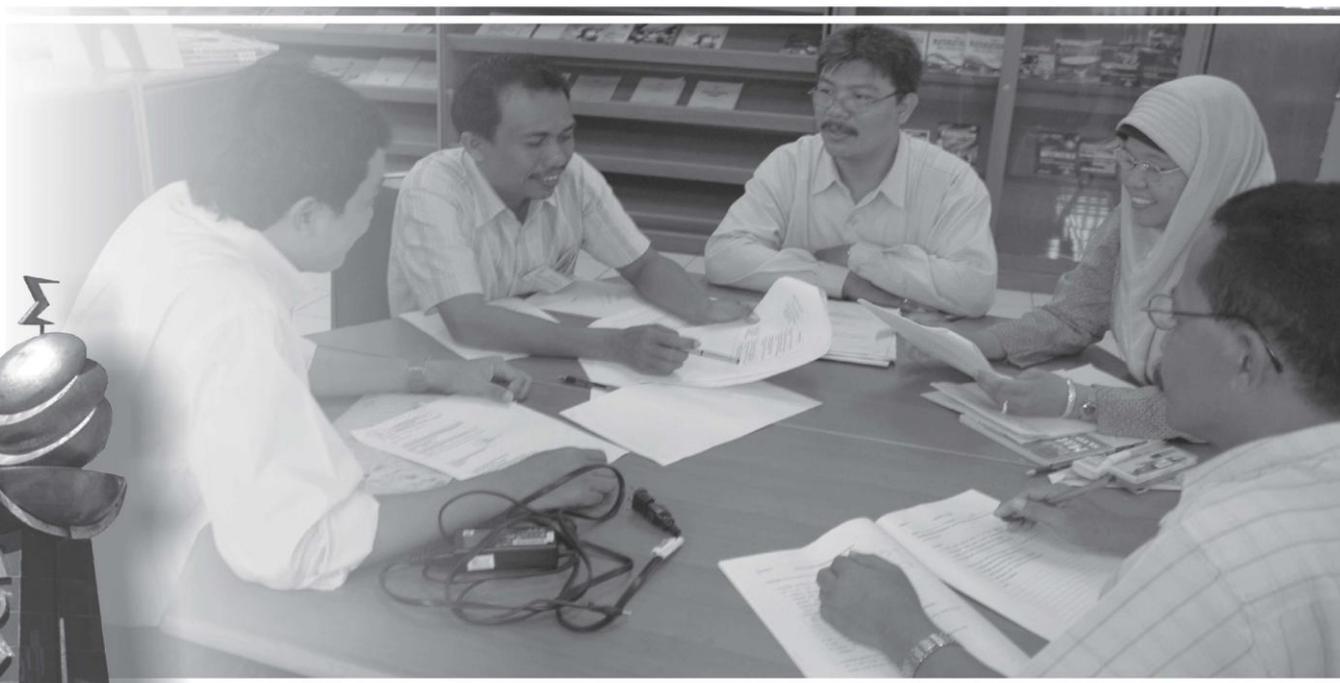




DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

APLIKASI TEORI BELAJAR



Oleh:
Fadjar Belajar, M.App.Sc



PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

Jl. Kaliurang Km. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
Kotak Pos 31 YKBS YOGYAKARTA 55281

Telp. (0274) 885752, 881717, 885725, Faks. (0274) 885752

Website: www.p4tkmatematika.com, E-mail: p4tkmatematika@yahoo.com



Daftar Isi

Kata Pengantar	-----	i
Daftar Isi	-----	ii
Kompetensi/Sub Kompetensi	-----	iii
Peta Bahan Ajar	-----	iii
Skenario Pembelajaran	-----	iv
Bab I	Pendahuluan	----- 1
	A. Latar Belakang	----- 1
	B. Tujuan Penulisan	----- 2
	C. Ruang Lingkup	----- 2
Bab II	Psikologi Tingkah Laku (<i>Behaviourism</i>)	----- 3
	A. Teori Psikologi Tingkah Laku	----- 3
	B. Fakta, Konsep, Prinsip, dan Keterampilan Matematika	----- 3
	C. Hirarki Belajar	----- 5
Bab III	Teori Pemahaman (<i>Understanding</i>) dari Skemp	----- 7
Bab IV	Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget	----- 9
	A. Empat Tahap Perkembangan	----- 9
	B. Proses Perkembangan Kognitif	----- 10
	C. Faktor yang Mempengaruhinya	----- 11
Bab V	Konstruktivisme Sosial Vygotsky	----- 12
	A. Apa Inti Konstruktivisme?	----- 12
	B. Konstruktivisme Sosial dari Vygotsky	----- 12
	C. Implikasinya pada Proses pembelajaran	----- 13
Bab VI	Teori Presentasi Bruner	----- 15
	A. Tiga Tahap pada proses Belajar	----- 15
	B. Empat Teorema Belajar Mengajar	----- 17
Bab VII	Belajar Bermakna dari David P. Ausubel	----- 19
	A. Belajar dengan Membeo?	----- 19
	B. Mengapa Harus Belajar Bermakna?	----- 20
Bab VIII	Penutup	----- 22
Daftar Pustaka	-----	23
Lampiran: Kunci Jawaban Tugas	-----	24

KOMPETENSI

Memiliki kemampuan menguraikan latar belakang psikologis dan strategis dari pembelajaran yang dipilihnya.

SUB KOMPETENSI

Memiliki kemampuan menjelaskan psikologi pembelajaran baik yang menyangkut psikologi tingkah laku maupun psikologi kognitif dan psikologi yang mengacu pada paham konstruktifis.

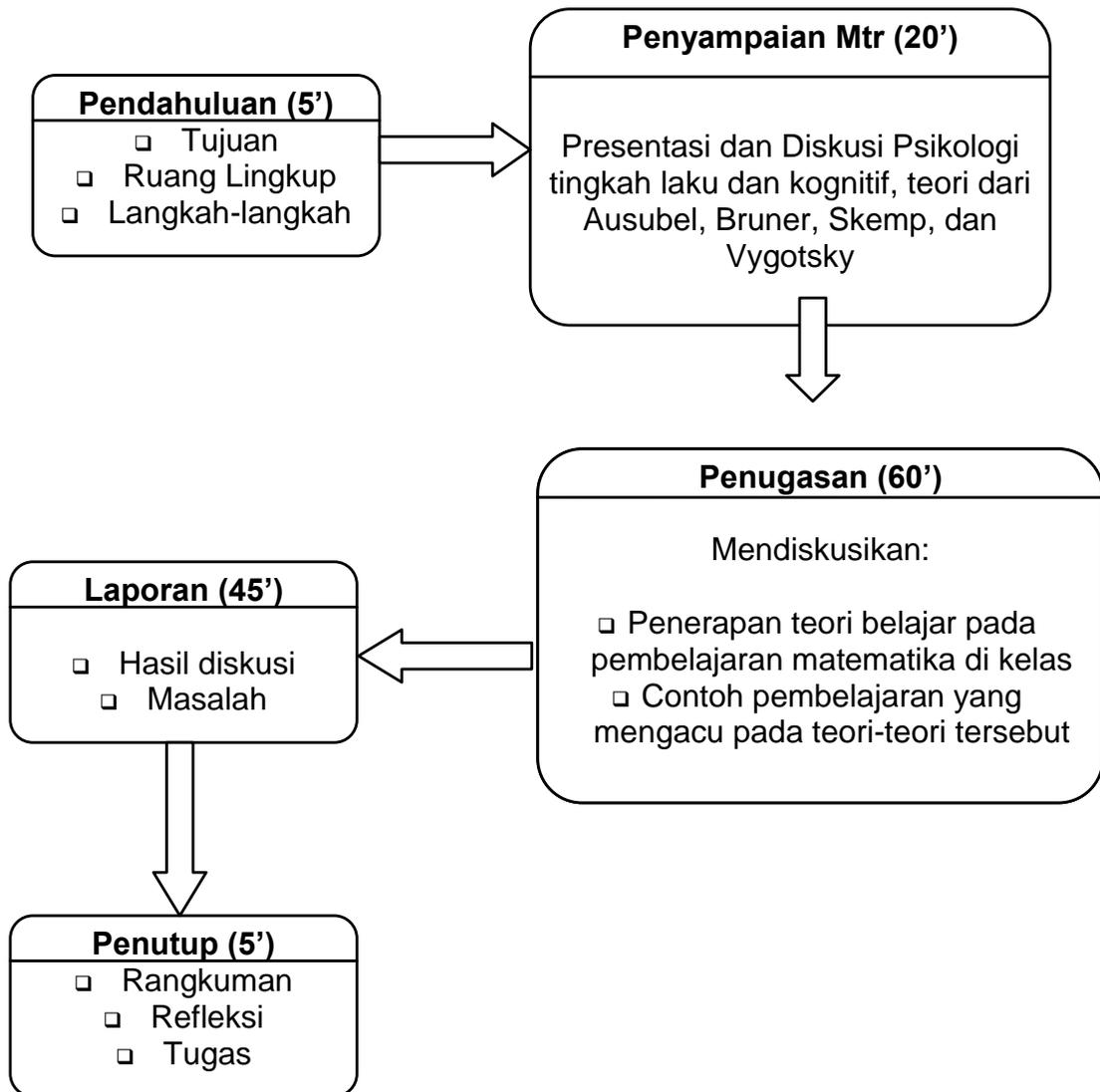
PETA BAHAN AJAR

Mata diklat untuk jenjang dasar ini tidak membutuhkan pengetahuan prasyarat, sehingga dapat berdiri sendiri. Pada diklat jenjang dasar ini kepada para peserta diberikan pengetahuan yang berkait dengan:

- ❑ Psikologi tingkah laku (*behaviourism*)
- ❑ Teori pemahaman keterkaitan (*relational understanding*) dan pemahaman instrumental (*instrumental understanding*)
- ❑ Psikologi perkembangan kognitif
- ❑ Psikologi sosial Vygotsky
- ❑ Teori presentasi Bruner
- ❑ Teori belajar bermakna Ausubel

Berdasar pengetahuan tersebut, pada diklat tahap lanjut dan menengah, kepada para peserta diharapkan sudah lebih mampu menyusun contoh-contoh pembelajaran yang lebih sesuai dengan tuntutan pendekatan terbaru seperti RME (*Realistic Mathematics Education*), PBL (*Problem Based Learning*), ataupun CTL (*Contextual Teaching & Learning*) melalui perencanaan dan diskusi di diklat tingkat lanjut atau menengah maupun di MGMP.

SKENARIO PEMBELAJARAN



Bab I

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Tugas seorang guru adalah membantu siswanya mendapatkan informasi, ide-ide, keterampilan-keterampilan, nilai-nilai dan cara-cara berpikir serta mengemukakan pendapat. Namun tugas guru lainnya yang sangat penting adalah membimbing mereka tentang bagaimana belajar yang sesungguhnya dan bagaimana memecahkan setiap masalah yang menghadang dirinya sehingga bimbingan dari gurunya tersebut dapat digunakan dan dimanfaatkan di masa depan mereka. Karena itu, tujuan jangka panjang pembelajaran adalah untuk meningkatkan kemampuan para siswa agar ketika mereka sudah meninggalkan bangku sekolah, mereka akan mampu mengembangkan diri mereka sendiri dan mampu memecahkan masalah yang muncul. Untuk itulah, di samping telah dibekali dengan pengetahuan dan keterampilan matematis, mereka sudah seharusnya dibekali juga dengan kemampuan untuk belajar mandiri dan belajar memecahkan masalah. Proses pembelajaran yang terjadi selama siswa duduk di bangku sekolah dengan sendirinya lalu menjadi sangat menentukan keberhasilan mereka di masa yang akan datang.

Bagi sebagian siswa, Matematika telah dikenal sebagai mata pelajaran yang sulit. Hasil rata-rata NEM para siswa baik di SD, SLTP, maupun SMU telah membenarkan pendapat bahwa matematika merupakan pelajaran yang sulit. Tidak hanya itu, sebagian siswa ada yang menganggap bahwa dirinya tidak berbakat mempelajari matematika. Seorang siswa yang memiliki anggapan seperti itu sepertinya sudah memvonis dirinya untuk tidak usah belajar matematika lagi, karena meskipun belajar matematika, ia akan tetap tidak bisa. Tentunya, anggapan seperti itu cukup menghawatirkan. Karenanya, selama pelatihan di PPPPTK Matematika ini, para guru matematika akan dibekali dengan mata tatar Psikologi Pembelajaran Matematika, sehingga pengetahuan ini dapat langsung dimanfaatkan di kelas.

Berkait dengan masalah yang berkaitan dengan psikologi pembelajaran matematika di kelas, beberapa pertanyaan awal yang dapat diajukan adalah:

- Mengapa sebagian siswa SMP tidak menyukai mata pelajaran matematika? Bagaimana mengatasinya?
- Apa yang dapat dilakukan Bapak dan Ibu Guru untuk mengatasi hal tersebut.
- Mengapa sebagian siswa SMP tidak bisa memfaktorkan bentuk-bentuk Persamaan Kuadrat, seperti memfaktorkan $x^2 - 7x + 10$?
- Ketika Bapak atau Ibu Guru menjadi siswa atau sedang mengikuti pelatihan, pernahkah Bapak atau Ibu Guru tidak memahami apa yang disampaikan sang penyaji? Mengapa hal seperti itu dapat terjadi?
- Mengapa sebagian siswa SMP tidak bisa menentukan atau menjawab suatu pertanyaan, padahalnya pengetahuan itu sudah disampaikan beberapa kali?

Beberapa pertanyaan tadi, merupakan masalah yang dapat dijawab dengan bantuan suatu ilmu pengetahuan yang dikenal dengan psikologi, namun ada juga yang menyebutnya sebagai teori belajar atau *learning theories*, diantaranya: Psikologi tingkah laku

(*behaviourism*), teori pemahaman relasional (*relational understanding*) dan pemahaman instrumental (*instrumental understanding*) dari Skemp, psikologi kognitif, psikologi sosial dari Vygotsky, teori presentasi Bruner yang terdiri atas enaktif, ikonik, dan simbolik; serta teori belajar bermakna dari Ausubel

B. Tujuan Penulisan

Sebagian besar orang memahami bahwa psikologi membahas tentang bagaimana seseorang belajar, tentang bagaimana orang tersebut melakukan atau melaksanakan suatu tugas, dan tentang bagaimana ia bisa berkembang. Pengertian tersebut dinyatakan Resnick dan Ford (1984:3) yaitu: “*Most people know psychology is concerned with how people learn, with how they perform tasks, and with how they develop.*” Meskipun begitu, Resnick dan Ford mengajukan beberapa pertanyaan yang berkaitan dengan pembelajaran matematika, di antaranya:

- Daripada hanya membahas atau mengkaji tentang bagaimana cara seseorang berpikir ketika ia sedang mengerjakan tugasnya, mengapa kita tidak mengkaji bagaimana cara seseorang berpikir ketika ia sedang mengerjakan matematika?
- Daripada hanya membahas atau mengkaji tentang bagaimana pemahaman konsep dapat berkembang di benak siswa, mengapa kita tidak mengkaji tentang bagaimana pemahaman konsep matematika dapat berkembang di benak siswa?

Psikologi pembelajaran matematika menurut Resnick dan Ford (1984:4) adalah ilmu yang mengkaji tentang struktur atau susunan bangunan matematika itu sendiri dan mengkaji juga tentang bagaimana seseorang itu berpikir (*think*), bernalar (*reason*), dan bagaimana ia menggunakan kemampuan intelektualnya tersebut. Pada akhir-akhir ini, banyak ahli pembelajaran matematika yang muncul, di antaranya Resnick dan Ford yang telah menulis buku berjudul “*The Psychology of Mathematics for Instruction*” dan juga Orton yang menulis buku “*Learning Mathematics*”. Kedua buku tersebut membahas teori belajar yang langsung dikaitkan dengan materi matematika.

C. Ruang Lingkup

Dengan demikian, dapatlah disimpulkan bahwa bahan ajar ini disusun dengan maksud untuk membantu para guru matematika SMP dengan beberapa teori, model-model maupun bentuk-bentuk pembelajaran matematika yang dapat mendukung tercapainya pembelajaran matematika yang menyenangkan, aktif, efektif, dan kreatif.

Tulisan ini disusun sebagai bahan bacaan untuk menambah wawasan para peserta diklat yang diadakan di PPPPTK Matematika Yogyakarta, yaitu para guru matematika SMP. Setiap bagian bahan ajar ini dimulai dengan teori-teori belajar yang dianggap penting diikuti dengan contoh-contoh praktis yang dapat langsung dicobakan para guru di lapangan. Untuk lebih memantapkan, bahan ajar ini dilengkapi dengan masalah untuk didiskusikan para peserta pelatihan. Jika para pemakai bahan ajar ini mengalami kesulitan atau memiliki saran ataupun kritik yang membangun, sudi kiranya menghubungi penulisnya, Fadjar Shadiq, M.App.Sc; dengan alamat: PPPPTK Matematika Yogyakarta, Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta 5528 atau email: fadjar_p3g@yahoo.com.

Bab II

Psikologi Tingkah Laku (*Behaviourism*)

Memahami teori belajar dari para pakar psikologi sangatlah penting untuk keberhasilan proses pembelajaran matematika di kelas. Dengan memahami teori belajar yang ada, para guru dapat merancang proses pembelajaran di kelasnya. Tiap-tiap teori memiliki keunggulan dan kelemahan sendiri-sendiri. Yang paling penting, guru hendaknya dapat menggunakan dengan tepat keunggulan tiap teori tersebut. Terdapat dua macam teori belajar yang dikenal, yaitu teori belajar dari penganut psikologi tingkah laku (*behaviourist*) dan dari penganut psikologi kognitif (*cognitive science*).

A. Teori Psikologi Tingkah Laku

Pernahkan Bapak dan Ibu menyaksikan sirkus di Televisi? Bagaimana menurut Bapak dan Ibu cara mengajari binatang-binatang yang ada sehingga mereka dapat melakukan tugasnya dengan baik? Beberapa pertanyaan yang lebih spesifik yang dapat diajukan adalah:

1. Mengapa para pelatih binatang tersebut ada yang membawa cemati?
2. Mengapa para pelatih binatang tersebut selalu diberi sesuatu jika ia dapat menyelesaikan tugasnya dengan baik?
3. Dapatkah keterampilan yang sudah dikuasai binatang tersebut dikembangkan untuk kegiatan lainnya?

Para penganut psikologi tingkah laku memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) dan balasan dari siswa (*response*) yang dapat diamati. Mereka berpendapat juga bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Di samping itu, mereka berpendapat juga bahwa kuat tidaknya hubungan ditentukan oleh kepuasan maupun ketidakpuasan yang menyertainya (*law of effect*). Itulah sebabnya, ganjaran ataupun penguatan merupakan kata kunci dalam proses pembelajaran.

Teori belajar yang dikemukakan penganut psikologi tingkah laku ini cocok digunakan untuk mengembangkan kemampuan siswa yang berhubungan dengan pencapaian hasil belajar (pengetahuan) matematika seperti fakta, konsep, prinsip, dan skill atau keterampilan yang telah dinyatakan Robert M. Gagne sebagai objek-objek langsung matematika. Gagne sendiri dinyatakan oleh Orton (1987:38) sebagai *neobehaviourist*.

B. Fakta, Konsep, Prinsip, dan Keterampilan Matematika

Ahli belajar (*learning theorist*) Gagne telah membagi objek-objek matematika menjadi objek langsung dan objek-objek tak langsung. Objek langsungnya adalah fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan (FKPK). Sedangkan objek tak langsungnya adalah berpikir logis, kemampuan memecahkan masalah, sikap positif terhadap matematika, ketekunan, ketelitian, dan lain-lain. Jadi, objek tak langsung adalah kemampuan yang secara tak langsung akan dipelajari siswa ketika mereka mempelajari objek langsung matematika. Berkait dengan pembagian ini, kemungkinan besar akan muncul dua pertanyaan penting

pada diri pembaca, yaitu: Apa itu fakta, konsep, prinsip, ataupun keterampilan? Apa pentingnya pembagian itu pada pembelajaran matematika?

Jika Anda diminta menentukan hasil dari $5 + 2 \times 10$; berapa hasilnya menurut Anda? *Fakta* adalah konvensi (kesepakatan) dalam matematika seperti lambang, notasi, ataupun aturan seperti $5 + 2 \times 10 = 5 + 20$, di mana operasi perkalian didahulukan dari operasi penjumlahan. Lambang “1” untuk menyatakan banyaknya sesuatu yang tunggal merupakan contoh dari fakta. Begitu juga lambang “+”, “-“, ataupun “ \times ” untuk operasi penjumlahan, pengurangan, ataupun perkalian. Seorang siswa dinyatakan telah menguasai fakta jika ia dapat menuliskan fakta tersebut dan menggunakannya dengan benar. Karenanya, cara mengajarkan fakta adalah dengan menghafal, drill, ataupun peragaan yang berulang-ulang.

Jika *fakta* merupakan kesepakatan, maka *konsep* adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu objek dan menerangkan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Seorang siswa disebut telah mempelajari konsep segitiga jika ia telah dapat membedakan yang termasuk segitiga dari yang bukan segitiga. Untuk sampai ke tingkat tersebut, siswa harus dapat mengenali atribut atau sifat-sifat khusus dari segitiga.

Ketika mempelajari matematika, terdapat beberapa istilah seperti bilangan, persegi-panjang, bola, lingkaran, segitiga, sudut siku-siku, ataupun perkalian. Ketika Bapak atau Ibu Guru menyatakan persegi, seorang siswa harus dapat memahami konsep tersebut, sehingga yang dibayangkan siswanya harus sama dengan yang diharapkan gurunya dan harus sama dengan yang ditetapkan matematikawan.

Ada empat cara mengajarkan konsep, yaitu:

- a. Dengan cara membandingkan obyek matematika yang termasuk konsep dan yang tidak termasuk konsep.
- b. Pendekatan deduktif, dimana proses pembelajarannya dimulai dari definisi dan diikuti dengan contoh-contoh dan yang bukan contohnya.
- c. Pendekatan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya.
- d. Kombinasi deduktif dan induktif, dimulai dari contoh lalu membahas definisinya dan kembali ke contoh, atau dimulai dari definisi lalu membahas contohnya lalu kembali membahas definisinya.

Pada intinya, ketika seorang guru atau orang lain menyatakan bilangan genap ataupun persegi-panjang, maka harus ada bayangan tentang objek yang dimaksudkan beserta atribut khususnya sehingga ia dapat membedakan yang masuk konsep tersebut dan yang tidak termasuk konsep tersebut.

Prinsip adalah suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Contohnya, rumus luas lingkaran berikut: $L = \pi \times r \times r$. Pada rumus tadi, terdapat beberapa konsep yang digunakan, yaitu konsep luas (L), konsep π beserta nilai pendekatannya, dan konsep jari-jari (r). Seorang siswa dinyatakan telah memahami prinsip luas segitiga jika ia: Ingat rumus atau prinsip yang bersesuaian; memahami beberapa konsep yang

digunakan serta lambang atau notasinya; dan dapat menggunakan rumus atau prinsip yang bersesuaian pada situasi yang tepat.

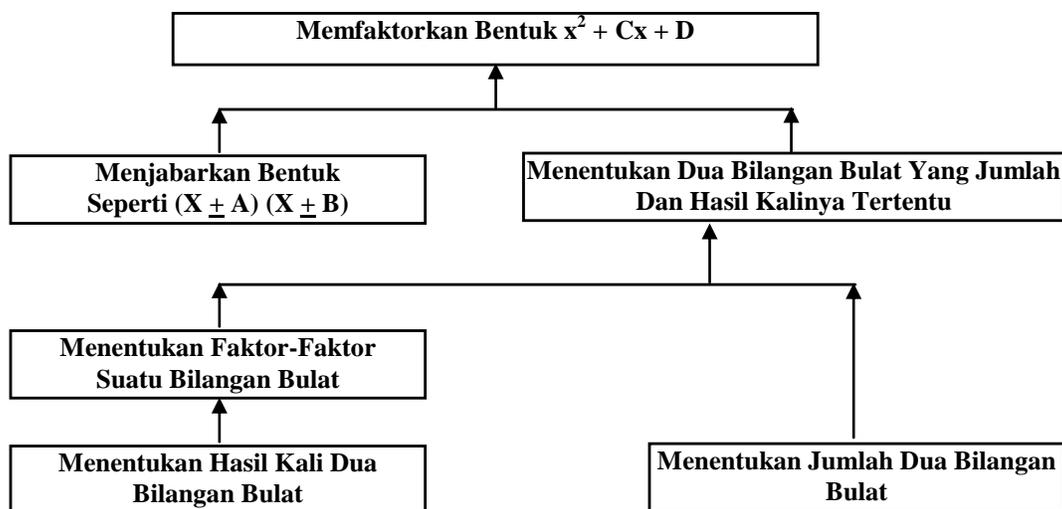
Keterampilan (skill) adalah suatu prosedur atau aturan untuk mendapatkan atau memperoleh suatu hasil tertentu. Contohnya menentukan penjabaran dari $(x - 3)(x + 7)$; dan memfaktorkan $x^2 - 9x$; $x^2 - 9$; $x^2 - 2x - 3$; dan $2x^2 - 9x + 4$. Misalkan saja anda diminta untuk memfaktorkan $x^2 - 2x - 3$. Apa yang harus Anda lakukan? Prosedur atau aturan untuk mendapatkan atau memperoleh hasilnya? Seorang siswa dinyatakan belum menguasai suatu keterampilan jika ia tidak menghasilkan suatu penyelesaian yang benar atau tidak dapat menggunakan dengan tepat suatu prosedur atau aturan yang ada.

C. Hirarki Belajar

Mengapa suatu topik harus diajarkan mendahului topik lainnya? Atas dasar apa penentuan itu? Apakah hanya didasarkan pada kata hati para guru dan pakar saja? Gagne memberikan alasan pemecahan dan pengurutan materi pembelajaran dengan selalu menanyakan pertanyaan ini: "Pengetahuan apa yang lebih dahulu harus dikuasai siswa agar ia berhasil mempelajari suatu pengetahuan tertentu?" Setelah mendapat jawabannya, ia harus bertanya lagi seperti pertanyaan di atas tadi untuk mendapatkan pengetahuan prasyarat yang harus dikuasai dan dipelajari siswa sebelum ia mempelajari pengetahuan tersebut. Begitu seterusnya sampai didapat urutan-urutan pengetahuan dari yang paling sederhana sampai yang paling kompleks.

Karena itu, hirarki belajar harus disusun dari atas ke bawah. Dimulai dengan menempatkan kemampuan, pengetahuan, ataupun ketrampilan yang menjadi salah satu tujuan dalam proses pembelajaran di puncak dari hirarki belajar tersebut, diikuti kemampuan, ketrampilan, atau pengetahuan prasyarat (*prerequisite*) yang harus mereka kuasai lebih dahulu agar mereka berhasil mempelajari ketrampilan atau pengetahuan di atasnya itu.

Pada suatu hari, seorang teman guru matematika yang sudah mengajar beberapa tahun di SMA jurusan IPS mengeluh tentang sebagian besar siswanya yang tetap tidak bisa atau belum mampu untuk memfaktorkan. Apa yang dapat Anda sarankan untuk memecahkan masalah di atas? Penyelesaian masalah di atas tadi dapat didekati dengan menggunakan teori hirarki belajar yang telah digagas Gagne. Pertanyaan awal yang dapat diajukan sebagaimana disarankan Gagne tadi adalah: Pengetahuan apa yang lebih dahulu harus dikuasai siswa agar ia berhasil memfaktorkan? Alternatif hirarki belajar tentang memfaktorkan bentuk aljabar adalah seperti ditunjukkan pada gambar di bawah ini. Bapak dan Ibu Guru Matematika dapat saja menyempurnakan hirarki belajar ini berdasarkan pengalaman di lapangan. Dari gambar di bawah akan terlihat jelas bahwa pengetahuan atau ketrampilan memfaktorkan yang telah ditetapkan menjadi salah satu tujuan pembelajaran khusus harus diletakkan di puncak dari hirarki belajar tersebut, diikuti di bawahnya, ketrampilan atau pengetahuan prasyarat (*prerequisite*) yang harus dikuasai lebih dahulu agar para siswa berhasil mempelajari ketrampilan atau pengetahuan di atasnya itu. Begitu seterusnya sehingga didapatkan hirarki belajar tersebut.



Hal paling penting yang perlu mendapat perhatian serius dari para guru matematika adalah bersifat hirarkisnya mata pelajaran matematika ini. Tidaklah mungkin seorang siswa mempelajari suatu materi tertentu jika mereka tidak memiliki pengetahuan prasyarat yang cukup. Hal tersebut berlaku dari tingkat sekolah dasar sampai dengan tingkat perguruan tinggi. Seorang siswa SMP sekalipun akan mengalami kesulitan melakukan operasi pembagian jika ia tidak menguasai dengan baik operasi perkalian. Seorang mahasiswa tidak akan mungkin mempelajari integral dengan baik jika ia tidak memiliki bekal yang cukup tentang turunan atau diferensial.

Perlu rasanya untuk mengingatkan para guru matematika, bahwa jika menemui siswa yang mengalami kesulitan atau melakukan kesalahan, cobalah untuk berpikir jernih dalam menentukan penyebabnya, yaitu dengan menggunakan teori tentang hirarki belajar ini sebagai salah satu alat pentingnya. Sekali lagi seorang siswa tidak akan dapat mempelajari atau menyelesaikan tugas tertentu jika mereka tidak memiliki pengetahuan prasyaratnya. Karena itu, untuk memudahkan para siswa selama proses pembelajaran di kelas, proses tersebut harus dimulai dengan memberi kemudahan bagi para siswa dengan mengecek, mengingatkan kembali, dan memperbaiki pengetahuan-pengetahuan prasyaratnya. Sebagai penutup, penulis ingin menyatakan bahwa tugas guru matematika memanglah berat, namun sangat mulia dan akan sangat menentukan kemajuan bangsa ini di masa yang akan datang. Di atas pundak Bapak dan Ibu gurulah tugas mulia tersebut terletak.

Bahan Diskusi

1. Mengapa guru matematika harus memberi latihan dan PR kepada para siswanya?
2. Berdasar pada pengalaman sebagai guru, beri contoh kesulitan pembelajaran matematika SMP yang penyebabnya berkait dengan sifat kehirarkisan materi matematika.
3. Buatlah satu contoh hirarki belajar dari suatu topik matematika tertentu.
4. Berilah contoh lain dari Fakta, Konsep, Prinsip, dan Skill.
5. Sebutkan beberapa hal tentang implikasi dari teori para penganut psikologi tingkah laku pada pembelajaran matematika.

Bab III

Teori Pemahaman (*Understanding*) Dari Skemp

Ada tulisan menarik yang dikemukakan Bell (1978) berikut ini:

“Understanding of theories about how people learn and the ability to apply these theories in teaching mathematics are important prerequisites for effective mathematics teaching (p.97).”

Apa yang telah dikemukakan Bell tadi, telah menunjukkan kepada para guru akan pentingnya pemahaman teori-teori yang berkait dengan bagaimana para siswa belajar dan bagaimana mengaplikasikan teori tersebut di kelasnya masing-masing. Salah seorang ahli adalah Skemp yang telah menyatakan dan membedakan dua pemahaman, yaitu pemahaman relasional (*relational understanding*) dan pemahaman instrumental (*instrumental understanding*). Menurut Skemp (1989:2):

“... by calling them ‘relational understanding’ and ‘instrumental understanding’. By the former is meant what I, and probably most readers of this article, have always meant by understanding: knowing both what to do and why. Instrumental understanding I would until recently not have regarded as understanding at all. It is what I have in the past described as ‘rules without reasons’.”

Artinya, “... yang disebut dengan pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional menurut saya dan mungkin juga menurut pembaca dapat diartikan sebagai pemahaman: memahami dua hal secara bersama-sama apa dan mengapanya. Pemahaman instrumental dimana saya sampai saat ini belum memasukkan pada pemahaman secara keseluruhan. Itulah yang pada masa-masa lalu dijelaskan sebagai ‘aturan tanpa alasan’.

Misalkan saja seorang guru matematika SMP mengingatkan siswanya tentang luas persegipanjang adalah $L = p \times l$. Seorang siswa lalu ada yang menyatakan bahwa ia tidak mengerti tentang rumus tersebut. Gurunya lalu menjelaskan dengan menyatakan: “Rumus itu menunjukkan bahwa untuk mendapatkan luas suatu persegipanjang, Anda harus mengalikan panjang dan lebar persegipanjang itu.” Si siswa lalu menyatakan: “Kalau begitu saya mengerti sekarang.” Si siswa lalu melanjutkan menyelesaikan tugasnya mengerjakan soal-soal latihan.

Si siswa menyatakan bahwa dirinya telah mengerti atau paham tentang luas persegipanjang. Jika Anda sebagai gurunya lalu menyatakan kepadanya: “Mungkin Anda menganggap telah mengerti tentang luas persegipanjang, padahalnya Anda belum memahaminya,” mungkin si siswa tidak akan menerima pernyataan tersebut. Si siswa akan berargumen dengan menyatakan bahwa dirinya telah berhasil menyelesaikan soal-soal yang berkait dengan penentuan luas persegipanjang tersebut dengan benar.

Beberapa contoh pembelajaran yang lebih mengacu pada pemahaman instrumental adalah aturan perkalian pada pecahan berikut, yang disampaikan Bapak Guru langsung dihadapan siswanya:

Untuk mengalikan suatu pecahan dengan pecahan, kalikan kedua pembilang pecahan tersebut untuk mendapatkan pembilang dari hasil perkaliannya, begitu juga untuk penyebutnya.

Contohnya: $\frac{2}{3}$ dari $\frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{13} = \frac{30}{65} = \frac{6}{13}$$

Tanda perkalian “×” secara umum digunakan untuk menggantikan kata “dari”

Bahan Diskusi:

1. Mengapa contoh pembelajaran di atas dinyatakan lebih mengacu pada pemahaman instrumental dan tidak mengacu pada pemahaman relasional?
2. Apa kelemahan dari pembelajaran yang lebih mengacu pada pemahaman instrumental?
3. Apa kelebihan yang mungkin ada dari pembelajaran yang lebih mengacu pada pemahaman instrumental?

Bab IV

Psikologi Perkembangan Kognitif Piaget

Teori dari Piaget yang paling penting diketahui para guru matematika adalah, perkembangan kognitif seorang siswa sangat bergantung kepada seberapa jauh si anak itu dapat memanipulasi dan aktif berinteraksi dengan lingkungannya. Menurut Piaget, ada tiga aspek pada perkembangan kognitif seseorang, yaitu: struktur, isi, dan fungsi kognitifnya. Struktur kognitif atau skemata (*schema*), merupakan organisasi mental tingkat tinggi yang terbentuk pada saat orang itu berinteraksi dengan lingkungannya. Isi kognitif merupakan pola tingkah laku seseorang yang tercermin pada saat ia merespon berbagai masalah, sedangkan fungsi kognitif merupakan cara yang digunakan seseorang untuk memajukan tingkat intelektualnya, yang terdiri atas organisasi dan adaptasi. Dua porses yang termasuk adaptasi adalah asimilasi dan akomodasi.

A. Empat Tahap Perkembangan

Piaget membagi perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas tahap seperti ditunjukkan tabel berikut:

No	Umur (Tahun)	Tahap
1.	0 – 2	Sensori Motor
2.	2 – 7	Pra-operasional
3.	7 – 11	Operasional Konkret
4.	11 +	Operasional Formal

Pada **tahap sensori motor** (0-2 tahun) seorang anak belajar menggunakan dan mengatur kegiatan fisik dan mental menjadi rangkaian perbuatan yang bermakna. Pada tahap ini, pemahaman anak sangat bergantung pada kegiatan (gerakan) tubuh dan alat-alat indera mereka.

Pada tahap **pra-operasional** (2-7 tahun), seorang anak masih sangat dipengaruhi oleh hal-hal khusus yang didapat dari pengalaman menggunakan indera, sehingga ia belum mampu untuk melihat hubungan-hubungan dan menyimpulkan sesuatu secara konsisten. Pada tahap ini, anak masih mengalami kesulitan dalam melakukan pembalikan pemikiran (*reversing thought*) serta masih mengalami kesulitan bernalar secara induktif maupun deduktif, namun pemikirannya masih dalam tahap taransduktif, yaitu suatu proses penarikan kesimpulan dari hal khusus yang satu ke hal khusus yang lain.

Pada tahap **operasional konkret** (7-11 tahun), seorang anak dapat membuat kesimpulan dari suatu situasi nyata atau dengan menggunakan benda konkret, dan mampu mempertimbangkan dua aspek dari suatu situasi nyata secara bersama-sama (misalnya, antara bentuk dan ukuran).

Pada tahap **operasional formal** (11⁺ tahun), kegiatan kognitif seseorang tidak mesti menggunakan benda nyata. Dengan kata lain, mereka sudah mampu melakukan abstraksi, dalam arti mampu menentukan sifat atau atribut khusus sesuatu tanpa menggunakan

benda nyata. Pada tahap ini, kemampuan bernalar secara abstrak meningkat, sehingga seseorang mampu untuk berpikir secara deduktif.

Tahun-tahun yang dicantumkan oleh Piaget di atas dapat dijadikan sebagai rujukan para guru. Alasannya, mungkin kondisi para siswa Indonesia agak berbeda dengan siswa yang diteliti Piaget. Di samping itu, ada juga pendapat yang menyatakan bahwa bagi seseorang yang telah berada pada tahap operasional formal sekalipun, untuk hal-hal yang baru, mereka masih membutuhkan benda nyata ataupun gambar/diagram. Karenanya, faktor ‘nyata’ atau ‘real’ pada proses pembelajaran ini akan sangat menentukan keberhasilan ataupun kegagalan pembelajaran di kelas.

B. Proses Perkembangan Kognitif

Proses perkembangan kognitif seorang anak melalui proses adaptasi dan organisasi ditunjukkan Piaget melalui diagram di bawah ini.

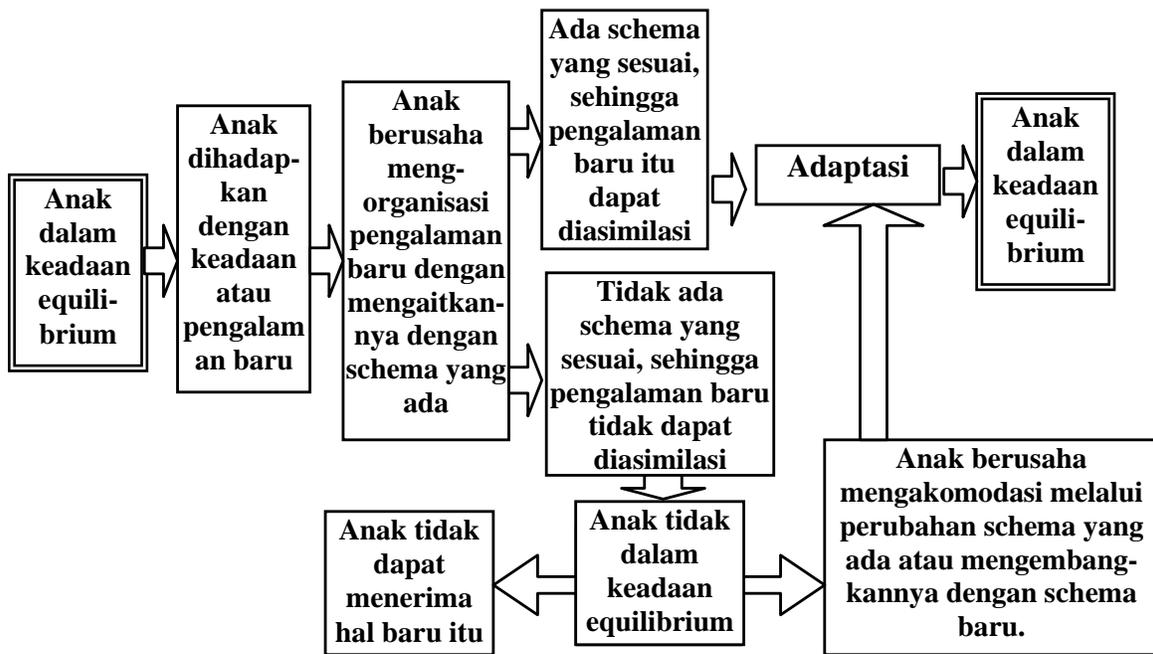


Diagram di atas menunjukkan bahwa menurut Piaget, perkembangan kognitif siswa melalui adanya pengalaman baru yang lalu dikaitkan atau dihubungkan dengan struktur kognitif (*schema*), melalui proses adaptasi yang terdiri dua proses yang dapat terjadi bersama-sama, yaitu:

- Asimilasi, yaitu suatu proses dimana suatu informasi atau pengalaman baru disesuaikan dengan kerangka kognitif yang ada di benak siswa.
- Akomodasi, yaitu suatu proses perubahan atau pengembangan kerangka kognitif yang ada di benak siswa agar sesuai dengan pengalaman yang baru dialami.

Karena itulah, pengikut Piaget meyakini bahwa pengalaman belajar aktif cenderung lebih meningkatkan perkembangan kognitif daripada pengalaman belajar pasif. Aktif di sini berarti si siswa melibatkan mentalnya selama memanipulasi benda-benda konkret.

Perkalian dapat diasimilasi sebagai penjumlahan (penjumlahan berulang). Akibat selanjutnya, akan terjadi perubahan atau pengembangan kerangka kognitif si siswa. Kerangka kognitifnya tidak hanya berkait dengan penjumlahan saja, akan tetapi berubah dan bertambah dengan penjumlahan berulang yang dapat disebut juga dengan perkalian.

C. Faktor yang Mempengaruhinya

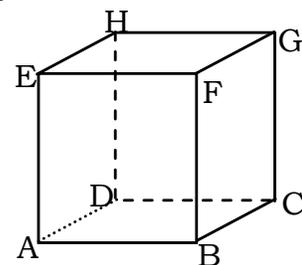
Piaget menjelaskan bahwa perkembangan kognitif seseorang dipengaruhi oleh empat hal berikut:

1. Kematangan (*maturation*) otak dan sistem syarafnya.
2. Pengalaman (*experience*) yang terdiri atas:
 - a. Pengalaman fisik (*physical experience*), yaitu interaksi manusia dengan lingkungannya.
 - b. Pengalaman logiko-matematis (*logico-mathematical experience*), yaitu kegiatan-kegiatan pikiran yang dilakukan manusia. Contohnya, ini lebih tinggi dari itu, karena
3. Transmisi sosial (*social transmission*), yaitu interaksi dan kerjasama yang dilakukan oleh manusia dengan orang lain
4. Penyeimbangan (*equilibration*), suatu proses, sebagai akibat ditemuinya pengalaman (informasi) baru, seperti ditunjukkan diagram di atas.

Tugas

1. Piaget membagi perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas empat tahap. Apa implikasi dari teori tersebut terhadap pembelajaran matematika di SMP?
2. Berilah contoh asimilasi dan akomodasi yang dapat terjadi pada struktur kognitif siswa SMP ketika terjadi proses pembelajaran matematika di kelas. Apa yang dapat dilakukan agar proses asimilasi dan akomodasi ini terjadi dengan baik dan mulus?
3. Berilah contoh aplikasi teori Piaget tentang kematangan, pengalaman, transmisi sosial, dan penyeimbangan dalam proses pembelajaran di SMP
4. Penulis pernah bertanya kepada siswa SMA pertanyaan berikut:
 - a. Berbentuk apakah bangun datar BCGF?
 - b. Apa yang dapat Anda katakan tentang ruas garis BF dan CD?

Ada siswa SMA yang menjawab bahwa BCGF berbentuk jajargenjang dan garis BF berpotongan dengan CD. Berilah komentar tentang jawaban siswa ini, kaitkan dengan teori Piaget tentang empat tahap perkembangan kognitif seseorang.



Bab V

Konstruktivisme Sosial Vygotsky

Mengapa ada siswa yang menyatakan bahwa $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$? Ada juga siswa yang menyatakan bahwa $(a + b)^2 = a^2 + b^2$? Begitu juga, ada siswa SMA yang menyatakan $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$?

A. Apa Inti Konstruktivisme?

Ketika penulis bertanya kepada siswa SMP, mengapa ia menyatakan $(a + b)^2 = a^2 + b^2$? Jawabannya adalah karena $2(a + b) = 2a + 2b$. Hal ini telah menunjukkan bahwa si siswa secara aktif telah menanggapi hal-hal yang menarik hatinya, berdasar pada pengetahuan yang ada pada struktur kognitifnya. Jelaslah bahwa teori yang dikemukakan siswa tadi telah didasarkan kepada pengetahuan yang sudah ada di dalam benaknya. Konstruktivisme menyatakan bahwa pengetahuan akan tersusun atau terbangun di dalam pikiran siswa sendiri ketika ia berupaya untuk mengorganisasikan pengalaman barunya berdasar pada kerangka kognitif yang sudah ada di dalam pikirannya, sebagaimana dinyatakan Bodner (1986:873): “... *knowledge is construed as the learner strives to organize his or her experience in terms of preexisting mental structures*”. Dengan demikian, pengetahuan tidak dapat dipindahkan dengan begitu saja dari otak seorang guru ke otak siswanya. Setiap siswa harus membangun pengetahuan itu di dalam otaknya sendiri-sendiri.

Para ilmuwan pernah menyatakan bahwa benda-benda langit berputar mengelilingi bumi. Pendapat yang salah ini dapat bertahan selama dua abad lamanya. Jika para ilmuwan dapat melakukan kesalahan, maka para siswa akan dapat melakukan kesalahan dengan kadar yang jauh lebih tinggi karena keterbatasan pengalaman, penalaran dan pengetahuan prasyarat mereka. Di dalam ruang kelas, ada siswa yang menyatakan bahwa $1 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Nyatalah sekarang bahwa $1 : \frac{1}{2}$ telah diperlakukan seperti memperlakukan $1 : 2$. Contoh ini sebetulnya telah menunjukkan inti dari teori konstruktivisme, yaitu para siswa akan secara aktif membangun pengetahuannya, dalam hal ini ia secara tidak sadar telah membangun suatu teori atau pengetahuan bahwa: $1 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ berdasar pada pengetahuan yang sudah dimilikinya, yaitu $1 : 2$. Hal yang sama terjadi pada siswa SMP yang menyatakan $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ berdasar pada $2(a + b) = 2a + 2b$.

Siswa tadi jelas melakukan suatu kesalahan yang sangat mendasar. Meskipun begitu, seorang siswa tidak akan memberikan jawaban yang salah itu dengan sengaja. Artinya, ia akan tetap meyakini kalau jawaban itu benar adanya. Inti dari teori konstruktivisme lainnya adalah, mengajar tidak dapat disamakan dengan mengisi air ke dalam botol atau menuliskan informasi pada kertas kosong. Proses pembelajaran akan berhasil hanya jika para siswa tersebut telah berusaha dengan sungguh-sungguh untuk mengolah dan mencerna informasi baru tersebut dengan menyesuakannya pada pengetahuan yang telah tersimpan di dalam kerangka kognitifnya ataupun dengan mengubah kerangka kognitifnya tersebut. Pertanyaan mendasar yang harus dijawab sekarang adalah: antisipasi apa yang harus dilakukan agar siswa tidak melakukan kesalahan seperti itu lagi.

B. Konstruktivisme Sosial dari Vygotsky?

Mengapa sebagian orang Indonesia kesulitan mempelajari Bahasa Inggris dan kalah cepat untuk mempelajarinya dari anak-anak di Inggris? Apa yang menyebabkan anak-anak di Inggris sangat cepat belajar Bahasa Inggris. Berdasar fenomena yang disampaikan ini,

tidaklah salah jika Lev Vygotsky lalu menyatakan bahwa interaksi sosial, dalam arti interaksi individu tersebut dengan orang lain merupakan salah satu faktor penting yang dapat memicu perkembangan kognitif seseorang. Seorang anak kecil di Indonesia akan dengan cepat belajar Bahasa Indonesia dibandingkan dengan orang dewasa Inggris yang kurang berinteraksi dengan masyarakat yang menggunakan Bahasa Indonesia sebagai bahasa sehari-harinya.

Vygotsky juga menyatakan bahwa setiap anak memiliki zona perkembangan proksimal (*ZPD* atau *Zone of Proximal Development*) yang merupakan selisih antara tingkat perkembangan siswa yang aktual, tanpa bantuan dan dukungan orang lain yang lebih dewasa dan lebih berpengalaman, dengan perkembangan siswa jika ia mendapatkan bantuan atau dukungan dari orang yang lebih kompeten. Dukungan dan bantuan dari orang yang lebih berkompeten yang menyebabkan terjadinya *ZPD* itulah yang disebut dengan dukungan dinamis atau *scaffolding*.

C. Implikasinya Pada Proses Pembelajaran

Sebagaimana sudah dinyatakan, tidak setiap pengetahuan dapat dipindahkan dengan mudah dari otak seorang guru ke dalam otak murid-muridnya. Hanya dengan usaha keras tanpa mengenal lelah dari siswa sendirilah suatu pengetahuan dapat dibangun dan diorganisasikan ke dalam kerangka kognitif si siswa tadi. Menurut paham konstruktivisme, seorang siswa harus membangun sendiri pengetahuan tersebut. Karenanya seorang guru dituntut menjadi fasilitator proses pembelajarannya. Berikut ini adalah contoh pembelajaran yang lebih mengaktifkan siswa. Mungkin cara ini sudah pernah dilakukan para guru yang sedang mengikuti diklat ini.

RENCANA PEMBELAJARAN
Mata Pelajaran: Matematika
Kemampuan Dasar: 10. Melakukan kegiatan Statistika

- A. Indikator: Siswa dapat menghitung mean data tunggal dan menjelaskan maknanya.
- B. Materi pembelajaran:
 - Mean data tunggal
 - Makna mean
- C. Media
 - 1. Batu kecil, mur, kelereng, manik-manik, atau yang sejenisnya
 - 2. OHP dan transparansi, papan tulis, kapur, dll
- D. Skenario Pembelajaran
 - 1. Kepada tiga siswa pada tiap kelompok diberikan batu kecil sebanyak 10, 10, dan 7.
 - 2. Minta kepada tiga siswa tadi untuk membagi sama batu kecil yang didapat.
 - 3. Diskusikan secara kelompok cara membagi sama batu kecil tersebut.
 - 4. Diskusikan secara pleno cara membagi sama batu kecil tersebut. Alternatifnya:
 - a. Siswa yang mendapat 10 buah batu kecil memberikan salah satu batu kecilnya kepada siswa yang memiliki 7 batu kecil
 - b. Seluruh batu kecil dikumpulkan lalu dibagi tiga.
 - 5. Dari kegiatan 3 di atas, dibahas pengertian rata-rata hitung sebagai hasil bagi jumlah semua ukuran dengan banyaknya ukuran
 - 6. Membahas makna mean dengan siswa.

7. Meminta siswa menentukan rata-rata nilai matematika 10 orang siswa berikut: 8, 8, 7, 7, 5, 7, 6, 7, 7, 6 dengan berbagai cara. Diskusikan cara mereka mendapatkan rata-rata nilai tersebut.
8. Dari kegiatan 5 di atas, dibahas salah satu cara mendapatkan rata-rata hitung suatu data, yaitu $\bar{x} = \frac{5 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 5 + 8 \times 2}{1 + 2 + 5 + 2}$
9. Meminta siswa menentukan rata-rata nilai matematika 10 orang siswa berikut: 108, 108, 107, 107, 105, 107, 106, 107, 107, 106. Diskusikan cara mereka mendapatkan rata-rata nilai tersebut.

E. Penilaian

1. Tentukan mean (rata-rata), median, dan modus dari data berikut:
 - a. 4, 9, 6, 6, 7, 7, 3, 5, 6, 5.
 - b. 44, 49, 46, 46, 47, 47, 43, 45, 46, 45.
 - c. 40, 90, 60, 60, 70, 70, 30, 50, 60, 50.

Hal menarik apa saja yang dapat Anda nyatakan dari hasil itu? Apakah hal itu terjadi secara kebetulan saja ataukah dapat dibuktikan?

2. Hitunglah nilai rata-rata dari data berikut:

Nilai (x)	6	7	8	9	10
Banyak anak (f)	5	7	14	8	6

Guru mengamati dan berdiskusi dengan siswa atau kelompok siswa untuk membantu, dan mengarahkan mereka.

Contoh di atas menunjukkan peran guru sebagai seorang fasilitator dalam membantu siswanya agar dapat dengan mudah mengkonstruksi sendiri pengetahuan tentang rata-rata. Agar suatu pengalaman baru dapat terkait dengan pengetahuan yang sudah ia miliki, maka proses pembelajaran harus dimulai dari pengetahuan yang sudah ada di dalam pikiran siswa (sudah ada kerangka kognitifnya) ataupun mudah ditangkap siswa (mudah dibangun kerangka kognitifnya). Namun paling penting dan mendasar, tugas utama seorang guru adalah menjadi fasilitator sehingga proses pembelajaran di kelasnya dapat dengan mudah membantu para siswa untuk membentuk (mengkonstruksi) pengetahuan yang baru tersebut ke dalam kerangka kognitifnya.

D. Bahan Diskusi

1. Ada pernyataan bahwa suatu pengetahuan tidak dapat dipindahkan dari otak seorang guru dengan begitu saja ke dalam otak siswa. Setujukah Anda dengan pendapat tersebut?
2. Sebutkan langkah-langkah pembelajaran yang menggunakan konstruktivisme sebagai acuannya.
3. Buatlah model pembelajaran yang berbeda dari contoh di atas yang mengacu pada konstruktivisme.

Bab VI

Teori Presentasi Bruner

Berbeda dengan Teori Belajar Piaget yang telah membagi perkembangan kognitif seseorang dari bayi sampai dewasa atas empat tahap berdasar umurnya, maka Bruner membagi penyajian proses pembelajaran dalam tiga tahap, yaitu tahap enaktif, ikonik dan simbolik. Di samping itu, Bruner juga membahas teorema-teorema tentang cara belajar dan mengajar matematika.

A. Tiga Tahap pada Proses Belajar

Teori Bruner tentang tiga tahap pada proses belajar yang akan dibahas kali ini berkaitan dengan tiga tahap yang harus dilalui para siswa agar proses belajarnya dapat terjadi secara optimal. Dalam arti akan terjadi internalisasi pada diri siswa tersebut, yaitu suatu keadaan dimana pengalaman yang baru dapat menyatu kedalam struktur kognitif mereka. Ketiga tahap pada proses belajar tersebut adalah:

1. Tahap Enaktif.

Pada tahap ini, para siswa dituntut untuk mempelajari pengetahuan (matematika tentunya) dengan menggunakan benda konkret atau menggunakan situasi yang nyata bagi para siswa. Contohnya, ketika para siswa belajar penjumlahan dan pengurangan, maka siswa dapat menggunakan benda konkret seperti: batu, buah-buahan, lidi, ataupun sedotan. Dapat ditambahkan bahwa istilah “konkret” atau “nyata” berarti dapat diamati dengan menggunakan panca indera para siswa.

Ketika belajar penjumlahan dua bilangan bulat, para siswa dapat saja memulai proses pembelajarannya dengan menggunakan beberapa benda nyata sebagai “jembatan” seperti:

- Siswa yang bergerak sesuai aturana yang ada, yaitu:
 - $3 + 2$ berarti maju 3 langkah (dari O) diikuti maju 2 langkah.
 - $3 + (-2)$ berarti maju 3 langkah (dari O) diikuti mundur 2 langkah.
 - $(-3) + 2$ dan $(-3) + (-2)$ bagaimana Bergeraknya?
 - $3 - 2$ berarti maju 3 langkah (dari O), balik arah dan maju 2 langkah.
 - $3 - (-2)$ berarti maju 3 langkah (dari O), balik arah dan mundur 2 langkah
- Semacam koin dari plastik dengan tanda “+” dan “-“.

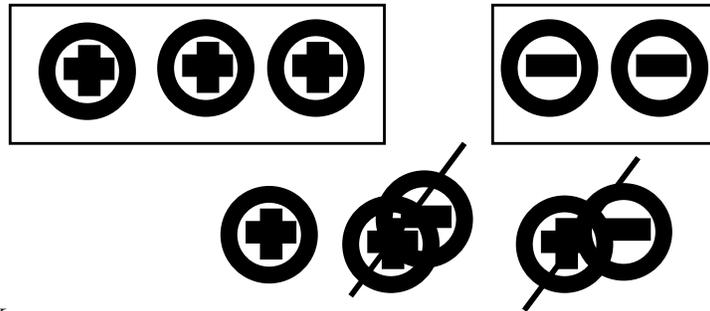
2. Tahap Ikonik.

Setelah mempelajari pengetahuan dengan benda nyata atau benda konkret, tahap berikutnya adalah tahap ikonik, dimana para siswa mempelajari suatu pengetahuan dalam bentuk gambar atau diagram sebagai perwujudan dari kegiatan yang menggunakan benda konkret atau nyata tadi.

Jika pada proses pembelajaran penjumlahan dua bilangan bulat dimulai dengan menggunakan benda nyata berupa garis bilangan sebagai “jembatan”, maka tahap ikonik untuk beberapa penjumlahan dapat saja berupa gambar atau diagram berikut:



Gambar di atas menunjukkan $(+3) + (+2) = +5$. Sedangkan gambar di bawah ini menunjukkan $(+3) + (-2) = +1$, dua tanda “+” dan dua tanda “-“ akan hilang seperti ion positif dan ion negatif akan lenyap pada pelajaran Fisika.



3. Tahap Simbolik

Dapat menjumlahkan dua bilangan bulat hanya dengan menggunakan garis-garis bilangan maupun koin positif dan negatif, baik secara enaktif (menggunakan benda nyata) maupun ikonik (menggunakan gambar atau diagram), belumlah cukup. Untuk itu, menurut Bruner, para siswa harus melewati suatu tahap dimana pengetahuan tersebut diwujudkan dalam bentuk simbol-simbol abstrak. Dengan kata lain, siswa harus mengalami proses berabstraksi. Berabstraksi terjadi pada saat seseorang menyadari adanya kesamaan di antara perbedaan-perbedaan yang ada (Cooney), 1975).

Di antara perbedaan yang ada pada saat menentukan hasil dari $2 + 3$ ataupun $3 + 4$ baik pada tahap enaktif dan ikonik, proses berabstraksi terjadi di saat siswa menyadari adanya kesamaan gerakan yang dilakukannya, yaitu ia akan bergerak dua kali ke kanan. Dengan bantuan guru, siswa diharapkan dapat menyimpulkan bahwa penjumlahan dua bilangan positif akan menghasilkan bilangan positif pula. Tidaklah mungkin hasil penjumlahan dua bilangan positif akan berupa bilangan negatif.

Dengan proses berabstraksi jugalah pikiran siswa dibantu gurunya untuk memahami bahwa penjumlahan dua bilangan negatif akan menghasilkan bilangan negatif juga. Karena dua kali pergerakan ke kiri akan menghasilkan suatu titik yang terletak beberapa langkah di sebelah kiri titik awal 0.

Para siswa harus dibantu juga untuk memahami bahwa jika $2 + 3 = 5$ maka $-2 + (-3) = -5$. Dengan begitu $-100 + (-200) = -300$ karena $100 + 200 = 300$ dan $-537 + (-298) = -835$ karena $537 + 298 = 835$. Pada intinya, menentukan penjumlahan dua bilangan negatif adalah sama dengan menentukan penjumlahan dua bilangan positif, hanya tanda dari hasil penjumlahannya haruslah negatif.

Proses berabstraksi yang lebih sulit akan terjadi pada penjumlahan dua bilangan bulat yang tandanya berbeda. hasilnya bisa positif dan bisa juga negatif, tergantung pada seberapa jauh perbedaan gerakan ke kiri dengan gerakan ke kanan. Para guru dapat meyakinkan para siswanya bahwa hasil penjumlahan dua bilangan yang tandanya berbeda akan didapat dari selisih atau beda kedua bilangan tersebut tanpa melihat tandanya. Sebagai misal, $2 + (-3) = -1$ karena beda atau selisih antara 2 dan 3 adalah 1 sedangkan hasilnya bertanda negatif karena

pergerakan ke kiri lebih banyak banyak. Namun $120 + (-100) = 20$ karena beda antara 100 dan 120 adalah 20 serta pergerakan ke kanan lebih banyak.

B. Empat Teorema Belajar dan Mengajar

Meskipun pepatah Cina menyatakan “Satu gambar sama nilainya dengan seribu kata”, namun menurut Bruner, pembelajarn sebaiknya dimulai dengan menggunakan benda nyata lebih dahulu. Karenanya, guru SMP ketika mengajar matematika sudah seharusnya menggunakan model atau benda nyata untuk topik-topik tertentu yang dapat membantu pemahaman siswanya. Bruner mengembangkan empat teori yang terkait dengan asas peragaan ini adalah:

- a. Teorema konstruksi yang menyatakan bahwa siswa lebih mudah memahami ide-ide abstrak dengan menggunakan peragaan kongkret (*enactive*) dilanjutkan ke tahap semi kongkret (*iconic*) dan diakhiri dengan tahap abstrak (*symbolic*). Dengan menggunakan tiga tahap tersebut, siswa dapat mengkonstruksi suatu representasi dari konsep atau prinsip yang sedang dipelajari.
- b. Teorema notasi yang menyatakan bahwa simbol-simbol abstrak harus dikenalkan secara bertahap, sesuai dengan tingkat perkembangan kognitifnya. Sebagai contoh:
 - Notasi 3×2 dapat dikaitkan dengan 3×2 tablet.
 - Soal seperti $\dots + 4 = 7$ dapat diartikan sebagai menentukan bilangan yang kalau ditambah 4 akan menghasilkan 7.
- c. Teorema kekontrasan atau variasi yang menyatakan bahwa konsep matematika dikembangkan dengan beberapa contoh dan yang bukan contoh. Berikut ini adalah himpunan yang bukan contoh (noncontoh) dan yang menjadi contoh dari himpunan kosong.

Noncontoh konsep himpunan kosong:

- Himpunan siswa SMP yang umurnya 14 tahun.
- Himpunan bilangan asli antara 10 dan 14
- Himpunan ibukota provinsi yang diawali dengan huruf K
- Himpunan anak Presiden SBY

Contoh konsep himpunan kosong:

- Himpunan siswa SMP yang umurnya 41 tahun.
- Himpunan bilangan asli antara 10 dan 11
- Himpunan ibukota provinsi yang diawali dengan huruf X
- Himpunan siswa SMP yang tidak naik kelas tiga tahun berturut-turut.

- d. Teorema konektivitas yang menyatakan bahwa konsep tertentu harus dikaitkan dengan konsep-konsep lain yang relevan. Sebagai contoh, Perkalian dikaitkan dengan luas persegi panjang dan penguadratan dikaitkan dengan luas persegi. Penarikan akar pangkat dua dikaitkan dengan menentukan panjang sisi suatu persegi jika luasnya diketahui.

Lebih lanjut, berbagai jenis kegiatan dalam pembelajaran yang menerapkan menerapkan teorema Bruner dapat diwujudkan dalam berbagai kegiatan seperti yang dikemukakan oleh Edgar Dale dalam bukunya “*Audio Visual Methods in Teaching*” sebagai berikut:

- 1) Pengalaman langsung
Anak diminta untuk mengalami, berbuat sendiri dan mengolah, merenungkan apa yang dikerjakan.
- 2) Pengalaman yang diatur
Sebagai contoh dalam membicarakan sesuatu benda, jika benda tersebut terlalu besar atau kecil, atau tidak dapat dihadirkan di kelas maka benda tersebut dapat diragakan dengan model.
Contoh dalam matematika adalah model-model anggota himpunan tertentu, peta, gambar benda-benda yang tidak mungkin dihadirkan di kelas seperti binatang, pohon, bumi, dan lain-lain.
- 3) Dramatisasi
Misalnya: permainan peran, sandiwara boneka yang bisa digerakkan ke kanan atau ke kiri pada garis bilangan.
- 4) Demonstrasi
Biasanya dilakukan dengan menggunakan alat-alat bantu seperti papan tulis, papan flanel, OHP, dan lain-lain.
Banyak topik dalam pembelajaran matematika di SMP yang dapat diajarkan dengan demonstrasi, misalnya: penjumlahan, pengurangan, pecahan, dan lain-lain.
- 5) Karyawisata
Kegiatan ini sebenarnya sangat baik untuk menjadikan pelajaran matematika disenangi siswa. Kegiatan yang diprogramkan dengan melibatkan penerapan konsep matematika seperti mengukur tinggi obyek secara tidak langsung, mengukur lebar sungai, mendata kecenderungan kejadian dan realitas yang ada di lingkungan merupakan kegiatan yang sungguh sangat menarik dan sangat bermakna bagi siswa serta bagi daya tarik pelajaran matematika di kalangan siswa.
- 6) Pameran
Pameran adalah usaha menyajikan berbagai bentuk model-model kongkret yang dapat digunakan untuk membantu memahami konsep matematika dengan cara yang menarik.
Berbagai bentuk permainan matematika ternyata dapat menyedot perhatian anak untuk mencobanya, sehingga jenis kegiatan ini juga cukup bermakna untuk diterapkan dalam pembelajaran matematika.
- 7) Televisi sebagai alat peragaan
Program pendidikan matematika yang disiarkan melalui media TV juga merupakan alternatif yang sangat baik untuk pembelajaran matematika.
- 8) Film sebagai alat peraga
- 9) Gambar sebagai alat peraga

Dengan demikian jelaslah bahwa asas peragaan dalam pembelajaran matematika adalah sangat bermakna untuk meningkatkan pemahaman dan daya tarik siswa untuk mempelajari matematika.

Tugas

1. Pilih salah satu topik (materi) matematika SMP, lalu tentukan tahap enaktif, ikonik, dan simbolik pada proses pembelajarannya.
2. Berilah contoh penggunaan teorema konstruksi, teorema notasi, teorema kekontrasan, dan teorema konektivitas pada pembelajaran matematika SMP.

Bab VII

Belajar Bermakna Dari David P. Ausubel

Pertanyaan yang sering diajukan para guru matematika adalah, mengapa sebagian siswa ada yang dapat mengerjakan soal ketika ia belajar di kelas, namun ia tidak dapat lagi mengerjakan soal yang sama setelah beberapa hari kemudian. Untuk menjawab pertanyaan itu, tulisan ini disusun.

A. Belajar Dengan Membeo?

Pernahkan Anda menjumpai seorang anak SMP yang dapat mengucapkan dengan benar rumus luas persegipanjang adalah $p \times l$; namun ia tidak dapat menentukan luas suatu persegipanjang yang diketahui ukuran panjang dan lebarnya? Contoh lainnya adalah tentang beberapa siswa SMP yang dapat mengucapkan rumus volum tabung dengan lancar namun ia sama sekali tidak bisa menentukan volum suatu tabung. Hal yang sama terjadi pada Nani yang dapat menjawab soal penjumlahan $2 + 2$ ataupun $1 + 1$ dengan benar. Ketika ia ditanya bapaknya mengapa $2 + 2 = 4$?, ia menjawab: "Ya karena $2 + 2 = 4$," tanpa alasan yang jelas. Artinya, Nani hanya meniru pada apa yang diucapkan teman sebayanya. Tidaklah salah jika ada orang yang lalu menyatakan bahwa si siswa SMP tadi dan si Nani telah belajar dengan membeo.

Seperti halnya seekor burung beo yang dapat menirukan ucapan tertentu namun sama sekali tidak mengerti isi ucapannya tersebut, maka seperti itulah si Nani yang dapat menjawab bahwa $2 + 2$ adalah 4 namun ia sama sekali tidak tahu arti $2 + 2$ dan tidak tahu juga mengapa hasilnya harus 4. Jika si Ari, temannya, menyatakan $2 + 3 = 5$ maka sangat besar kemungkinannya jika si Nani akan mengikutinya. Cara belajar dengan membeo seperti yang telah dilakukan si Nani tadi disebut dengan belajar hafalan (*rote learning*) oleh David P Ausubel (Orton, 1987).

Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Bell (1978): "..., *if the learner's intention is to memorise it verbatim, i.e., as a series of arbitrarily related word, both the learning process and the learning outcome must necessarily be rote and meaningless*" (p.132). Intinya, jika seorang anak, contohnya si Nani, berkeinginan untuk mengingat sesuatu tanpa mengaitkan hal yang satu dengan hal yang lain maka baik proses maupun hasil pembelajarannya dapat dinyatakan sebagai hafalan dan tidak akan bermakna sama sekali baginya.

Salah satu kelemahan dari belajar hafalan atau belajar membeo telah ditunjukkan Nani di mana jawaban yang benar, yaitu $1 + 1 = 2$, diubah dengan jawaban yang lain ketika jawaban tersebut pura-pura dianggap sebagai jawaban yang salah oleh bapaknya. Intinya, si Nani tidak memiliki dasar yang kuat untuk meyakinkan dirinya sendiri, apalagi meyakinkan orang lain bahwa $1 + 1 = 2$. Lebih celaka lagi kalau temannya tadi mengajari Nani bahwa $1 + 1 = 4$ dan $2 + 2 = 6$. Tidak mustahil jika ia mengikutinya. Di samping itu, ia tidak bisa menjawab soal baru seperti $1 + 2$ maupun $2 + 1$ karena temannya belum mengajari hal itu.

B. Mengapa Harus Belajar Bermakna ?

Untuk menjelaskan tentang belajar bermakna ini, perhatikan tiga bilangan berikut. Menurut Anda, dari tiga bilangan ini, manakah yang lebih mudah dipelajari para siswa?

$$89.107.145 \quad (\text{I})$$

$$54.918.071 \quad (\text{II})$$

$$17.081.945 \quad (\text{III})$$

Beberapa pertanyaan yang dapat diajukan adalah:

- Mengapa bilangan III merupakan bilangan yang paling mudah diingat atau dipelajari?
- Mengapa bilangan II merupakan bilangan yang paling mudah diingat berikutnya?
- Mengapa bilangan I merupakan bilangan yang paling sulit diingat atau dipelajari?

Misalkan saja Anda diminta agar setiap siswa di SMP harus mengingat bilangan II. Apa yang dapat Anda lakukan? Jika Anda meminta setiap siswa untuk mengulang-ulang menyebutkan bilangan di atas, maka proses pembelajarannya disebut dengan membeo atau hafalan. Namun jika Anda mengajarkan bilangan II dengan mengaitkannya dengan bilangan III, sedangkan bilangan III sendiri berkait dengan HUT Kemerdekaan RI, maka proses pembelajaran seperti itu disebut dengan pembelajaran bermakna.

Materi pelajaran matematika bukanlah pengetahuan yang terpisah-pisah namun merupakan pengetahuan yang saling berkait antara pengetahuan yang satu dengan pengetahuan lainnya. Seorang siswa SMP yang mempelajari cara memfaktorkan, namun tidak dikaitkan dengan proses perkalian dua suku dua dapat dikategorikan sebagai belajar dengan membeo atau belajar hafalan. Pada proses pembelajaran pemfaktoran, sudah seharusnya bapak dan ibu guru matematika mengaitkan antara perkalian dua suku dua dengan pembelajaran pemfaktoran ini, seperti ditunjukkan di bawah ini.



$$(x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$$

Pertanyaan yang dapat diajukan kepada para siswa adalah: “Darimana bilangan -2 dan -15 pada ruas kanan itu muncul?” Pertanyaan selanjutnya: “Bagaimana menentukan bilangan untuk mengisi titik-titik pada identitas di bawah ini.



$$(x + \dots)(x - \dots) = x^2 - 2x - 15$$

$$(x - \dots)(x - \dots) = x^2 - 5x + 6$$

Contoh lainnya, di saat membahas himpunan kosong misalnya, seorang guru dapat saja memulai proses pembelajaran dengan mendiskusikan “gelas kosong” atau “buku kosong”. Karena “buku kosong” sudah diketahui para siswa merupakan buku yang tidak ada tulisannya, gelas kosong adalah gelas yang tidak ada isinya (airnya), dan kantong kosong berarti kantong yang tidak ada isinya (uangnya), maka para siswa diharapkan akan lebih mudah memahami bahwa “himpunan kosong” adalah himpunan yang tidak memiliki anggota.

Berdasar beberapa contoh di atas, dapatlah disimpulkan bahwa suatu proses pembelajaran akan lebih mudah dipelajari dan dimengerti siswa jika para guru mampu untuk untuk memberi kemudahan bagi siswanya sedemikian sehingga para siswa dapat mengaitkan

pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya. Itulah inti dari belajar bermakna (*meaningful learning*) yang telah digagas David P Ausubel.

Dari apa yang dipaparkan di atas jelaslah bahwa untuk dapat menguasai materi Matematika, seorang anak harus menguasai beberapa kemampuan dasar lebih dahulu. Setelah itu, si anak harus mampu mengaitkan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dipunyainya. Karenanya, Ausubel menyatakan hal berikut sebagaimana dikutip Orton (1987:34): *“If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly.”* Jelaslah bahwa pengetahuan yang sudah dimiliki siswa akan sangat menentukan berhasil tidaknya suatu proses pembelajaran. Di samping itu, seorang guru dituntut untuk mengecek, mengingatkan kembali ataupun memperbaiki pengetahuan prasyarat siswanya sebelum ia memulai membahas topik baru, sehingga pengetahuan yang baru tersebut dapat berkaitan dengan pengetahuan yang lama yang lebih dikenal sebagai belajar bermakna tersebut.

Seorang guru dapat belajar dari para siswa di kelasnya tentang cara-cara yang dapat dilakukannya untuk membantu siswanya belajar. Hal tersebut dapat terjadi hanya jika Bapak dan Ibu Guru mau menggali, menyelidiki lebih jauh, serta mau mendengarkan dengan tekun jawaban-jawaban mereka. Di kelas, Bapak dan Ibu akan menemui siswa-siswa yang belajar dengan cara seperti itu. Belajar hafalan akan terjadi jika para siswa tidak mampu mengaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang lama. Tugas gurulah untuk memberi kemudahan bagi para siswanya sehingga mereka dapat dengan mudah mengaitkan pengalaman atau pengetahuan barunya dengan pengetahuan yang sudah ada di dalam pikirannya. Belajar seperti itulah yang kita harapkan dapat terjadi di kelas-kelas di Indonesia, belajar bermakna yang telah digagas David P. Ausubel.

E. Bahan Diskusi

1. Apa yang dimaksud dengan ‘belajar hafalan’ atau ‘*rote-learning*’? Berilah contohnya yang berbeda dengan contoh di atas berdasar pada pengalaman sebagai guru SMP. Mengapa pembelajaran seperti itu harus dihindarkan?
2. Apa yang dimaksud dengan ‘belajar bermakna’ atau ‘*meaningful-learning*’? Berilah contohnya berdasar pada pengalaman sebagai guru SMP. Mengapa pembelajaran seperti itu yang harus dilakukan?
3. Rancanglah pembelajaran matematika SMP yang berbeda dengan contoh di atas yang akan menjadi pembelajaran yang bermakna bagi para siswa.

Bab VIII

Penutup

Bagi sebagian siswa, Matematika telah dikenal sebagai mata pelajaran yang sulit. Sebagian siswa ada yang menganggap dirinya tidak bisa lagi belajar matematika. Inilah keadaan yang paling berat yang harus dipecahkan para guru jika hal itu terjadi di kelas bapak dan ibu guru matematika. Bayangkan jika Anda menjadi siswa SMP dan sedang kesulitan mempelajari Bahasa Inggris meskipun sudah berusaha dengan sekuat tenaga. Apa yang akan terjadi jika seorang guru Bahasa Inggris masuk kelas? Pada dasarnya, sebesar bagaimanapun motivasi seorang siswa, pada akhirnya motivasi itu akan sirna jika ia selalu tidak berhasil mempelajarinya. Karenanya dorongan dan motivasi paling besar akan terjadi jika seorang siswa berhasil melaksanakan tugas yang dibebankan kepadanya dengan gemilang.

Karena itu, selama proses pembelajaran sedang berlangsung, setiap guru matematika harus menanyakan dan berdiskusi dengan siswanya tentang kesulitan dan keberhasilan yang sudah diperlihatkan siswanya. Bantulah mereka sehingga mereka merasa diperhatikan gurunya dan memiliki kepercayaan diri yang besar bagi dirinya untuk menyatakan bahwa dirinya mampu mempelajari matematika. Pelajari dan analisislah kesalahan yang dilakukan siswanya, sehingga kekeliruan itu tidak terjadi lagi di kelas kita. Hanya dengan cara seperti itulah Bapak dan Ibu akan menjadi guru berpengalaman.

Paket ini telah membahas beberapa teori yang dikemukakan beberapa pakar. Implikasinya pada pembelajaran matematika di kelas juga telah dibahas pada modul ini. Di samping belajar dari pengalaman, karena pengalaman, seperti pepatah mengatakan, merupakan guru yang paling berharga, maka sudah seharusnya Bapak dan Ibu mempelajari teori belajar dari para ahli dan pakar. Akan dibutuhkan waktu yang relatif sangat lama untuk mendapatkan teori seperti teori yang telah dikemukakan jika hanya mengandalkan pada pengalaman di kelas saja. Karenanya, cobalah untuk sedikit berpaling kepada teori belajar yang ada jika mengalami kesulitan atau ingin mendapat pembenaran dari langkah-langkah yang dilakukan di kelas.

Pada akhirnya, sekali lagi, seorang guru dapat belajar dari para siswa di kelasnya tentang cara-cara yang dapat dilakukannya untuk membantu siswanya belajar. Hal tersebut dapat terjadi hanya jika Bapak dan Ibu Guru mau menggali, menyelidiki lebih jauh, serta mau mendengarkan dengan tekun jawaban-jawaban mereka. Namun dengan teori-teori belajar tadi, Bapak dan Ibu dapat menggunakan kelebihan-kelebihan teori-teori tersebut untuk diaplikasikan di kelasnya masing-masing. Harapannya, Bapak dan Ibu dapat mengembangkan pemahaman teori belajar ini dengan membaca sendiri buku-buku Psikologi Pembelajaran Matematika.

Daftar Pustaka

- Bell, F.H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa:WBC
- Bodner, G.M. (1986). *Constructivism: A theory of knowledge*. Journal of Chemical Education. Vol. 63 no. 10.873-878.
- Orton, A (1987). *Learning Mathematics*. London: Casell Educational Limited
- Resnick, L.B. Ford, W.W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instructions*. New Jersey: LEA.
- Skemp, R.R (1989). *Mathematics in the Primary School*.London: Routledge