

Dengan rancangan di atas, langkah selanjutnya dapat dilaksanakan.

3. Menyelesaikan Model

Berdasar rencana di atas, penyelesaian model matematikanya dapat dilaksanakan, yaitu:

- $FE = AC = 2r = 14$;
- Karena $AB = BC = CA = 2r$, maka dapat disimpulkan bahwa $\triangle ABC$ merupakan segitiga samasisi. Akibatnya, $\angle ACB = 60^\circ$;
- Akibat selanjutnya, besar sudut refleks $ECD = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$.

Karena besar sudut refleksi ECD = 120° maka panjang busur kecil ED

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = \frac{44}{7}.$$

4. Menafsirkan Solusi yang Diperoleh.

Dengan mengetahui panjang ruas garis EF dan panjang busur kecil ED, sedangkan panjang tali baja tersebut terdiri dari $3 \times EF$ dan $3 \times$ panjang busur kecil ED, maka didapat panjang tali baja tersebut = $3 \times 14 + 3 \times \frac{44}{3} = 86$ meter.

Contoh di atas telah menunjukkan tentang keefektifan penggunaan empat langkah proses penyelesaian masalah. Dari contoh di atas, jelaslah pentingnya membuat diagram sebagai bagian dari proses merancang model matematikanya. Ketika menggunakan diagram, ada kalanya para pemecah masalah dituntut untuk membuat garis pertolongan. Tanpa garis pertolongan, sangatlah sulit memecahkan atau menyelesaikan suatu masalah yang ada. Selain diagram, model matematika lainnya yang sering digunakan adalah dalam bentuk persamaan maupun sistem persamaan. Contohnya adalah penyelesaian soal nomor 1 di atas. Diketahui bahwa si pedagang mendapat potongan harga khusus sebesar 12,5% dari harga toko Rp 320.000,00. Dengan demikian, barang tersebut dibeli dengan harga 87,5% dari Rp 320.000,00 yaitu Rp 280.000,00. Karena si pedagang mengharapkan keuntungan sebesar 25% dari harga pembelian barang tersebut maka harga sesungguhnya dari barang tersebut adalah 125% dari Rp 280.000,00 yaitu Rp 350.000,00. Selanjutnya, dimisalkan harga yang harus dicantumkan pada label barang tersebut adalah x rupiah. Diketahui juga potongan harga barang tersebut adalah $20\% = \frac{1}{5}$. Dengan demikian, didapat persamaan:

$$x - \frac{1}{5}x = 350.000 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 350.000 \Leftrightarrow x = 437.500$$

Jadi, harga yang harus dicantumkan Amir adalah Rp 437.500,00. Yakinkah Anda dengan hasil di atas? Bagaimana mengecek kebenaran hasil tersebut? Cobalah cek.

C. Beberapa Contoh Masalah untuk Guru dan Siswa

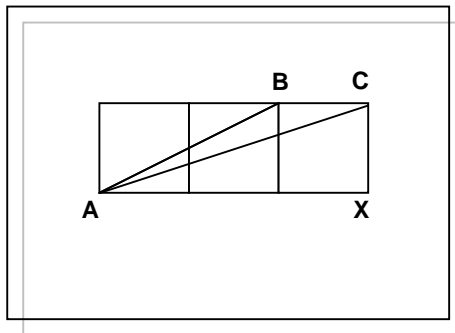
Seberbakat bagaimanapun seseorang untuk bermain bola, maka ia tidak akan pernah menjadi pemain yang tangguh jika ia tidak mau untuk belajar dan berlatih bermain bola. Hal yang sama akan terjadi, bahwa seberbakat bagaimanapun seorang siswa maupun guru matematika, maka mereka tidak akan pernah menjadi pemecah masalah

yang tangguh tanpa belajar dan berlatih memecahkan masalah. Agar dapat membantu para siswanya dan agar kemampuan memecahkan masalah para guru dapat meningkat, maka pada bagian ini akan ditampilkan beberapa soal atau masalah.

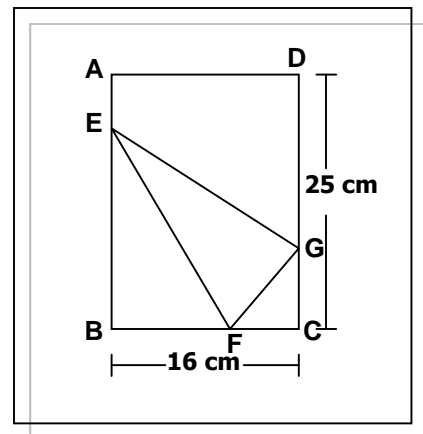
Polya (1973) mengingatkan para guru bahwa bantuan seorang guru kepada siswanya tidak boleh terlalu banyak dan tidak boleh terlalu sedikit. Menurutnya, jika bantuan seorang guru terlalu sedikit, maka siswa akan mengalami hambatan yang cukup besar, namun jika bantuan itu terlalu banyak, maka sedikit sekali yang akan didapat para siswa dari proses belajarnya. Biarlah para siswa yang berbakat (*talented*) ini belajar memecahkan masalah secara mandiri lebih dahulu, namun bantulah ia dengan pertanyaan jika yang ia lakukan salah atau mengarah ke arah yang salah. Meskipun paket ini akan membahas juga petunjuk penyelesaian beserta kunci jawaban untuk setiap soal atau masalah dimaksud, namun sekali lagi, Bapak dan Ibu dimohon untuk mencoba memecahkan masalah tersebut secara mandiri terlebih dahulu.

Berikut ini adalah soal atau masalahnya.

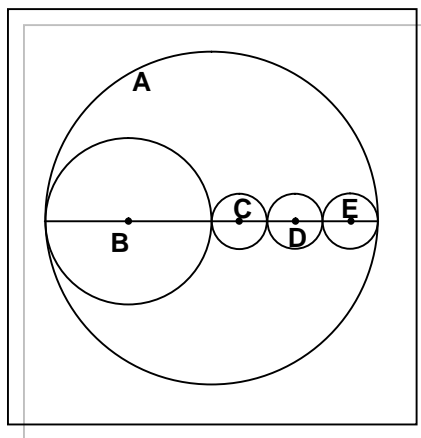
- Perhatikan gambar susunan tiga persegi di bawah ini. Buktikan bahwa $\angle BAX + \angle CAX = 45^\circ$.



- Diberikan persegipanjang ABCD dengan ukuran $16 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ seperti gambar di samping kanan ini. ECFG berbentuk layang-layang, dan panjang $AE = 5 \text{ cm}$. Tentukan panjang EF.



3. Diketahui bentuk gambar di samping ini. Titik-titik pusat lingkaran B, C, D, dan E diletakkan pada garis tengah lingkaran A. Garis tengah lingkaran B sama dengan jari-jari lingkaran A. Lingkaran C, D, dan E sama besar dan sepasang-sepasang bersinggungan di luar sehingga garis tengah ketiga lingkaran tersebut juga sama dengan jari-jari lingkaran A. Bagaimanakah perbandingan keliling lingkaran A dengan jumlah keliling lingkaran B, C, D, dan E?

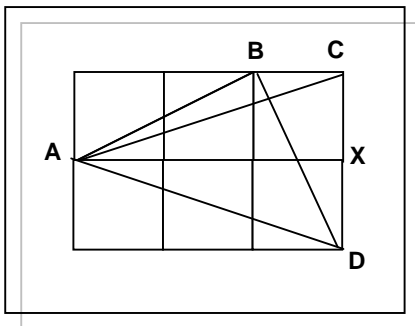


4. Tentukan luas terbesar dari segitiga dengan panjang sisi 6 dan 8 satuan. Tentukan juga panjang sisi ketiganya.
5. Seorang peternak memelihara beberapa ekor ayam. Setelah satu tahun, jumlah ayamnya bertambah 250 ekor. Ia merasakan kerepotan dengan ayam sebanyak itu sehingga 28% dari seluruh ayamnya yang ada ia jual. Ternyata, sisa ayamnya sekarang adalah 68 ekor lebih banyak dari jumlah ayamnya semula. Tentukan banyaknya ayam yang dimiliki sang peternak tadi pada awalnya.
6. Pada kubus ABCD.EFGH, panjang diagonal ruang AG adalah d satuan. Jelaskan cara Anda mendapatkan model matematika yang menyatakan hubungan antara luas permukaan kubus (L) dengan diagonal ruangnya (d).
7. Tentukan banyaknya bilangan asli yang terdiri atas dua angka yang bernilai sama dengan jumlah kedua angkanya ditambah dengan hasil kali kedua angkanya.
8. Pada suatu segitiga lancip, besar sudut terkecil adalah $\frac{1}{5}$ dari besar sudut terbesarnya. Besar setiap sudut (dalam derajat) pada segitiga itu merupakan suatu bilangan asli. Tentukan jumlah besar dua sudut terbesarnya.
9. Carilah dua bilangan dimana perbandingan antara selisih, jumlah, dan hasil kali kedua bilangan itu berturut-turut adalah 1 : 11 : 60.
10. Diandaikan bahwa politisi selalu berbohong dan ulama selalu jujur. P, Q, dan R sedang berbincang-bincang. Mereka ada yang menjadi politisi atau ulama namun tidak ada yang merangkap sebagai ulama sekaligus politisi.
- P: "Kami bertiga adalah politisi"
 Q: "Tidak. Ada satu orang di antara P, Q atau R yang ulama".
 R tidak berkomentar.

Manakah dari ketiga orang tersebut yang ulama dan mana yang politisi.

Petunjuk: Perhatikan pernyataan P. Apakah mungkin dia ulama?
 Berikut ini adalah petunjuk dan kunci jawaban untuk 16 soal atau masalah di atas. Namun sebagaimana sudah dinyatakan di bagian depan bahwa bantuan seseorang tidak boleh terlalu banyak dan tidak boleh terlalu sedikit. Karenanya, cobalah untuk memecahkan sendiri lebih dahulu masalah tadi dengan mencurahkan semua tenaga dan pikiran sebelum melihat petunjuk dan kunci jawaban berikut ini. Pada akhirnya, semoga kemampuan bapak, ibu, dan para siswa dalam memecahkan masalah akan meningkat tajam dengan adanya paket ini.

1. Cara 1.



Perhatikan gambar di samping kiri ini. Titik C dicerminkan terhadap garis AX, sehingga $\angle DAX = \angle CAX$.

Karena $BD^2 = 5$, $BA^2 = 5$, dan $AD^2 = 10$, maka segitiga ABD adalah segitiga siku-siku samakaki. Akibatnya, $\angle BAX + \angle CAX = \angle BAX + \angle DAX = 45^\circ$.

Cara 2.

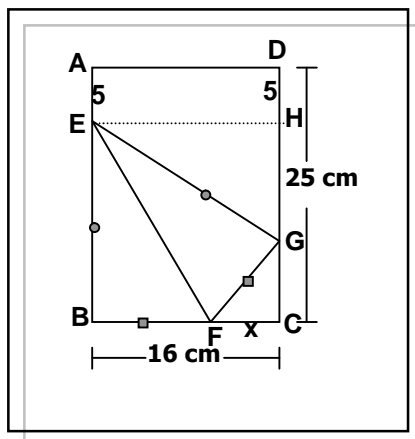
Misalkan, $\angle BAX = p$ dan $\angle CAX = q$. Dengan demikian, $\tan p = \frac{1}{2}$ dan $\tan q = \frac{1}{3}$;

$$\text{sehingga } \tan(p + q) = \frac{\tan p + \tan q}{1 - \tan p \tan q} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1.$$

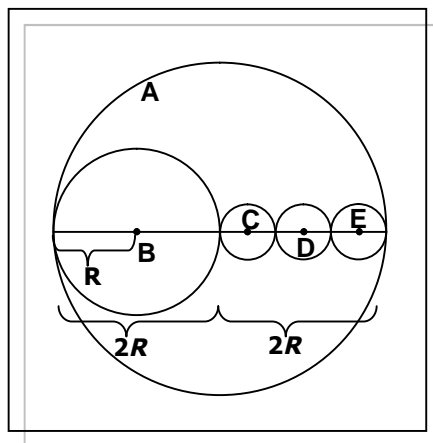
Dari $\tan(p + q) = 1$, didapat $(p + q) = 45^\circ$.

Jadi, terbukti bahwa $\angle BAX + \angle CAX = 45^\circ$.

2. Dibuat garis pertolongan EH yang sejajar AD, sehingga $HD = AE = 5$ cm. Karena EBFH berbentuk layang-layang, maka $EB = EH = 20$ cm. Karena $EH = 16$ cm dan $EG = 20$ cm, maka $HG = 12$ cm dengan menggunakan teorema Pythagoras. Akibatnya, $GC = 8$ cm. Jika dimisalkan $FC = x$ cm, maka $BF = FG = (16 - x)$ cm. Pada segitiga FCG akan didapat $256 - 32x + x^2 = x^2 + 64$; atau $32x = 192$, atau $x = 6$; yang akan berakibat $BF = 10$ cm. Jadi, panjang $EF = \sqrt{(100 + 400)} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5}$.



3. Dimisalkan jari-jari lingkaran C, D, dan E adalah r , jari-jari lingkaran B adalah R , dan jari-jari lingkaran A adalah $2R$ karena garis tengah lingkaran B sama dengan jari-jari lingkaran A. Keliling lingkaran A = $2\pi(2R)$, keliling lingkaran B = $2\pi(R)$, dan keliling lingkaran C, D, dan E = $2\pi(r)$.



Perbandingannya adalah:
$$\frac{4\pi R}{2\pi R + 3 \times 2r} = \frac{4R}{2R + 3 \times 2r} = \frac{4R}{4R} = \frac{1}{1}$$

4. Kunci: Luas terbesar 24 dan panjang sisi ketiga adalah 10 satuan.
Cara penyelesaian:

Luas segitiga ABC = $\frac{1}{2} ab \sin c = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin c$. Nilai $\sin c$ terbesar adalah 1

untuk $\angle C = 90^\circ$. Jadi, luas terbesarnya adalah 24 satuan luas dan panjang sisi ketiga adalah 10 satuan dengan menggunakan teorema Pythagoras.

5. Kunci: 400 ekor

Cara penyelesaian: Misalkan banyaknya ayam pada awalnya adalah x . Setelah 1 tahun, karena bertambah 250 ekor maka banyaknya ayam menjadi $(x + 250)$. Berikutnya 28% dari seluruh ayamnya yang ada ia jual, sehingga sisa ayamnya

setelah dijual adalah $\frac{72}{100}(x + 250)$. Karena sisa ayamnya sekarang adalah 68

ekor lebih banyak dari jumlah ayamnya semula, maka model matematikanya dalam bentuk persamaan adalah:

$$\frac{72}{100}(x + 250) - x = 68 \Leftrightarrow 72x + 18.000 - 100x = 6.800 \Leftrightarrow x = 400.$$

Jadi, banyaknya ayam yang dimiliki sang peternak tadi pada awalnya adalah 400 ekor. Yakinkah Anda dengan jawaban ini?

6. Kunci: $L = 2d^2$

Cara penyelesaian: Misalkan $AB = a$, maka diagonal ruang $AG = a\sqrt{3} = d$ sehingga

$a = \frac{d}{\sqrt{3}}$. Karena luas permukaan kubus $L = 6a^2$, maka model matematika untuk

luas adalah $L = 2d^2$.

7. Kunci: 9

Cara penyelesaian:

$$a|b = 10a + b = a + b + a \times b \Leftrightarrow 10a + b = a + b + a \times b \Leftrightarrow 9a - ab = 0 \Leftrightarrow a(9 - b) = 0$$

Karena $a > 0$ maka $(9 - b) = 0$ atau $b = 9$. Jadi, ada sembilan bilangan yang memenuhi syarat, yaitu: 19, 29, 39, 49, ..., 99.

8. Kunci: 163°

Cara penyelesaian:

Misalnya besar sudut terbesarnya adalah $5x^\circ$, maka besar sudut terkecilnya x° .

Sehingga didapat besar sudut kedua terbesar adalah $(180 - 6x)^\circ$. Karenanya jika besar kedua sudut tersebut dibandingkan akan didapat:

$$5x^\circ > (180 - 6x)^\circ \Leftrightarrow 11x^\circ > 180^\circ \Leftrightarrow x^\circ > 16,37^\circ \text{ dan } 5x^\circ > 81,82^\circ$$

Karena setiap sudut merupakan sudut lancip, maka: $81,82^\circ < 5x^\circ < 90^\circ$

Di samping itu, karena x merupakan suatu bilangan asli, maka $5x$ merupakan bilangan kelipatan 5. Dengan demikian nilai yang memenuhi untuk $5x$ hanyalah 85 dengan nilai $x = 17$. Pada akhirnya didapat jumlah besar dua sudut terbesarnya adalah: $5x^\circ + (180 - 6x)^\circ = (180 - x)^\circ = (180 - 17)^\circ = 163^\circ$

Jadi, jumlah besar dua sudut terbesarnya adalah 163° .

9. Kunci: Kedua bilangan itu adalah 10 dan 12.

Cara penyelesaian: Misalkan kedua bilangan itu adalah x dan y , sehingga didapat:

$$(a - b) : (a + b) : (a \times b) = 1 : 11 : 60.$$

Didapat juga:

$$\frac{a-b}{ab} = \frac{1}{60} \text{ dan } \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{60}$$

Sehingga didapat:

$$60a - 60b = ab \dots\dots (1)$$

$$60a + 60b = 11ab \dots\dots (2)$$

Jika persamaan (1) + (2) akan didapat $120a = 12ab \Leftrightarrow b = 10$.

Jika persamaan (2) - (1) akan didapat $120b = 10ab \Leftrightarrow a = 12$.

Jadi, kedua bilangan itu adalah 10 dan 12.

Sekali lagi, Bagaimana meyakinkan diri kita sendiri bahwa jawaban tersebut memenuhi syarat dimaksud?

10. Misalkan saja P adalah seorang ulama. Hal ini berarti bahwa ia harus berkata benar. Kalau ia selalu berkata benar maka ia tidak akan mungkin untuk menyatakan bahwa ketiganya adalah politisi. Kesimpulannya, pemisalan bahwa P adalah ulama tidak dapat diterima sehingga P adalah politisi. Akibatnya, pernyataan P bernilai salah, Artinya, salah satu atau kedua orang, yaitu Q atau R adalah ulama. Tidak mungkin keduanya politisi karena akan menjadikan ketiga orang itu politisi. Keduanya ulama juga tidak mungkin. Mengapa? Jadi yang ulama hanya satu orang saja yaitu Q. Kesimpulannya, P dan R adalah politisi, sedangkan Q adalah ulama.

D. Implikasinya pada Pembelajaran Matematika

Engel (1997:3) menyatakan: *"In fact, problem-solving can be learned only by solving problems. But it must be supported by strategies provided by the trainer."* Jadi, pemecahan masalah, menurut Engel, hanya dapat dipelajari para siswa dengan cara berlatih memecahkan masalah. Karenanya mereka harus dibantu dengan beberapa strategi yang sudah disiapkan pelatih atau gurunya. Namun penting juga disampaikan bahwa soal yang akan diberikan kepada para siswa adalah soal yang benar-benar terkategori 'masalah' bagi mereka; sehingga untuk memecahkan masalah tersebut, para siswa tidak hanya membutuhkan dan menggunakan ingatan yang baik saja, namun mereka akan belajar dan berlatih menggunakan kemampuan bernalar dan berpikirnya.

Agar para siswa dapat belajar dan berlatih memecahkan masalah dengan lebih efektif, maka fokus selama mereka belajar dan berlatih adalah pada pencapaian empat langkah penting, yaitu: (1) memahami masalah; (2) merancang model matematika; (3) menyelesaikan model; dan (4) menafsirkan solusi yang diperoleh. Dengan empat

langkah standar ini, maka diharapkan, ketika para siswa menghadapi masalah di dalam kehidupan sehari-hari, mereka akan dapat menggunakannya dengan benar. Dengan kata lain, para siswa dapat mentransfer atau menggunakan keterampilannya tersebut di dalam kehidupan sehari-hari mereka ketika menghadapi masalah. Harapannya, dengan empat langkah standar tersebut, peluang untuk memecahkan atau menyelesaikan masalahnya akan semakin tinggi.

Inti dari belajar memecahkan masalah adalah para siswa hendaknya terbiasa mengerjakan soal-soal yang tidak hanya memerlukan ingatan yang baik saja. Terutama di era global dan era perdagangan bebas, kemampuan berpikir kritis, kreatif, logis, dan rasionallah yang semakin dibutuhkan. Karenanya, disamping diberi masalah-masalah yang menantang, selama di kelas, seorang guru matematika dapat saja *memulai proses pembelajarannya* dengan mengajukan 'masalah kontekstua' atau 'masalah realistik' yang cukup menantang dan menarik bagi para siswa. Siswa dan guru lalu bersama-sama memecahkan masalahnya tadi sambil membahas teori-teori, definisi maupun rumus-rumus matematikanya. Contoh 'masalah kontekstual' atau 'masalah realistik' adalah:

Pada kegiatan obral murah buku bekas di kampus UGM, Amir dan Budi masing-masing mendapat 10 buku, sedangkan Chandra hanya mendapat 7 buku. Ternyata buku-buku tersebut tidak ada yang sama. Bagaimana cara membagi buku tersebut agar setiap orang mendapat buku sama banyak. Gunakan sebanyak mungkin cara.

Harapan beberapa alternatif jawabannya adalah:

1. Mangumpulkan semua buku diikuti dengan membagi sama buku-buku tersebut.

Jawaban ini mengarah pada rumus: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

2. Mengandaikan, semua orang sudah mendapat 7 buku, lalu membagi sama kelebihan buku setiap orang. Ternyata buku kelebihan Amir dan Budi masing-masingnya adalah $(10 - 7 = 3)$ buku; sedangkan buku kelebihan Chandra adalah $(7 - 7 = 0)$ buku). Selanjutnya kelebihan $(3 + 3 = 6)$ buku) dibagi sama, sehingga setiap orang mendapat buku sebanyak $\left(7 + \frac{3+3+0}{3}\right) = 9$ buku. Cara ini mengarah pada rumus mencari rata-rata dengan rata-rata sementara dengan

rumus: $\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum (x_i - \bar{x}_s)}{n}$

Dengan cara seperti ini siswa dilatih dan dibiasakan untuk belajar memecahkan masalah dan menemukan sendiri pengetahuan matematikanya sehingga pemahaman suatu konsep atau pengetahuan haruslah dibangun (dikonstruksi) sendiri oleh siswa.

Tugas Bab IV

1. Jelaskan perbedaan antara soal 'biasa/rutin' dengan soal yang terkategori sebagai 'masalah'. Kalau perlu, berikan contohnya.
2. Jelaskan empat langkah penting (standar) pada proses pemecahan masalah yang sesuai dengan Permendiknas No 22 tahun 2006.
3. Selesaikan soal atau masalah ini. "Ada berapa banyak bilangan 4 angka yang semua angkanya genap dan bukan merupakan kelipatan 2003?" Jelaskan proses pemecahan masalah tersebut berdasar empat langkah proses pemecahan
4. Jelaskan implikasi pentingnya pemecahan masalah terhadap pembelajaran matematika di kelas.



Bab 5

Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika

Kemampuan mengomunikasikan ide, pikiran, ataupun pendapat, baik secara tertulis maupun lisan sangatlah penting. Seseorang tidak akan pernah menyandang gelar master atau doktor, serta profesor sebelum ia mampu mengomunikasikan ide dan pendapatnya secara runtut dan sistematis dalam bentuk tesis ataupun disertasi. Di Australia, seorang sopir bus diharuskan menulis laporan di buku khusus tentang hal-hal yang penting yang ditemuinya selama di perjalanan. Contohnya, ia harus menuliskan atau melaporkan kejadian-kejadian khusus; seperti perubahan temperatur mesin mobilnya yang tiba-tiba meningkat tajam ataupun peristiwa seorang penumpang yang tiba-tiba sakit. Bangsa China dikenal luas sebagai bangsa yang sangat tinggi kemampuannya dalam mendokumentasikan karya-karyanya. Berbeda dengan bangsa lainnya yang sudah maju, haruslah diakui bahwa kemampuan menulis serta mengomunikasikan ide, pikiran, ataupun pendapat sebagian bangsa Indonesia masih harus ditingkatkan. Secara umum, sejalan dengan semakin kuatnya tuntutan keterbukaan dan akuntabilitas dari setiap lembaga, kemampuan mengomunikasikan ide dan pendapat akan semakin dibutuhkan.

Itulah sebabnya, Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 4 pelajaran matematika SMK yang berkaitan dengan komunikasi dalam pembelajaran matematika adalah agar para siswa SMK dapat: “mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah”. Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta MGMP diharapkan dapat:

1. memberikan contoh komunikasi seperti dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006;

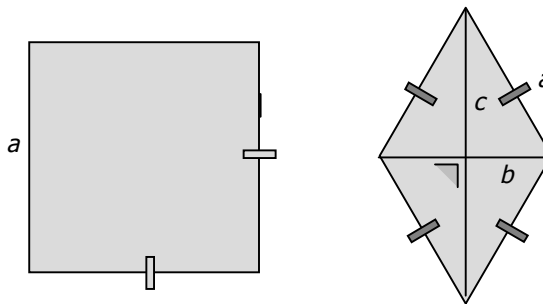
- menjelaskan cara-cara yang dapat dilakukan guru untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa.

A. Contoh Komunikasi dalam Matematika

Perhatikan lalu selesaikan soal atau masalah berikut. Komunikasikan gagasan penyelesaiannya dengan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau penyelesaian masalah tersebut sebagaimana dituntut Permendiknas No 22.

Luas suatu belah ketupat adalah separuh luas suatu persegi. Keliling belah ketupat dan persegi adalah sama. Amir, lulusan SMK, sedang kebingungan karena ia diminta menentukan perbandingan panjang diagonal belah ketupat tersebut. Dapatkah Anda membantu Amir? (Modifikasi soal nomor 16 pada Australian Mathematics Competition 1982 Senior Division).

Berhentilah membaca untuk beberapa saat. Cobalah untuk menuliskan secara lengkap, runtut, dan jelas langkah-langkah penyelesaian soal di atas. Lalu bandingkan dengan alternatif penyelesaian di bawah ini. Kelebihan dan kekurangan apa saja yang Anda dapati atau temui ketika membandingkan hasil keduanya?



Perhatikan gambar di atas. Diketahui bahwa keliling belah ketupat dan persegi tersebut adalah sama. Sekarang, dimisalkan bahwa ukuran atau panjang sisi persegi tersebut adalah a satuan. Karena baik persegi maupun belah ketupat sama-sama memiliki sifat bahwa keempat sisinya sama panjang; sehingga didapat panjang sisi belah ketupatnya adalah a satuan juga seperti ditunjukkan pada gambar di atas. Dengan demikian luas persegi tersebut adalah a^2 satuan luas. Berikutnya dimisalkan bahwa diagonal belah ketupat adalah $2b$ dan $2c$, sehingga:

$$b^2 + c^2 = a^2 \dots (1)$$

Di samping itu, diketahui juga bahwa luas belah ketupat adalah separuh luas persegi, sehingga didapat suatu persamaan dari ketentuan luas belah ketupat tersebut, yaitu:

$$\frac{1}{2} \times 2b \times 2c = \frac{1}{2} a^2$$

$$4bc = a^2 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) didapat persamaan:

$$b^2 + c^2 = 4bc \dots (3)$$

Dimisalkan $b \geq c$, dan dimisalkan: $\frac{b}{c} = k \Leftrightarrow b = ck$, dengan $k \geq 1$. Persamaan $b = ck$

jika disubstitusikan ke (3) persamaan akan didapat:

$$c^2 k^2 + c^2 = 4kc^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 [k^2 - 4k + 1] = 0 \dots (4)$$

Karena $c \neq 0$; maka yang mungkin dari persamaan (4) adalah:

$$k^2 - 4k + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow k_1 = 2 + 2\sqrt{3} \text{ atau } k_1 = 2 - 2\sqrt{3} \text{ (TM)}$$

Jadi, perbandingan panjang diagonal belah ketupat tersebut adalah $1 : (2 + 2\sqrt{3})$ atau dapat juga dinyatakan dengan $(2 + 2\sqrt{3}) : 1$.

Kembali sekarang ke tujuan pembelajaran matematika nomor 4 yaitu membantu siswa agar dapat: "mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah." Contoh di atas, menunjukkan bagaimana penulis paket ini telah berusaha untuk mengomunikasikan gagasan tentang proses pemecahan masalah di atas. Pengkomunikasian penyelesaian soal di atas di antaranya telah menggunakan:

1. simbol geometri. Contohnya pada gambar di atas telah digunakan simbol (lambang) matematika seperti: "⊥" untuk menyatakan sudut siku-siku. Tanda atau lambang persegi panjang hitam (■) untuk menyatakan sisi atau ruas garis yang panjangnya sama. Di samping simbol geometri, digunakan juga simbol aljabar. Contoh simbol aljabar dan aritmetika yang digunakan di antaranya adalah: "+", "-", "×", "√", dan "≥". Selanjutnya, bentuk aljabar seperti $(k^2 - 4k + 1)$ digunakan juga pada proses penyelesaiannya. Telah digunakan juga di dalam proses pelaporan penyelesaiannya adalah sistem persamaan, seperti:

$$b^2 + c^2 = a^2 \dots (1)$$

$$4bc = a^2 \dots (2)$$

2. diagram dalam bentuk gambar persegi dan belah ketupat beserta simbol-simbolnya telah digunakan pada penyelesaian soal di atas.

Dari contoh di atas, jelaslah bahwa dalam proses mengomunikasikan gagasannya, penulis telah berusaha untuk:

1. mengorganisasi dan melaporkan secara runtut kepada para pembaca pemikiran dan proses pemecahan masalah di atas;
2. menggunakan simbol (lambang), diagram, bahasa matematika untuk menyatakan ide-idenya agar lebih cepat dan tepat;
3. mengomunikasikan pemikirannya secara logis dan jelas kepada para pembacanya.

Sebaliknya, para pembaca naskah ini, akan berusaha untuk menangkap ide, proses, pemikiran, dan gagasan penulisnya dengan jalan mencermati, menganalisis, dan mengevaluasi secara kritis pikiran, ide, dan gagasan penulis. Jadi, kemampuan mengomunikasikan gagasan terdiri atas:

1. kemampuan menyampaikan gagasan baik dalam bentuk tertulis maupun lisan dengan maksud untuk meyakinkan dan memfasilitasi ide dan pikiran seseorang agar ide dan gagasannya tersebut dapat diterima para pembaca dengan mudah;
2. memahami dan menerima gagasan serta ide orang lain, namun jika diperlukan, secara kritis, ia akan menolak keseluruhan ataupun sebagian ide maupun gagasan orang lain yang menurutnya salah ataupun tidak valid.

Jadi, pada kegiatan mengomunikasikan gagasan ini, ada dua hal yang harus dicapai para siswa, yaitu peningkatan kemampuan menyampaikan ide dari diri sendiri dan peningkatan kemampuan memahami ide orang lain, baik secara tertulis maupun secara lisan.

Berkait dengan matematika sebagai bahasa, di bawah judul *'Why teach mathematics'*; laporan Cockroft (1986: 1) menyatakan bahwa: *"We believe that all these perceptions of the usefulness of mathematics arise from the fact that mathematics provides a means of communication which is powerful, concise, and unambiguous."* Pernyataan ini menunjukkan tentang perlunya para siswa belajar matematika dengan alasan bahwa matematika merupakan alat komunikasi yang sangat kuat, teliti, dan tidak membingungkan. Selanjutnya, Suriasumantri (1988: 190) menulis: "Matematika adalah bahasa yang melambangkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin kita sampaikan. Lambang matematika bersifat "artifisial" yang baru mempunyai arti setelah sebuah makna diberikan padanya". Sebagai contoh, jika n pada pembuktian di atas melambangkan suatu bilangan asli $n > 1$, maka n hanya melambangkan bilangan asli tertentu tersebut dan tidak bersifat ganda, Artinya, pada pembuktian di atas, n hanya melambangkan anggota-anggota himpunan semestanya, yaitu anggota-anggota himpunan bilangan asli yang lebih dari 1 yaitu: 2, 3, 4, 5, 6, ... ; dan n tidak melambangkan 0,6 ataupun $\sqrt{3}$. Dengan demikian, lambang-lambang yang digunakan harus ditafsirkan sesuai dengan ketentuan yang sudah ditetapkan atau diperjanjikan dan tidak bisa ditafsirkan lain, kecuali lambang n tersebut akan digunakan untuk

pembuktian rumus lain. Lambang n di atas dapat saja diganti dengan lambang lainnya, seperti x atau y , namun harus ditetapkan lebih dahulu pada awal pembuktian. Karenanya, lambang seperti 20×3 ataupun $m \times n$ dapat dipakai untuk melambangkan hal-hal yang berbeda. Namun begitu ditetapkan dan diperjanjikan, lambang tersebut hanya dapat digunakan untuk hal tersebut saja dan tidak dapat digunakan untuk melambangkan hal-hal lain.

B. Meningkatkan Kemampuan Berkomunikasi Siswa

Pertanyaan yang dapat diajukan sekarang adalah: "Bagaimana caranya meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa?" Yang jelas, sebagaimana dinyatakan di depan bahwa peningkatan kemampuan pemecahan masalah adalah dengan memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih memecahkan masalah, maka analoginya, peningkatan kemampuan berkomunikasi para siswa hanya dapat ditingkatkan dengan memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih berkomunikasi dengan temannya, gurunya, dan orang lain. Karenanya, berkait dengan peningkatan kemampuan menyampaikan pendapat dan gagasan serta kemampuan memahami pendapat dan gagasan orang lain, maka kemampuan tersebut dapat ditingkatkan dengan memberi berbagai kesempatan bagi siswa maupun kelompok siswa untuk: (1) mendengarkan; (2) berbicara (menyampaikan ide dan gagasannya); (3) menulis; (4) membaca; dan (4) mempresentasikan.

Kerja kelompok (*cooperative learning*) ditengarai dapat mendorong terjadinya diskusi, pengajuan pertanyaan, mendengarkan secara aktif, dan melaporkan. Kegiatan penulisan jurnal memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan merangkum ide-ide pokok atau ide-ide penting. Di samping itu, kegiatan mempresentasikan hasil diskusi memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan menjelaskan ide serta gagasan mereka. Karenanya, tidak cukup bagi siswa untuk hanya menjelaskan langkah-langkahnya saja. Mereka membutuhkan kesempatan untuk menjelaskan bagaimana mereka mendapatkan ide atau menemukan pemecahan masalah ataupun penyelesaian topik yang sedang didiskusikan. Tidak hanya itu, selama melakukan kegiatan komunikasi matematika ini, para siswa dituntut untuk menunjukkan atau membuktikan kebenaran hasil yang mereka dapat, halangan atau rintangan apa saja yang mereka hadapi ketika menyelesaikan tugas, bagaimana mengatasi masalah tersebut? Selanjutnya, sejak awal, mereka harus menyiapkan jawaban terhadap kemungkinan adanya pertanyaan 'aneh' namun masuk akal dari teman atau kelompok lain.

Berikut ini adalah tiga contoh kegiatan yang teridentifikasi terkait dengan peningkatan kompetensi berkomunikasi di kelas.

1. Catatan Harian (Jurnal) Pembelajaran Matematika

Contohnya adalah catatan harian siswa berikut (McIntosh & Draper 2001: 554) dimana siswa diminta untuk melaporkan tentang hubungan antara topik lama dan topik baru sebagai aktifitas catatan harian siswa:

Topik-topik matematika yang sedang dipelajari saat ini merupakan kelanjutan dari topik-topik yang dipelajari sebelumnya. Penjelasan nya adalah sebagai berikut:

....
....

Contoh lainnya adalah tugas untuk catatan harian siswa (McIntosh & Draper 2001: 556) di mana siswa diminta untuk melaporkan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian materi matematika, seperti di bawah ini.

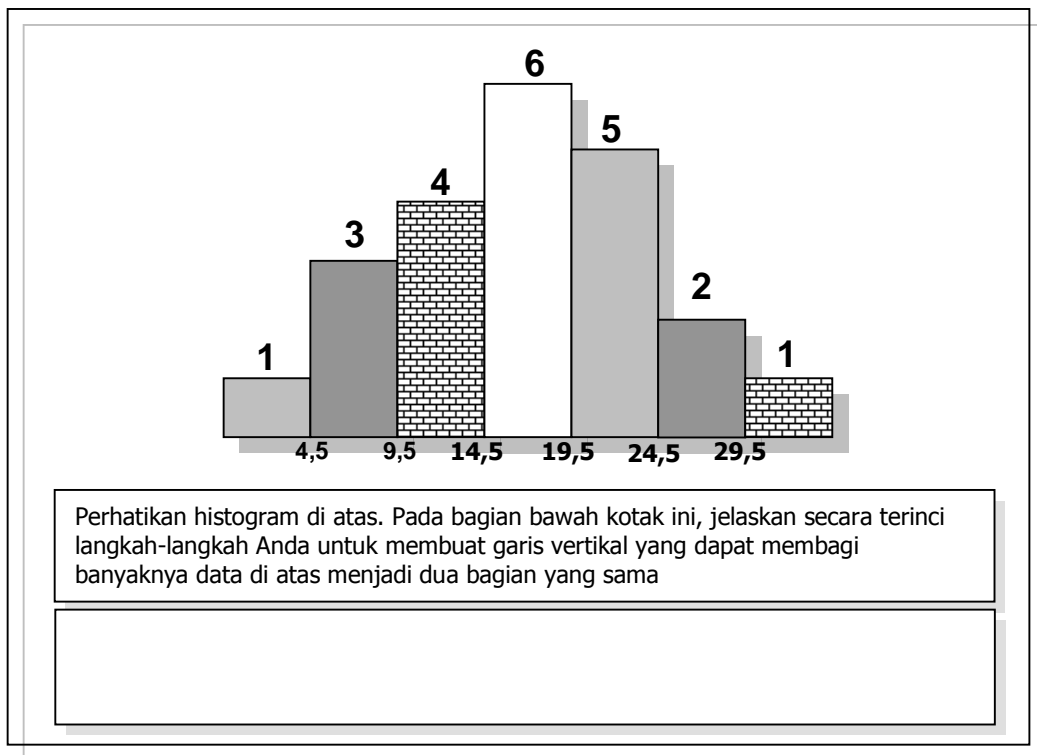
$$6x + 2y = 16$$

$$4y + 8x + 13 = -8 + 2x$$

Pada bagian bawah kotak ini, jelaskan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan dengan dua variabel di samping kanan ini.

....
....

2. Laporan Pemecahan Masalah ataupun Investigasi



Sebelum para siswa mempelajari rumus median, siswa diminta untuk menyelesaikan tugas di atas. Dari tugas inilah, konsep matematika tentang rumus median dapat diturunkan dan ditemukan sendiri oleh para siswa.

3. Laporan Kesalahan

Kesalahan yang dilakukan seorang siswa dapat digunakan sebagai bagian dari proses menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan yang telah dilakukan para siswa. Untuk itu, siswa diminta untuk melakukan ulang tugas-tugas yang salah tersebut. Tugas ulang ini bukan dimaksudkan untuk menghukum para siswa yang salah, namun dimaksudkan sebagai bagian untuk menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan mereka dalam mempelajari atau melaksanakan tugas. Karenanya, alternatif format

laporan kesalahan atau tugas ulang yang disarankan Perlin (2002: 134) adalah sebagai berikut:

Nama: Tanggal: TUGAS ULANG
Nomor Soal/Masalah:

1. Jelaskan secara rinci penyebab kesalahan mengerjakan soal/masalah di atas.

2. Jelaskan secara rinci penyelesaian soal/masalah di atas. *Yakinkan diri untuk menyertakan alasan serta langkah-langkahnya.*

3. Tulis penyelesaian yang benar

Tugas.

1. Berikan contoh komunikasi seperti dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006 dalam pemecahan masalah ini.

Di suatu rumah makan, ANDI sedang duduk mengelilingi meja berbentuk persegi dengan tiga orang temannya. Ketiga teman Andi tersebut bekerja sebagai KELASI, PILOT, dan MARKONIS.

Tentukan pekerjaan Budi jika:

- a. *ANDI seorang sopir*
- b. *Andi duduk di sebelah kiri CHANDRA,*
- c. *BUDI duduk di sebelah kanan kelasi, dan*
- d. *DANI yang duduk berhadapan dengan CHANDRA bukanlah seorang pilot.*

2. Jelaskan cara-cara yang dapat Anda lakukan untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa Anda.

Bab 6

Sikap Menghargai Kegunaan Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 5 pelajaran matematika di SMK adalah agar para siswa SMK dapat: "memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah". Untuk mencapai tujuan sebagaimana diformulasikan pada kalimat di atas maka setelah selesai mengikuti kegiatan di MGMP diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian sikap;
2. menjelaskan pentingnya para siswa memiliki sikap menghargai kegunaan matematika untuk meningkatkan motivasi mereka dalam proses pembelajaran matematika;
3. menjelaskan usaha-usaha yang dapat dilakukan guru dalam meningkatkan sikap menghargai kegunaan matematika.

A. Pengertian Sikap

Kamus Besar Bahasa Indonesia (Depdiknas, 2001:1063) menjelaskan pengertian 'sikap' sebagai: "perbuatan dan sebagainya yang didasarkan pada pendirian, keyakinan." Contoh kalimatnya: "Rakyat akan selalu mengutuk sikap pemimpin-pemimpinnya yang kurang adil". Di samping itu, Rajeki sebagaimana dikutip Norjoharuddeen (2001) menyatakan: "*Attitudes refers to the predisposition to respond in a favourable or unfavourable way with respect to a given object (i.e., person, activity, idea, etc*". Artinya, sikap (*attitudes*) mengacu kepada kecenderungan seseorang dengan respon yang berkaitan dengan 'kesukaan' ataupun 'ketidaksukaan' terhadap suatu objek yang diberikan (seperti orang, kegiatan, ataupun gagasan). Sikap positif maupun sikap negatif dapat ditunjukkan seorang siswa yang berkaitan dengan mata pelajaran matematika.

Sikap seorang siswa SMK terhadap matematika terbentuk dalam waktu yang relatif lama sebagai hasil interaksinya dalam proses pembelajaran matematika. Contoh beberapa sikap negatif adalah: sebagian siswa tidak menyukai matematika. Penyebabnya di antaranya adalah:

1. persepsi umum tentang sulitnya matematika berdasar pendapat orang lain;
2. pengalaman belajar di kelas yang diakibatkan proses pembelajaran yang kurang menarik hati siswa;
3. pengalaman di kelas sebagai hasil perlakuan guru (contohnya mencemooh);
4. persepsi yang terbentuk oleh ketidak berhasilan mempelajari matematika.

B. Pentingnya Menghargai Kegunaan Matematika

Diakui atau tidak, matematika sudah merambah ke segala segi kehidupan. NRC (1989:1) menyatakan bahwa matematika adalah dasar dari sains dan teknologi. Matematika akan memainkan peran yang sangat besar dan menentukan terhadap kejayaan suatu bangsa. Namun pada sisi yang lain, banyak siswa yang menganggap matematika adalah mata pelajaran yang sangat sulit, menjemukan, hanya berkait dengan bilangan, hanya berkait dengan kegiatan menghafal, dan lain sebagainya. Masalahnya, jika ada siswa SMK yang menganggap bahwa matematika sulit atau malah ada yang berpendapat atau sampai memiliki keyakinan bahwa ia tidak pernah berhasil mempelajari matematika atau tidak berbakat mempelajari matematika, maka si siswa tersebut akan mengalami kesulitan di bangku kuliah maupun di tempat kerjanya.

Sekali lagi, NRC (1989:1), telah menyatakan bahwa dunia kerja lebih membutuhkan pekerja cerdas daripada pekerja keras. Artinya, kemampuan atau kompetensi matematika akan semakin dibutuhkan di masa depan mereka. Suka atau tidak suka, mereka harus mengembangkan sikap belajar matematika seumur hidup. Sikap seperti ini tidak akan pernah muncul jika selama di sekolah (SMK) mereka mengalami hal-hal yang negatif ketika mempelajari matematika. Itulah sebabnya, menurut Permendiknas nomor 22, para siswa seharusnya memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Namun seperti dinyatakan di atas, para siswa SMK tidak akan pernah memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat yang baik dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri selama proses pemecahan masalah jika mereka mengalami hal-hal negatif selama proses pembelajaran matematika di kelasnya.

C. Bagaimana Caranya agar Siswa Menghargai Matematika

Memang benar bahwa sikap negatif siswa terhadap matematika akan dipengaruhi juga oleh pengalaman mereka ketika belajar matematika di SD, SMP, maupun SMK. Namun sebagai guru SMK, tugas kita semua untuk menghilangkan sikap negatif para siswa terhadap matematika sedikit demi sedikit, sedemikian sehingga mereka memiliki sikap positif terhadap matematika. Namun pertanyaan yang dapat diajukan adalah: bagaimana caranya agar sikap positif para siswa terhadap matematika dapat meningkat? Secara umum dapat dinyatakan di sini bahwa cara untuk meningkatkan sikap positif terhadap matematika sangat bergantung kepada penyebab munculnya sikap negatif tersebut. Sebagai contoh, ada orang tua yang selalu menyatakan kepada anaknya bahwa: "Matematika merupakan pelajaran yang sulit" atau "Saya selalu mendapat nilai 2,5 ketika ulangan matematika". Kedua pernyataan di atas, akan menyebabkan si siswa sudah merasa bangga jika ia sudah mendapat nilai 3 karena ia merasa nilai yang didapatnya sudah melebihi nilai orang tuanya. Jika dari hasil wawancara dengan siswa, fakta penyebab rendahnya sikap terhadap matematika tersebut dapat terungkap, maka akan lebih mudah bagi guru matematikanya untuk merubah persepsi yang salah tersebut.

Beberapa saran yang dapat dilakukan guru matematika agar sikap negatif terhadap matematika pada diri siswanya dapat berubah menjadi sikap positif di antaranya adalah:

1. proses pembelajaran dimulai dengan suasana yang nyaman, tidak menakutkan, dan tanpa kecemasan. Guru berusaha membawa dunia siswa yang ramai dan sedikit hura-hura ke dunia sekolah untuk menghilangkan sekat-sekat yang ada di antara guru dan siswa. Tujuan dilakukannya hal itu adalah agar guru tersebut dapat dan mampu memimpin dan membantu para siswanya sehingga si guru dapat membawa para siswanya ke tujuan yang didambakan siswanya, seperti diterima di perusahaan ataupun industri maju;
2. dengan ketulusan dan keihlasan hatinya, selalu berusaha membantu siswanya agar mereka bisa mengerjakan tugas matematikanya dengan baik. Ia akan membantu siswanya yang cepat dengan tambahan soal yang lebih sulit atau dengan memberikan penghargaan kepada siswa yang cepat tadi dengan mempercayainya untuk membantu temannya. Tidak hanya itu, ia akan menjadi pendengar yang baik bagi para siswanya, dan ia akan selalu menghargai pendapat siswanya yang salah tanpa menyakiti hatinya, dan secara perlahan namun pasti, ia dapat meyakinkan siswanya bahwa ia salah; dan dapat mengubah pendapat yang salah tersebut ke arah yang benar. Dengan cara seperti ini, para siswa yang merasa tidak memiliki bakat matematika, sedikit demi sedikit akan merasa bahwa ia bisa matematika asal

- belajar dengan sungguh-sungguh. Ia juga tidak segan-segan untuk memuji setiap siswanya yang sudah berusaha;
3. tidak pernah menyatakan atau menunjukkan dengan perbuatan bahwa matematika itu sulit di depan para siswa. Poses pembelajaran yang dilakukannya selalu dimulai dari hal-hal yang mudah, ke sedang, dan diakhiri dengan hal-hal yang sulit. Dengan cara seperti ini, para siswa yang merasa matematika sangat sulit, sedikit demi sedikit akan merasa bahwa matematika itu sejatinya tidak terlalu sulit dan tidak menjemukan;
 4. memperlakukan siswanya sebagai manusia yang sederajat dengannya yang memiliki perasaan, sikap, pendapat, keinginan, dan emosi yang kadangkala sama dan kadangkala juga berbeda. Tidak pernah memcemoooh dan merendahkan siswanya; serta dapat membangun perasaan saling percaya, saling memiliki, dan saling menghargai dengan siswanya. Tidak segan untuk menyemangati misalnya dengan mengatakan: "Ayo kamu pasti bisa";
 5. mengaitkan materi matematika yang diajarkan dengan situasi nyata atau yang berkaitan dengan program keahlian para siswa. Contohnya, materi matematika tentang bunga mejemuk dapat dikaitkan dengan harga tanah yang selalu naik $k\%$ setiap empat bulan.

Tugas Bab VI

1. Jelaskan pengertian sikap lalu berikan contoh sikap positif dan sikap negatif para siswa terhadap matematika.
2. Jelaskan mengapa para siswa harus memiliki sikap positif terhadap matematika.
3. Jelaskan usaha-usaha yang dapat dilakukan guru dalam meningkatkan sikap menghargai kegunaan matematika.

Bab 7

Penutup

Tujuan pelajaran matematika di SMK sebagaimana dinyatakan pada Permendiknas No 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika dimaksudkan untuk mengantisipasi kebutuhan SDM Indonesia agar mampu bersaing menghadapi tantangan global yang akan semakin keras dan tajam. SDM yang diidam-idamkan adalah SDM yang mampu bekerja lebih cerdas daripada hanya bekerja keras. Paket ini telah menjelaskan pengertian istilah-istilah yang ada pada tujuan pelajaran matematika di SMK. Tidak hanya itu, paket ini membahas juga contoh konkretnya beserta saran-saran pelaksanaannya di kelas selama proses pembelajaran. Harapannya, setelah membaca paket ini, para guru matematika SMK dapat mencobakan atau memparaktekkan materi yang telah dipelajarinya pada paket ini selama proses pembelajaran di kelas. Selanjutnya para peserta MGMP diharapkan akan dapat mengembangkan sendiri contoh-contoh lainnya untuk digunakan di kelasnya masing-masing. Akan lebih bermanfaat jika hasil karya para peserta MGMP tersebut dicobakan juga di kelas peserta MGMP lainnya. Dari hasil prkatek tersebut, perencanaan yang sudah disusun dapat diperbaiki dan disempurnakan jika memang dianggap perlu. Pada akhirnya, tujuan pelajaran matematika di SMK sebagaimana dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006 akan dapat terlaksana dengan baik. Bagi Bapak maupun Ibu Guru yang memiliki pertanyaan, saran atau kritik dapat menghubungi penulis paket ini.

Tes

1. Jelaskan perbedaan penekanan pada pembelajaran konsep, hubungan antar konsep, dan algoritma.
 2. Jelaskan pembelajaran yang menekankan penalaran induktif dan deduktif.
 3. Bagaimana cara guru meningkatkan kemampuan memecahkan masalah siswa?
 4. Bagaimana cara guru meningkatkan sikap menghargai matematika para siswa?
- Para pengguna dapat dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tesnya telah mencapai minimal 75%.

Daftar Pustaka

- Cockroft, W.H. 1986. *Mathematics Counts*. London: HMSO.
- Cooney, T.J., Davis, E.J., Henderson, K.B. 1975. *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston : Houghton Mifflin Company.
- Copi, I.M. 1978. *Introduction to Logic*. New York: Macmillan.
- Depdiknas – Pusat Kurikulum – Balitbang. 2002. *Kurikulum Berbasis Kompetensi Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta.
- Depdiknas. 2006. *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- Mcintosh, M.E. & Draper, R.J. 2001. Using learning logs in mathematics. *Mathematics Teacher* Vol 94(7) : 554-557
- Norjoharuddeen B. Mohd Nor. 2001. *Belief, Attitudes and Emotions in Mathematics Learning*. Makalah disajikan pada diklat PM-0917. Penang: Seameo-Reksam.
- NRC. 1989. *Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington DC: National Academy Press
- Perlin, M.H. 2001. Rewrite to improve. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Vol 8 (3): 134-1377
- Polya, G. 1973. *How To Solve It* (2nd Ed). Princeton: Princeton University Press.
- Suriasumantri, J.S. 1988. *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Sinar Harapan.

Lampiran

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab II

1. Tergantung pada contoh SK atau KD yang dipilih peserta. Namun yang penting, konsep harus berkait dengan pengertian dalam matematika; keterkaitan antarkonsep merupakan rumus, teorema, atau dalil matematika; dan algoritma harus berupa urutan langkah pengerjaan.
2. Lihat di atas.
3. Berdasar jawaban soal 1 dan 2, perbedaan mendasarnya adalah:
 - a. pada proses pembelajaran konsep siswa harus dapat membedakan objek yang termasuk konsep dan objek yang tidak termasuk konsep. Siswa juga harus tahu alasannya berdasar sifat (atribut) khusus setiap konsep;
 - b. pada proses pembelajaran keterkaitan antarkonsep, penekanannya adalah pada bagaimana keterkaitan antarkonsep tersebut didapat, ingat, paham konsep yang ada, dan dapat menggunakannya;
 - c. pada proses pembelajaran algoritma, penekanannya adalah pada urutan langkahnya. Siswa juga harus tahu mengapa langkah-langkah seperti itu harus dan dapat digunakan.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab III

1. Pada penalaran induktif, proses penarikan kesimpulannya adalah dari kasus-kasus khusus ke bentuk umum (*general*). Sedangkan penalaran deduktif, proses penarikan kesimpulannya adalah dari bentuk umum ke kasus-kasus khusus. Karenanya, pada penalaran induktif; hasilnya lebih luas dari kasus-kasus khususnya. Akibatnya, hasil (simpulan) pada penalaran induktif masih ada kemungkinan bernilai salah. Di dalam matematika hasil tersebut masih disebut dugaan (*conjectures*) sebelum dapat dibuktikan menggunakan penalaran deduktif. Pada penalaran deduktif hasilnya lebih sempit dari bentuk umum yang dijadikan

- premis (dasar penarikan kesimpulan). Akibatnya, hasil (simpulan) pada penalaran deduktif yang valid tidak akan pernah bernilai salah jika premisnya bernilai benar.
2. Pada pembelajaran di kelas, penalaran induktif pada umumnya lebih mudah diterima siswa sehingga dapat digunakan pada awal kegiatan pembelajaran. Itulah sebabnya, pada akhir-akhir ini marak istilah seperti investigasi, eksplorasi, maupun penemuan. Namun hasil ini masih harus dibuktikan secara deduktif untuk meyakinkan siswa.
 3. Tergantung topik yang dipilih.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab IV

1. 'Soal biasa' atau 'soal rutin' serta 'masalah' adalah sama-sama terkategori sebagai soal atau pertanyaan yang harus dijawab. Suatu soal disebut 'soal biasa' atau 'soal rutin' bagi seseorang jika orang tersebut sudah pernah menyelesaikan soal tersebut atau sudah tahu jawabannya, sehingga untuk menyelesaikan soal tersebut, ia hanya membutuhkan ingatan yang baik saja. Namun suatu soal disebut 'masalah' bagi seseorang jika orang tersebut tertantang untuk menyelesaikannya namun ia belum mengetahui langkah-langkah pemecahannya; sehingga untuk menyelesaikannya ia membutuhkan kemampuan berpikir yang melebihi kemampuan mengingat yang baik saja.
2. Empat langkah standar pada proses pemecahan masalah yang sesuai dengan Permendiknas No 22 tahun 2006 adalah: (1) memahami masalah; (2) merancang model matematika; (3) menyelesaikan model; dan (4) menafsirkan solusi yang diperoleh.
3. Kunci: $4 \times 5 \times 5 \times 5 - 1 = 500 - 1 = 499$.
4. Implikasinya pada pembelajaran matematika di kelas.
 - a. Memberi kesempatan para siswa berlatih memecahkan masalah yang benar-benar dikategorikan sebagai 'masalah' dalam arti soal non rutin.
 - b. Memberi kesempatan para siswa berlatih menggunakan empat langkah proses pemecahan masalah yang ada.
 - c. Memberi kesempatan para siswa untuk belajar memecahkan masalah sejak awal proses pembelajaran dengan mengajukan masalah realistik atau masalah kontekstual bagi siswanya.
 - d. Memberi bantuan kepada para siswa sesuai kebutuhan mereka, dalam arti tidak terlalu banyak namun juga tidak terlalu sedikit.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab V

1. Usahakan untuk menggunakan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas pemecahan masalah ini. Namun kalau memang tidak mungkin jangan dipaksakan untuk menggunakannya. Pekerjaan Budi adalah pilot.
2. Cara-cara untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi di antaranya adalah:
 - a. memberi kesempatan bagi siswa maupun kelompok siswa untuk: mendengarkan; berbicara (menyampaikan ide dan gagasannya); menulis; membaca; dan mempresentasikan;
 - b. salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi adalah pembelajaran kooperatif;
 - c. tugas-tugas yang dapat digunakan di antaranya:
 - 1) Catatan Harian (Jurnal) Pembelajaran Matematika
 - 2) Laporan Pemecahan Masalah ataupun Investigasi
 - 3) Laporan Kesalahan.

Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab VI

1. Sikap (*attitudes*) mengacu kepada kecenderungan seseorang untuk merespon dengan 'suka' ataupun 'tidak suka' terhadap suatu objek yang diberikan (seperti orang, kegiatan, ataupun gagasan. Contoh sikap positif terhadap matematika adalah: "Saya suka/senang/menggemari matematika". Contoh sikap negatif terhadap matematika adalah: "Matematika sulit/tidak ada gunanya/membosankan".
2. Sikap positif maupun sikap negatif yang terbangun secara perlahan-lahan dapat membantu atau malah menghambat proses pembelajaran seorang siswa. Sebagai contoh, seorang siswa yang memiliki sikap negatif adalah ketika ia berkeyakinan bahwa dirinya tidak akan berhasil mempelajari matematika. Sikap negatif seperti itu dapat menyebabkan ia menjadi 'masa bodoh' dan tidak mau lagi belajar matematika. Itulah sebabnya, tugas guru adalah untuk mengubah sikap negatif tersebut sedikit demi sedikit sehingga menjadi sifat positif yang akan membrikan dorongan kuat baginya untuk lebih giat mempelajari matematika.
3. Cara yang dapat dilakukan di antaranya: membuat pembelajaran menyenangkan bagi siswa namun masih tetap dalam kontrol guru, mengusahakan setiap siswa berhasil belajar sesuai kemampuannya, selalu menghargai siswanya, mengusahakan agar siswanya tidak menerima bahwa matematika itu sulit.

Alternatif Kunci Jawaban Tes

Para pengguna paket, Anda dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tes Anda telah mencapai minimal 75%. Berikut ini alternatif jawaban tes.

1. Pada pembelajaran konsep, penekanannya adalah pada kemampuan siswa untuk dapat menentukan sifat atau atribut khusus dari konsep tersebut. Pada pembelajaran hubungan antar konsep penekanannya adalah pada hubungan dan pada konsep-konsep yang ada, sehingga pada rumus yang ada, siswa dapat menentukan arti dan pengertian setiap lambang. Pada pembelajaran algoritma penekanannya adalah pada urutan langkah-langkahnya.
2. Pada pembelajaran yang menekankan pada penalaran induktif dan deduktif; pembelajaran biasanya dimulai secara induktif dan diikuti secara deduktif. Pada pembelajaran menentukan suku ke- n suatu barisan aritmetika misalnya, proses pembelajarannya dapat dimulai dengan contoh-contoh menentukan suku ke- k dari suatu barisan dan diikuti dengan pembelajaran secara deduktif dan formal matematis dalam bentuk umum.
3. Beberapa cara guru meningkatkan kemampuan memecahkan masalah siswa adalah dengan memberi kesempatan siswa untuk belajar memecahkan masalah yang terdiri atas empat langkah. Kegiatan seperti itu dapat dimulai di awal kegiatan dengan memberi masalah kontekstual atau masalah realistik dan selama atau setelah kegiatan dengan soal penerapan pengetahuan pada soal non rutin.
4. Cara guru meningkatkan sikap menghargai matematika para siswa di antaranya adalah dengan: (1) melaksanakan proses pembelajaran dalam suasana yang nyaman, tidak menakutkan, dan tanpa kecemasan bagi siswa, (2) secara tulus dan ikhlas akan selalu berusaha membantu siswanya, baik siswa yang cepat apalagi untuk siswa yang lambat, (3) selalu menunjukkan dengan perbuatan bahwa matematika itu tidak sulit, (4) selalu memperlakukan siswanya sebagai manusia yang sederajat dengannya, dan (5) selalu mengaitkan materi matematika yang diajarkan dengan situasi nyata atau yang berkaitan dengan program keahlian para siswa.

Daftar Pustaka

- Cockroft, W.H. 1986. *Mathematics Counts*. London: HMSO.
- Cooney, T.J., Davis, E.J., Henderson, K.B. 1975. *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston : Houghton Mifflin Company.
- Copi, I.M. 1978. *Introduction to Logic*. New York: Macmillan.
- Depdiknas – Pusat Kurikulum – Balitbang. 2002. *Kurikulum Berbasis Kompetensi Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta.
- Depdiknas. 2006. *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- Mcintosh, M.E. & Draper, R.J. 2001. Using learning logs in mathematics. *Mathematics Teacher* Vol 94(7) : 554-557
- Norjoharuddeen B. Mohd Nor. 2001. *Belief, Attitudes and Emotions in Mathematics Learning*. Makalah disajikan pada diklat PM-0917. Penang: Seameo-Recsam.
- NRC. 1989. *Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington DC: National Academy Press
- Perlin, M.H. 2001. Rewrite to improve. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Vol 8 (3): 134-1377
- Polya, G. 1973. *How To Solve It* (2nd Ed). Princeton: Princeton University Press.
- Suriasumantri, J.S. 1988. *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Sinar Harapan.

