DIKLAT GURU PENGEMBANG MATEMATIKA SMK
JENJANG DASAR TAHUN 2009

Bilangan Real

Oleh: Drs. Markaban, M.Si.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas karunia-Nya, bahan ajar ini dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar ini digunakan pada Diklat Guru Pengembang Matematika SMK Jenjang Dasar Tahun 2009, pola 120 jam yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika Yogyakarta.

Bahan ajar ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan dalam usaha peningkatan mutu pengelolaan pembelajaran matematika di sekolah serta dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat di dalam maupun di luar kegiatan diklat.

Diharapkan dengan mempelajari bahan ajar ini, peserta diklat dapat menambah wawasan dan pengetahuan sehingga dapat mengadakan refleksi sejauh mana pemahaman terhadap mata diklat yang sedang/telah diikuti.

Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah berpartisipasi dalam proses penyusunan bahan ajar ini. Kepada para pemerhati dan pelaku pendidikan, kami berharap bahan ajar ini dapat dimanfaatkan dengan baik guna peningkatan mutu pembelajaran matematika di negeri ini.

Demi perbaikan bahan ajar ini, kami mengharapkan adanya saran untuk penyempurnaan bahan ajar ini di masa yang akan datang.
Saran dapat disampaikan kepada kami di PPPPTK Matematika dengan alamat: Jl. Kaliurang KM. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, DIY, Kotak Pos 31 YK-BS Yogyakarta 55281. Telepon (0274) 881717, 885725, Fax. (0274) 885752. email: p4tkmatematika@yahoo.com

Sleman, 11 Mei 2009
Kepala,

Kasman Sulyono
NIP. 130352806

DAFTAR ISI

PETA KOMPETENSI DAN BAHAN AJAR

No	Kompetensi / Sub kompetensi	Indikator	Materi Pembelajaran
1.	***Kompetensi :*** **Mampu memfasilitasi siswa dalam memecahkan masalah berkaitan dengan konsep operasi bilangan riil** ***Subkompetensi:-*** **Mengembangkan keterampilan siswa dalam:** • menerapkan operasi pada bilangan riil • menerapkan operasi pada bilangan berpangkat • menerapkan operasi pada bilangan irasional • menerapkan konsep logaritma	• Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep operasi hitung pada bilangan real • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep perbandingan senilai dan berbalik nilai. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep dasar bilangan berpangkat dan bentuk akar. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep dasar operasi bilangan irasional • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep dasar logaritma	• Sistem Bilangan Real • Operasi Hitung pada Bilangan Bulat dan Pecahan (biasa, desimal dan persen) • Perbandingan senilai dan berbalik nilai • Bilangan berpangkat • Bilangan Irasional • Bentuk akar • Logaritma

SKENARIO PEMBELAJARAN

1. Pada awal pertemuan di lakukan kegiatan identifikasi permasalahan pembelajaran pada materi bilangan real yang dihadapi oleh guru selama di kelas.

2. Dari identifikasi permasalahan pembelajaran tersebut dijelaskan dengan ceramah, tanya jawab dan curah pendapat sehingga permasalahan bilangan real dapat dipecahkan

3. Peserta bekerja dalam kelompok program keahlian yang terdiri dari 5-6 orang dan mendiskusikan dan menganalisis materi dan latihan pada modul serta memberikan contoh penerapan sesuai program keahliannya.

Bab I
Pendahuluan

A. Latar Belakang

Bilangan real atau disebut juga bilangan nyata merupakan bilangan yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya ketika seseorang melakukan transaksi jual beli, ketika seorang pedagang membagi satu karung gula menjadi beberapa bagian, ketika seorang tukang kayu mengukur tinggi pintu yang tepat untuk bangunan yang didirikannya, ketika seorang nasabah bank menghitung persentase bunga dari uang simpanannya dan sebagainya.

Operasi hitung pada bilangan real yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, pemangkatan dan penarikan akar juga sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari meskipun mungkin orang tidak begitu sadar telah menggunakannya.

Mengingat penting dan luasnya penggunaan bilangan real dalam kehidupan sehari-hari maka bilangan real perlu dimasukkan sebagai salah satu materi pembelajaran yang harus dikuasai siswa SMK. Oleh karena itu guru matematika SMK perlu memahami dan menguasai materi bilangan real ini

B. Tujuan

Setelah pembelajaran materi bilangan real diharapkan peserta diklat mampu untuk:

1. melakukan operasi hitung pada bilangan real
2. membedakan pengertian perbandingan senilai dan berbalik nilai
3. menjelaskan sifat-sifat bilangan berpangkat
4. menjelaskan bilangan irasional dan operasi bentuk akar
5. menjelaskan sifat-sifat logaritma
6. menyelesaikan soal logaritma

C. Ruang Lingkup

Materi yang dipelajari dalam bahan ajar ini meliputi sistem bilangan real, operasi hitung pada bilangan bulat dan pecahan, perbandingan senilai dan berbalik nilai, sifat-sifat bilangan berpangkat,bilangan irasional dan bentuk akar serta logaritma.

Bab II
Bilangan Real

A. Sistem Bilangan Real

Bilangan real merupakan gabungan dari bilangan rasional dengan bilangan irasional. Bilangan rasional sebagai bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan b $\neq$ 0. Dengan demikian bilangan rasional dapat berupa bilangan bulat, bilangan yang dapat dinyatakan dengan pecahan atau bentuk desimal , dan campurannya. Pecahan didefinisikan sebagai bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan b $\neq$ 0, a $\neq$ kb untuk setiap bilangan bulat k. Untuk selanjutnya jika $\frac{a}{b}$ pecahan maka a dinamakan pembilang dan b dinamakan penyebut. Berdasarkan definisi tersebut maka ada dua macam pecahan yaitu : pecahan murni bila $|a| < |b|$ dan pecahan campuran bila $|a| > |b|$. Dalam bentuk desimal, bilangan rasional berupa pecahan desimal berulang. Sedangkan bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan b $\neq$ 0, misalnya : $\sqrt{2}$, log 3, π , bilangan e dan sebagainya. Bentuk-bentuk akar merupakan bilangan irasional, bilangan-bilangan ini adalah akar-akar bilangan rasional yang bukan bilangan rasional .

Himpunan bilangan real (nyata) sering dinyatakan dengan R. Dengan sistem bilangan real, maka antara bilangan-bilangan real dengan titik-titik pada garis bilangan ada hubungan satu-satu sehingga pada garis bilangan tidak terdapat tempat yang kosong. Pada sistem bilangan real , kalau kita lakukan operasi penjumlahan dan perkalian , maka hasilnya selalu bilangan real juga. Hal seperti ini dikatakan bahwa operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan real bersifat “tertutup”. Ada beberapa aksioma yang memberikan sifat-sifat tentang operasi penjumlahan dan perkalian di R, yaitu :

1. Sifat ketertutupan dan ketunggalan

   Jika a, b $\in$ R , maka terdapat satu dan hanya satu bilangan real yang dinyatakan dengan a + b dan ab.

2. Sifat komutatif (pertukaran)

   Jika a, b $\in$ R , maka a + b = b + a dan ab = ba
3. Sifat assosiatif (pengelompokan)

   Jika a, b dan c $\in$ R , maka a + (b + c) = (a + b) + c dan a (bc) = (ab) c
4. Sifat distributif (penyebaran)

   Jika a, b dan c $\in$ R , maka a (b + c) = ab + ac , yaitu sifat penyebaran dari perkalian terhadap penjumlahan.
5. Adanya unsur identitas (satuan)

   Ada dua bilangan real 0 dan 1 sedemikian sehingga a + 0 = a dan a.1 = a
6. Adanya negatif atau invers terhadap penjumlahan

   Untuk setiap bilangan real a, ada suatu bilangan real yang dinamakan negatif dari a, dinyatakan dengan –a (dibaca " negatif dari a") sehingga a + (-a) = 0
7. Adanya kebalikan atau invers terhadap perkalian

   Untuk setiap bilangan real a, kecuali 0 ada suatu bilangan real yang dinamakan kebalikan dari a dinyatakan dengan a^{-1} atau $\frac{1}{a}$ sehingga a. $\frac{1}{a}$ = 1

Contoh :

Tunjukkan bahwa 0, 356356356…………… adalah bilangan rasional!

Pembahasan :

Misalkan x = 0,356356356 ………..

Maka 1000 x =356,356356356 …………..

$$\begin{array}{rl} 1000\,x = & 356{,}356356356\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x = & 0{,}356356356\ldots\ldots\ldots \\ \hline 999\,x = & 356 \quad - \\ x = & \dfrac{356}{999} \end{array}$$

Karena $\frac{356}{999}$ sesuai dengan definisi bilangan rasional maka 0,356356356…..adalah bilangan rasional

Diskusikan!

Dari pengertian bilangan yang telah dipelajari perlihatkan macam-macam bilangan dan hubungannya satu sama lain dengan diagram.

B. Operasi Hitung Pada Bilangan Real

1. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat

Dalam Matematika operasi diartikan sebagai “pengerjaan”. Operasi yang dimaksud adalah operasi hitung. Pada dasarnya operasi hitung mencakup empat pengerjaan dasar yaitu: penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Dari ke empat operasi ini yang merupakan operasi pokok ialah penjumlahan. Pengurangan merupakan lawan penjumlahan (penambahan). Perkalian merupakan penambahan berulang. Sedangkan pembagian merupakan pengurangan berulang dan dapat juga di anggap sebagai lawan perkalian. Operasi hitung tersebut merupakan operasi biner yaitu operasi untuk sepasang bilangan (unsur), sehingga apabila ada tiga unsur atau lebih tidak dapat melakukan pengerjaan itu sekaligus tetapi hanya dapat diambil dua unsur sekaligus. Sedangkan urutan pengerjaannya apabila tidak memakai tanda kurung maka urutan yang berlaku secara internasional yaitu pertama perpangkatan, kedua perkalian dan pembagian (sama kuat, yang ditulis disebelah kiri didahulukan) dan ketiga penjumlahan dan pengurangan (sama kuat). Agar dalam perhitungan tidak menimbulkan salah tafsir maka sebaiknya digunakan tanda kurung.

2. Operasi Hitung pada Bilangan Pecahan

a. Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

Untuk menentukan hasil penjumlahan atau pengurangan pecahan, nyatakan pecahan-pecahan itu dengan pecahan–pecahan yang penyebutnya sama, dengan cara mencari dahulu KPK-nya kemudian jumlahkan atau kurangkan pembilangnya.

Untuk menjumlahkan atau mengurangkan pecahan desimal, dilakukan dengan cara yang hampir sama dengan menjumlahkan atau mengurangkan bilangan bulat dengan memperhatikan letak koma (nilai tempatnya)

b. Perkalian dan Pembagian Pecahan

Untuk mengalikan dua pecahan atau lebih, kalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut dari pecahan-pecahan itu.

Untuk membagi dengan $\frac{a}{b}$ sama artinya dengan mengalikan dengan $\frac{b}{a}$. Dengan kata lain, untuk membagi dua pecahan dapat dilakukan dengan mengalikan pecahan yang satu dengan kebalikan pecahan yang lain

c. Persen

Suatu pecahan dapat ditulis dalam tiga cara , yaitu : pecahan biasa, pecahan desimal dan persen. Persen berarti " perseratus " ditulis " % " yaitu pecahan yang berpenyebut 100. Untuk mengubah bentuk pecahan biasa kebentuk persen dapat dilakukan dengan cara yaitu: mengubah pecahan biasa itu menjadi pecahan yang senilai dengannya dan berpenyebut 100 atau cara kedua dengan mengalikan pecahan itu dengan 100 % Dengan demikian setiap bilangan pecahan biasa dapat di ubah ke bentuk yang lain atau sebaliknya, misalnya : $\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\ \%$

C. Perbandingan

Dalam membandingkan ukuran dua obyek terdapat dua cara, yaitu membandingkan dengan cara mencari selisihnya sehingga dapat dikatakan mana yang lebih dari yang lain dan yang kedua mengamati/mencari nilai perbandingan antara ukuran dari kedua obyek itu.

Sebagai contoh, tinggi badan Ani adalah 150 cm sedangkan Watik 160 cm. Jika cara membandingkan yang dimaksud adalah siapa yang lebih tinggi maka jawabannya adalah Watik dengan selisih tinggi badan = 160 cm – 150 cm = 10 cm. Namun jika yang ditanyakan adalah nilai perbandingan tinggi badan Ani dengan Watik maka dapat dinyatakan dengan perbandingan : 150 cm : 160 cm = 15 : 16 = $\frac{15}{16}$.

Perbandingan a : b, dibaca "a berbanding b". Ada dua macam perbandingan yang sering kita bicarakan antara lain :

1. Perbandingan senilai:

Apabila terdapat korespodensi satu-satu antara dua obyek dengan sifat bahwa nilai perbandingan dua elemen di obyek pertama *sama dengan* nilai perbandingan dua elemen yang bersesuaian di obyek kedua maka kedua obyek itu disebut berbanding senilai.

Perbandingan senilai digunakan juga dalam membuat skala pada peta atau membuat model. Grafik dari perbandingan senilai berupa garis lurus

Misalnya: Suatu kendaraan dengan kecepatan 60 km/jam, berarti:

Lama berjalan	1	2	3	…………….	n
jarak	60	120	180	…………….	n. 60

Tampak bahwa nilai perbandingan lama perjalanan = nilai perbandingan jarak yang bersesuaian, sehingga $\frac{1}{3} = \frac{60}{180}$. Jika waktu bertambah, maka jarak yang dicapai juga bertambah. Dapat dikatakan bahwa perbandingan antara jarak dan waktu tetap yaitu 1 : 60. Perbandingan senilai terjadi apabila jika salah satu komponen yang dibandingkan semakin besar maka komponen yang lain juga akan semakin besar Dua variabel dengan perbandingan demikian ini disebut perbandingan senilai.

Yang dimaksud skala ialah perbandingan antara jarak/panjang pada gambar dengan jarak/panjang yang sebenarnya. Dalam perbandingan tersebut jarak pada gambar biasanya dinyatakan dengan 1.

Contoh : Skala pada peta adalah 1 : 150000. Jika jarak dua kota pada peta adalah 7,5 cm. Berapakah jarak yang sebenarnya ?

Jawab : Jarak yang sebenarnya = 150000 x 7,5 cm = 11,25 km

2. Perbandingan berbalik nilai

Apabila terdapat korespodensi satu-satu antara dua obyek dengan sifat bahwa nilai perbandingan dua elemen di obyek pertama *berbalik nilainya dengan* nilai perbandingan dua elemen yang bersesuaian di obyek kedua maka perbandingan antara obyek pertama dengan obyek kedua disebut perbandingan berbalik nilai.

Misalnya : Suatu pekerjaan , jika dikerjakan oleh 1 orang akan selesai 60 hari, jika 2 orang akan selesa 30 hari, berarti :

Banyak orang	1	2	3	…………….	60
waktu	60	30	20	…………….	1

Jika banyak orang bertambah, maka banyak hari berkurang. Perbandingan banyak orang dan banyak hari tidak tetap (tetapi hasil kali dua variabel tersebut tetap yaitu 60. Dua variabel dengan perbandingan demikian ini disebut perbandingan berbalik nilai.

Secara matematika, jika variabel yang saling bergantungan tersebut adalah x dan y, sehingga x berubah dari x_1 menjadi x_2 dan y berubah dari y_1 menjadi y_2 maka perbandingannya:

a. disebut perbandingan senilai, jika : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

b. disebut perbandingan berbalik nilai jika : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

Contoh :

1. Dengan kecepatan tetap, sebuah mobil memerlukan bensin 5 liter untuk jarak 60 km. Berapa liter bensin yang diperlukan untuk menempuh jarak 150 km ?

   Jawab :

   Karena perbandingannya senilai maka :

   $\frac{60}{150} = \frac{5}{x}$ atau $60\,x = 5\,(150)$

   $$x = \frac{750}{60} = 12{,}5$$

   Jadi untuk menempuh jarak 150 km diperlukan bensin 12,5 liter

2. Jarak antara dua kota dapat ditempuh kendaraan dengan kecepatan rata-rata 72 km/jam selama 5 jam. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan menempuh jarak tersebut jika lama perjalanan 8 jam ?

   Jawab : Perbandingannya berbalik nilai, sehingga :

   $\frac{72}{x} = \frac{8}{5}$ atau $8\,x = 72\,(5)$

   $$x = \frac{72(5)}{8} = 45$$

   Jadi kecepatan rata-ratanya adalah 45 km/jam

3. Suatu pekerjaan jika diselesaikan 4 orang selesai 20 hari. Setelah dikerjakan 4 hari ternyata pekerjaan tersebut harus terhenti selama 8 hari. Berapa pekerja tambahan yang diperlukan agar pekerjaan selesai tepat pada waktunya?

   Jawab:

   4 orang $\longrightarrow$ 20 hari

   Setelah dikerjakan 4 hari, pekerjaan tersebut terhenti selama 8 hari, jadi masih ada sisa pekerjaan untuk 20–4=16 hari yang seharusnya dapat diselesaikan oleh 4 orang. Tetapi waktu yang tersisa hanya 20–4–8 hari.

Jadi didapatkan:

4 orang $\longrightarrow$ 16 hari

x orang $\longrightarrow$ 8 hari

$\frac{4}{x} = \frac{8}{16} \Leftrightarrow 8x = 4.16 \Leftrightarrow 8x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{8} \Leftrightarrow x = 8$

Jadi agar selesai tepat pada waktunya, pekerjaan tersebut harus ditangani oleh 8 orang. Karena sudah ada 4 orang, pekerja yang harus ditambah sebanyak 4 orang.

Latihan 1:

1). Tabel berikut menunjukkkan hubungan antara sifat pengerjaan hitung dengan macam sistem bilangan . Berilah tanda √ artinya berlaku dan x artinya tidak.

Sifat-sifat sistem	Bilangan Asli	Bilangan Bulat	Bilangan rasional	Bilangan real
+ dan x tertutup				√
- tertutup				√
: tertutup (pembagi ≠ 0)				√
+ dan x komutatif				√
+ dan x assosiatif				√
Distributif X terhadap + X terhadap -				√
Unsur satuan +				√
Unsur satuan x				√
Invers +				√
Invers x		x		√

2). Seorang pengusaha berjanji akan memberikan uang sejumlah 20 juta rupiah kepada semua pemain tim bola volley jika tim itu memenangkan pertandingan pada turnamen.

a. Nyatakan dalam jutaan rupiah dalam bentuk pecahan biasa, jika hasilnya pecahan.

i) Jika tim yang memenangkan pertandingan tidak pernah melakukan pergantian pemain dan hadiah diberikan sama kepada setiap pemain yang bertanding.

ii) Jika hadiah dibagikan sama kepada pemain utama dan empat pemain cadangan.

b. Nyatakan dalam bentuk pecahan desimal sampai 5 tempat desimal hasil perhitungan a

3). Segulung kain panjangnya $19\frac{2}{5}$ m. Kain tersebut dipotong menjadi beberapa potongan sama panjang untuk keperluan praktik siswa.. Setiap potongan panjangnya $\frac{4}{5}$ m. Berapa meter panjang sisa kain setelah dipotong-potong ?

4) Untuk mendapatkan keuntungan 20 % , sebuah mobil harus dijual dengan harga Rp. 48.000.000,00 . Berapa harga pembelian mobil tersebut ?

5) Apabila satu dolar senilai dengan Rp. 9.750 dan satu yen senilai dengan 3000. Jika 12 dolar ditukar dengan yen , diperoleh berapa yen ?

6) Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh tenaga profesional sebanyak 3 orang akan selesai dalam 20 hari, sedangkan jika non profesional sebanyak 5 orang akan selesai dalam 40 hari. Jika pekerjaan itu dikerjakan oleh 2 orang profesional dan 2 orang non profesional, dalam berapa hari akan selesai ?

7) Dengan 24 orang pekerja, suatu pasar direncanakan selesai dalam waktu 48 hari. Sesudah bekerja selama 12 hari dengan 24 pekerja, pembangunan pasar dihentikan selama 9 hari. Tentukan banyaknya pekerja yang harus ditambahkan agar pembangunan pasar dapat selesai tepat waktu

8) Hubungan antara hambatan dan luas penampang suatu kabel listrik adalah berbanding terbalik. Artinya jika penampang semakin besar maka hambatan justru semakin kecil, sebaliknya jika luas penampang makin kecil maka hambatan semakin besar.

Dari hasil penelitian terhadap suatu bahan diketahui bahwa jika luas penampangnya diperbesar 1,25 kali maka hambatannya akan turun 0,25 hambatan mula-mula, demikian pula sebaliknya.

Jika luas penampang semula 5 mm dan hambatannya 20 ohm. Tentukan:

a). luas penampang jika hambatannya 15 ohm

b). hambatan jika luas penampang 6 mm

9) Cafetaria SMK " X " mendapat pesanan makanan kecil dengan menerima uang sebesar Rp. 600.000. Untuk membeli bahan masakan 45 %, membayar tenaga yang memasak 20 % dan pengeluaran lainnya 7 %. Berapakah sisa uangnya ?

10) Seorang pedagang beras membeli beras dari tempat penggilingan padi sebanyak 8 ton dengan harga per kg adalah Rp.2.400,00. Untuk biaya transportasi dan lain-lain sebesar Rp.450.000,00. Beras tersebut dijual di pasar dengan harga Rp.2.600,00 per kg. Berapakah modal yang dikeluarkan oleh pedagang tersebut. Apakah pedagang itu untung atau rugi? Berapa persen keuntungan atau kerugianya?

11) Seorang pedagang beras membeli 2 jenis beras yang harga per kg berturut-turut sebesar Rp.2.100,00 dan Rp.2600,00. Pedagang tersebut mencampur 2 jenis beras itu dengan perbandingan 3 : 2 dan dijual dengan harga Rp.2.500,00 per kg. Tentukan keuntungan atau kerugiannya, jika kedua jenis beras yang dicampur itu beratnya masing-masing 3 kwintal dan 2 kwintal serta terjual semua !

12) Seorang pedagang beras membeli 30 karung beras di sebuah penggilingan padi dengan harga per kwintalnya Rp.225.000,00. Pada setiap karung beras tersebut bertuliskan Bruto 100 kg dan Tara 1%. Karena membeli dalam jumlah besar, pedagang tersebut mendapatkan diskon 5%. Jika beras itu dijual di pasar dengan harga Rp.2.500,00 per kilo.Tentukan :

    a. Berapa uang yang harus dibayar pedagang tersebut?

    b. Berapa persen keuntungan atau kerugiannya?

13) Bagaimana cara menghitung tagihan rekening listrik

Bab III

Bilangan Berpangkat

A. Pangkat (Eksponen) Bulat Positif

Bentuk perpangkatan yang paling sederhana adalah pangkat bulat positif. Misal: 2^3 artinya 2 x 2 x 2 , sehingga $2^3 = 8$ dan 2 disebut bilangan pokok, 3 disebut pangkat atau eksponen serta 2^3 disebut bilangan berpangkat.

Pangkat ke-n dari bilangan real a, dengan n bilangan bulat positif ; dinyatakan dengan a^n, didefinisikan sebagai berikut :

$$a^n = a.\ a.\ a \ldots \text{ sebanyak n faktor}$$

Bilangan berpangkat dengan eksponen bilangan asli atau pangkat bulat positif tersebut sering dinamakan pangkat sebenarnya. Sedangkan bilangan berpangkat dengan eksponen bilangan bulat negatif, nol atau pecahan dinamakan pangkat tak sebenarnya.

Dari definisi bilangan berpangkat bulat positif di atas dapat diturunkan suatu teorema sebagai berikut:

1. $a^m .\ a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m.n}$
3. $(ab)^n = a^n\ b^n$
4. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $m > n$ dan $a \neq 0$

B. Pangkat Nol dan Bulat Negatif

Sekarang kita perluas definisi pangkat bilangan bulat lainnya, yaitu pangkat nol dan bulat negatif. Ini dilakukan sedemikian sehingga teorema yang berlaku pada pangkat bulat positif berlaku untuk semua bilangan bulat.

Ada dua akibat yang berhubungan dengan teorema dari perpangkatan di atas yaitu :

$$a^0 = 1 \quad (\text{jika } a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{jika } a \neq 0)$$

Jika rumus 1) harus berlaku untuk pangkat nol , maka $a^0 .\ a^n = a^{0+n} = a^n$. Berdasarkan unsur identitas terhadap perkalian, yaitu 1 maka memenuhi $1.\ a^n = a^n$ Dengan membandingkan kedua persamaan ini kita harus mendefinisikan $a^0 = 1$. Jadi kita definisikan :

Jika a bilangan yang tak nol maka $a^0 = 1$.

Jelas bahwa 0^0 tidak didefinisikan

Sekarang jika rumus 1) harus berlaku untuk pangkat bilangan bulat negatif maka $a^n . a^{-n} = a^0 = 1$ bila $a \neq 0$. Berdasar sifat insvers maka $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Karena itu kita definisikan :

Jika a bilangan real dan –n adalah bilangan bulat negatif maka $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$.

Dengan menggunakan definisi ini maka :

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

C. Pangkat Bulat dan Rasional

Dari uraian tersebut teorema diatas dapat berlaku untuk pangkat bulat, dan kita nyatakan dalam torema :

Jika a, b adalah bilangan real dan m, n adalah bilangan bulat maka :

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m.n}$
3. $(ab)^n = a^n b^n$
4. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dan $a \neq 0$

Teorema tersebut dapat diperluas untuk lebih dari dua faktor, misal $a^n.a^m.a^r = a^{n+m+r}$; $(abc)^n = a^n . b^n . c^n$ dan seterusnya.

Contoh :

Sederhanakan : $(3^{-2} + 2^{-3})^{-1}$

Jawab : $(3^{-2} + 2^{-3})^{-1} = \dfrac{1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{8}} = \dfrac{72}{17}$

Rumus–rumus dari teorema di atas dapat juga kita perluas sehingga berlaku untuk pangkat bilangan rasional, baik bilangan rasional positif, nol maupun bilangan rasional negatif, dengan pengertian bahwa: $\sqrt[n]{a}$ adalah bilangan itu yang jika dipangkatkan dengan n menghasilkan a. Dengan demikian $a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$ dan $\sqrt[n]{a} \in R$. Atau rumus $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$ berlaku apabila $\sqrt[n]{a}$ terdefinisi

Contoh :

1). $9^{1/2} = 3$ karena $3^2 = 9$ 2). $\sqrt[4]{16} = 2$, karena $2^4 = 16$

Dengan pengertian tersebut kita definisikan bahwa :

Jika a dan b adalah bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif, sehingga $b^n = a$, maka b dinamakan akar pangkat n dari a. ditulis b = $\sqrt[n]{a}$

Untuk contoh kasus berapakah nilai dari : $\left((-3)^2\right)^{1/2}$ dan $\sqrt[4]{(-3)^2}$

Bila pertama kali kita menghitung (-3)^2 , maka $\left((-3)^2\right)^{1/2} = 9^{1/2} = 3$

Sedangkan bila pangkatnya dikalikan telebih dulu, diperoleh:

$\left((-3)^2\right)^{1/2}$ = (-3)^1 = -3. Berarti $\left((-3)^2\right)^{1/2} \neq \left((-3)^2\right)^{1/2}$. Manakah yang benar ?

Bandingkan dengan berikur ini:

Penyelesaian I: $\sqrt[4]{(-3)^2} = \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$

Penyelesaian II: $\sqrt[4]{(-3)^2} = (-3)^{\frac{2}{4}} = \sqrt{-3}$, manakah penyelesaian yang benar?

Tentu saja penyelesaian I, karena $a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$ dan $\sqrt[n]{a} \in R$

Kasus-kasus semacam itu banyak dijumpai dan menjadikan anak bingung dalam memahami konsep bilangan berpangkat, sehingga konsep tersebut dijelaskan kepada anak.

D. Bilangan Irasional

Bilangan Irasional muncul karena tidak ditemukannya bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a, b bilangan bulat dan b ≠ 0, meskipun dalam keseharian bilangan ini sering dijumpai. Misalnya berapa panjang sisi persegi yang luasnya 3 satuan luas, hal ini memunculkan bilangan dengan lambangnya yaitu √3, yang merupakan salah satu contoh bilangan irasional. Contoh bilangan irasional yang lain, misalnya: $5\sqrt{2}$, log3, π, bilangan e dan sebagainya.

Bilangan irasional, jika dinyatakan dalam bentuk desimal, maka bagian desimalnya tidak pernah terjadi perulangan, misalnya: √2= 1,414213562373095048801688724.... ; π = 3,141592653589793238462643383... , meskipun π = 3,14 atau $\frac{22}{7}$ itu hanya suatu pendekatan saja.

Bentuk-bentuk akar merupakan bilangan irasional, bilangan-bilangan ini adalah akar-akar bilangan rasional yang bukan bilangan rasional. Perhatikan bahwa adanya tanda akar belum tentu merupakan bentuk akar, misalnya $\sqrt{49}$ dan $\sqrt[3]{1{,}728}$ bukan bentuk akar karena $\sqrt{49}$ dan $\sqrt[3]{1{,}728}$ merupakan bilangan rasional. Perlu di ingat bahwa $\sqrt{a}$, telah kita artikan sebagai akar kuadrat yang non negatif dari a, dimana a ≥ 0 , misalnya $\sqrt{49} = +7$ dan bukan – 7

Bentuk akar merupakan bilangan irasional, walaupun dalam perhitungan-perhitungan bentuk akar dapat didekati dengan bilangan-bilangan rasional, misalnya $\sqrt{7}$ dapat didekati dengan bilangan rasional 2,646 jika digunakan pendekatan teliti sampai 3 angka dibelakang koma

E. Operasi Bentuk Akar

1. Penjumlahan dan Pengurangan

   Untuk menyederhanakan bentuk akar dapat menggunakan sifat bahwa $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{a.b}$. Penjumlahan dan pengurangan bentuk akar dapat disederhanakan apabila akar-akarnya sejenis, sehingga $x\sqrt{b} \pm y\sqrt{b} = (x \pm y)\sqrt{b}$

   Contoh : Sederhanakan $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{48}$

   Jawab : $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{48} = \sqrt{25.x3} - \sqrt{49x3} + \sqrt{16x3}$

   $= 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

   $= (5 - 7 + 4)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2. Perkalian Bentuk Akar

   Apabila perkalian bilangan tersebut dengan basis index pangkat akar sama maka kita gunakaan rumus $x\sqrt[n]{a} \,.\, y\sqrt[n]{b} = (x.y)\sqrt[n]{a.b}$, tetapi apabila basis index pangkat akar berbeda maka indexnya disamakan dahulu baru dikalikan misalnya $\sqrt[n]{a^p}\ \sqrt[m]{b^q} = \sqrt[nm]{a^{pm}}\ \sqrt[mn]{b^{qn}} = \sqrt[nm]{a^{pm}.b^{qn}}$

Contoh : Sederhanakan $\sqrt{12}$ x $\sqrt{8}$

Dengan menggunakan sifat $\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$

maka didapat $\sqrt{12}$ x $\sqrt{8} = \sqrt{96} = \sqrt{16x6} = 4\sqrt{6}$

cara lain $\sqrt{12}$ x $\sqrt{8} = 2\sqrt{3}\ x 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

3. Pembagian Bentuk Akar

Contoh : Sederhanakan $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{27}{3} = \sqrt{9} = 3}$

Dengan menggunakan sifat $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Maka didapat $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{27}{3} = \sqrt{9} = 3}$

Bagaimana seandainya pembagian tersebut basis index pangkat akarnya berbeda, misalnya $\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}}$?

4. Merasionalkan Penyebut Pecahan

a. Pecahan-pecahan berbentuk $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$

Contoh : i) $\dfrac{6}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{\sqrt{2}} x \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} x \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

b. Pecahan-pecahan berbentuk $\dfrac{1}{a + \sqrt{b}}$ dan $\dfrac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

Bentuk-bentuk akar seperti (a + $\sqrt{b}$) dan (a - $\sqrt{b}$) dinamakan bentuk-bentuk akar yang sekawan. Hasil perkaliannya adalah rasional, sebab hasil dari (a + $\sqrt{b}$) (a - $\sqrt{b}$) = $a^2 - b$ bilangan pada ruas kanan tersebut adalah rasional. Sifat bentuk akar yang sekawan ini digunakan untuk merasionalkan penyebut pecahan- pecahan yang berbentuk seperti diatas

Contoh : i) $\dfrac{4}{\sqrt{3} - 1} = \dfrac{4}{\sqrt{3} - 1} x \dfrac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \dfrac{4(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = 2\ (\sqrt{3} + 1)$

ii) $\dfrac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \dfrac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} x \dfrac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \dfrac{1 - 2\sqrt{2} + 2}{1 - 2} = \dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2} - 3$

Latihan 2:

1) Nyatakan dalam bentuk pangkat pecahan:

a. $\sqrt{p}$ b. $\sqrt[3]{a^5}$ c. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^{-2}}}$

2) Nyatakan dalam bentuk pangkat pecahan

a. $\sqrt{32}$ b. $\sqrt[3]{125}$ c. $\dfrac{2}{\sqrt[5]{27}}$

3) Hitunglah:

a. $32^{\frac{2}{5}} + 16^{\frac{3}{4}}$ b. $81^{\frac{1}{4}} + \dfrac{1}{125^{-\frac{4}{3}}}$

4) Sederhanakan:

a. $\sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{128}$ b. $(\sqrt{75} + \sqrt{27})3\sqrt{2}$

5) Apabila a = 16 dan b = 27, maka hitunglah berikut ini :

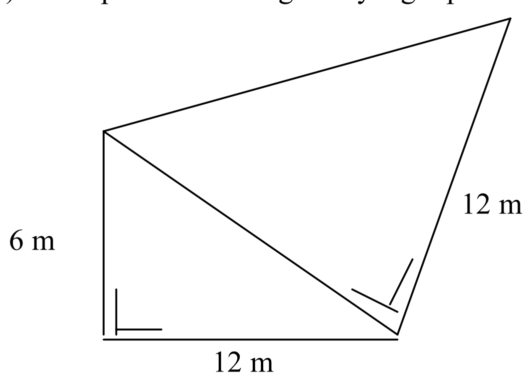
a. $2a^{-2/3}$ b. $a^{1/4}$ x $b^{-1/3}$ c. $3a^{-1/2}$ x $4b^{-1/3}$

6) Pak Umar mempunyai sebidang tanah yang luasnya tercatat di Kantor pertanahan adalah 1369 m^2 Ternyata pekarangan itu berbentuk persegi. Berapa panjang ukuran tanah pekarangan itu ?

7) Tentukan bentuk sederhana dari pecahan berikut!

a. $\dfrac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ b. $\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ c. $\dfrac{7 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

8) Berapa meter batang besi yang diperlukan untuk membuat kerangka besi di bawah ini



9). Ukuran alas sebuah bejana berbentuk balok adalah 5 mx(6 – 2 $\sqrt{3}$) m.

Volum bejana itu 240 m^3 Berapa tinggi bejana?

10). Luas permukaan dari sebuah poros roda gigi adalah x cm^2 . Diketahui persamaan volumenyaadalh V= $0{,}94\sqrt{x^3}$. Jika diketahui V=75 cm^3, tentukan luas x !

Bab IV
Logaritma

A. Pengertian dan Sifat-sifat Logaritma

Pada bilangan berpangkat , telah kita ketahui bahwa $2^3 = 8$ Penulisan seperti $2^3 = 8$ dapat ditulis dalam bentuk logaritma yaitu ${}^2\log 8 = 3$, ini karena fungsi eksponen dengan bilangan pokok $a > 0$ dan $a \neq 1$ mempunyai invers yaitu fungsi logaritma dengan bilangan pokok a. Dengan demikian dapat kita definisikan bahwa :

Fungsi logaritma dengan bilangan pokok $a > 0$ dan $a \neq 1$ adalah invers dari fungsi eksponen dengan bilangan pokok a.

Secara umum dapat ditulis :

$${}^a\log b = c \iff a^c = b \text{ dengan } a > 0,\ a \neq 1 \text{ dan } b > 0$$

Pada bentuk ${}^a\log b = c$

a disebut bilangan pokok (dasar) logaritma (untuk bilangan pokok 10 biasanya tidak ditulis, misal ${}^{10}\log 3$ ditulis log 3)

b disebut bilangan yang diambil logaritmanya

c disebut hasil logaritma

Dari hubungan pangkat dan logaritma tersebut di atas maka dapat ditemukan beberapa sifat – sifat logaritma yang perlu diketahui yaitu :

Jika $a > 0$, $a \neq 1$, $m > 0$, $n > 0$ dan $x \in R$, maka :

1. ${}^a\log a = 1$
2. ${}^a\log (mn) = {}^a\log m + {}^a\log n$
3. ${}^a\log \left(\frac{m}{n}\right) = {}^a\log m - {}^a\log n$
4. ${}^a\log m^x = x.\ {}^a\log m$
5. $a^{{}^a\log n} = n$
6. ${}^a\log m = \frac{{}^g\log m}{{}^g\log a}$ bila $g > 0$, $g \neq 1$
7. ${}^a\log m.\ {}^m\log n = {}^a\log n$
8. ${}^{a^q}\log m^p = \frac{p}{q}\ {}^a\log m$
9. ${}^a\log 1 = 0$

Contoh :

1). Hitunglah $^{2}\log 4 + {}^{2}\log 12 - {}^{2}\log 6$

Jawab : $^{2}\log 4 + {}^{2}\log 12 - {}^{2}\log 6 = {}^{2}\log \frac{4 \cdot 12}{6}$

$= {}^{2}\log 8 = 3$

2). Jika log 2 = 0,3010 ; log 3 = 0,4771, hitunglah log 15

Jawab : $\log 15 = \log \frac{3 \cdot 10}{2}$

$= \log 3 + \log 10 - \log 2$

$= 0{,}4771 + 1 - 0{,}3010$

$= 1{,}1761$

3). Gas di dalam silinder dikompresikan adiabatis, dengan temperatur awal T_1=1000K dan perbandingan kompresi ε=10 dan k=1,4. Hitung temperatur akhir kompresi (T_2) dengan rumus $T_2=T_1\, \varepsilon^{k-1}$

Jawab: $T_2=T_1\, \varepsilon^{k-1}$

$T_2=1000.\ 10^{1,4-1}$

$T_2=1000.\ 10^{0,4}$

$\log T_2 = \log 1000 + \log 10^{0,4}$

$= 3 + 0{,}4 = 3{,}4$

$T_2 = 2512$

Jadi temperatur akhir kompresi T_2 sebesar 2512 K.

B. Menggunakan Daftar Logaritma

Pada daftar logaritma disusun dengan bilangan pokok 10 yang biasanya tidak dituliskan bilangan pokoknya, misal : log 10 = 1 ; log 100 = 2 dan seterusnya. Sebelum mencari mantise (bagian desimal dari hasil pengambilan logaritma) maka perlu diketahui karakteristiknya dahulu.

Berikut ini ditunjukkan cara mencari logaritma suatu bilangan dengan menggunakan daftar :

Misalnya : log 4866 = ……

Bilangan 4866 berada diantara 1000 dan 10000 yaitu $10^3 < 4866 < 10^4$ didapat :

$3 < \log 4866 < 4$ berarti mempunyai karakteristik 3 . Untuk mencari mantise bilangan 4866 tertulis di dalam daftar log adalah 6872 Jadi log 4866 = 3,6872.

Terlihat sebagai berikut :

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
450										
.										
.										
486							6872			

Semua nilai log dari bilangan-bilangan seperti 0,04866 ; 4,866 ; 48,66 ; 486,6 ; 48660 mempunyai mantise yang sama yaitu 6872 (mantise dengan 4 desimal), yang berbeda hanya karakteristiknya, yaitu :

log 0,04866 , karakteristiknya –2 , sehingga log 0,04866 = 0,6872 - 2

log 4,866 , karakteristiknya 0 , sehingga log 4,866 = 0,6872

log 48,66 , karakteristiknya 1 , sehingga log 4,866 = 1,6872

dan seterusnya

Sekarang bagaimana bila bilangan yang dicari mantise logaritmanya tidak ada didalam daftar ?

Misalnya log 52546 yang matisenya m.

Dari daftar nampak bahwa log 52540 mantisenya adalah 0,7205 dan

log 52550 mantisenya adalah 0,7206

Sehingga terdapat hubungan :

	Log bil	Mantise	
	52540	0,7205	
6		x	
	52546	m	
10			1(selisih dua angka terakhir kedua mantise)
	52550	0,7206	

Nilai x = m – 0,7205. Kita lakukan penambahan sebanding :

$\frac{x}{1} = \frac{6}{10} \Rightarrow x = 0{,}6$. Oleh karena nilai x ditentukan pada angka terakhir sehingga

diperoleh : m = 0,7205 + 0,00006 = 0,72056

Maka log 52546 = 4,72056

Bagaimana mencari antilogaritmanya ? Operasi penarikan antilogaritma suatu bilangan merupakan operasi insvers dari operasi penarikan logaritma, dengan pengertian bahwa jika log N = a maka N disebut antilogaritma dari a

Contoh :

1). Carilah x , jika log x = 1,2041

Karena karakteristiknya 1, maka x adalah bilangan antara 10 dan 100. Kemudian carilah dalam daftar log untuk mencari tempat mantise 2041..Ternyata ada di dalam kolom 0 pada N=16. Jadi x = 16, sehingga log 16 = 1,2041

2). Carilah x, jika log x = 0,1399 – 2

Karakteristiknya adalah –2, berarti x bilangan 0,0………..

Mantise 1399 terdapat di dalam kolom 0 pada N = 138.

Jadi x = 138 dengan karakteristik –2 sama dengan 0,0138 atau

log 0,0138 = 0,1399 – 2

Contoh Soal :

1). Dengan daftar logaritma hitunglah :

$$\frac{18{,}26x(4{,}16)^2}{\sqrt{145{,}5}}$$

Jawab :

$$\text{Log } x = \text{Log } 18{,}26 + 2 \text{ Log } 4{,}16 - \tfrac{1}{2} \text{ Log } 145{,}5$$

$$= 1{,}2615 + 2\ (0{,}6191) - \tfrac{1}{2}\ (2{,}1629)$$

$$= 1{,}2615 + 1{,}2382 - 1{,}0825$$

$$\text{Log } x = 1{,}4184$$

$$x = 26{,}2$$

2). Carilah x dari ${}^{x}\log 0{,}5 = -0{,}6572$

Jawab :

$${}^{x}\log\ 0{,}5 = -0{,}6572$$

$$x^{-0{,}6572} = 0{,}5$$

$$-0{,}6572 \log x = \log 0{,}5$$

$$-\log x = \frac{0{,}6990 - 1}{-0{,}6572} = \frac{-0{,}3010}{-0{,}6572}$$

$$\log x = 0{,}4580$$

$$x = 2{,}872$$

C. Persamaan Logaritma

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma perlu diperhatikan syarat-syarat dari bentuk ${}^{a}\log b = c$ yaitu : a sebagai bilangan pokok harus dipenuhi a > 0 dan $a \neq 1$, sedangkan b sebagai bilangan yang ditarik logaritmanya harus dipenuhi b > 0. Perlu juga dibedakan antara log log x dan $\log^2 x$ karena log log x = log (log x), sedangkan $\log^2 x$ = (log x) (log x)

Contoh :

Tentukan penyelesaian dari : log (x-2) + log (x-1) = log 6

Jawab :

Syarat yang harus dipenuhi adalah :

i) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

ii) $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

Dari syarat i) dan ii) dapat ditulis x > 2

Maka : log (x-2) + log (x-1) = log 6

$\Rightarrow$ log (x-2)(x-1) = log 6

$\Rightarrow$ (x-2) (x-1) = 6

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$\Rightarrow$ (x-4) (x+1) = 0

$\Rightarrow$ x = 4 atau x = -1

Karena syarat yang harus dipenuhi x > 2 maka H.P = { 4 }

Latihan 3:

1. Selesaikan :

   a). ${}^{3}\log 9^2$ b). $\log 2 + \log 10 - \log \frac{1}{5}$ c). ${}^{2}\log 2 + {}^{2}\log 3 - {}^{2}\log 6 - {}^{2}\log 8$

2. Jika log 5 = 0,69897 dan log 7 = 0,84570. Hitunglah log 1,25
3. Berapa nilai x jika ${}^{x}\log 8 + {}^{x}\log 4 - {}^{x}\log 2 = 2$
4. Selesaikan :

   a). $(1,4)^{2,3}$ b). $\dfrac{(8,476)^2 x 25,43}{\sqrt[3]{124,6}}$

5. Buktikan bahwa $a^2 + b^2 = 7ab$ jika diketahui bahwa $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$
6. Jika ${}^{2}\log 3 = a$ dan ${}^{2}\log 5 = b$, tentukan hasil dari ${}^{2}\log 45$.

7. Suatu gas di dalam tabung mengalami kompresi secara isotermis sehingga volumenya mengecil menjadi $V_2 = \frac{1}{9}V_1$. Apabila tekanan awal = $1{,}5 \cdot 10^{5}$ N/m dan volume awal $(V_1)=2.10^{-3}$, hitung usaha kompresi yang diperlukan(ω) dengan rumus: $\omega=P_1 . V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$
8. Tentukan penyelesaian dari:
   a). $\log x + \log (x+2) - 2 = \log 0{,}15$
   b). $2 \log^2 x + \log x^3 - 9 = 0$

Bab V
Penutup

Materi bilangan real dalam bahan ajar ini hanya membahas konsep secara umum dan hanya diberikan sedikit contoh soal beserta pembahasan, kemudian dilanjutkan dengan latihan soal. Dengan mendiskusikan tentang sifat–sifat bilangan real dan operasinya, perbandingan senilai dan berbalik nilai, sifat–sifat bilangan berpangkat, bilangan irasional dan operasi bentuk akar, serta logaritma sehingga pemahaman terhadap materi tersebut harus betul–betul dikuasai sehingga guru dan siswa dapat menggunakannya untuk menyelesaikan soal yang berkaitan dengan masalah perhitungan sehari-hari.

Pada bahan ajar ini contoh-contoh penerapan dalam kehidupan sehari-hari belum semua diberikan pada semua jurusan di SMK tetapi hanya diberikan sebagian saja dan diharapkan peserta diklat dapat memberikan contoh sesuai jurusan yang diajarkan. Untuk memperdalam penguasaan materi, peserta diklat dapat mengerjakan soal latihan yang ada pada akhir setiap pembahasan. Apabila ada kesulitan dalam mengerjakan latihan disarankan peserta mendiskusikan dengan peserta lain agar dapat memahami materi.

Disadari masih banyak kekurangan dalam bahan ajar ini, sehingga kritik dan saran dari pembaca sangat kami harapkan.

Daftar Pustaka

Avi C. Bajpai, 1983, *Applied Math*, New York, John Wiley & Sons

E.T. Ruseffendi, 1989, *Dasar – dasar Matematika Modern dan Komputer untuk Guru*, Bandung, Tarsito

Markaban dkk, 2007, *Matematika SMK/MAK Kelas X*, Klaten, Saka Mitra Kompetensi P.T Macanan Jaya cemerlang

Nasution,AH dkk, 1994, *Matematika I SMU*, Jakarta, Balai Pustaka

ST. NEGORO – B. HARAHAP, 1985, *Ensiklopedia Matematika*, Jakarta, Ghalia Indonesia.

Tim PPPG Matematika, 2004, *Aritmetika* , Yogjakarta : PPPG Matematika

-----------------------, 2005, *Bahan Ajar Diklat Guru Matematika*, Jakarta, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan.