DIKLAT GURU PENGEMBANG MATEMATIKA SMK
JENJANG DASAR TAHUN 2009

Persamaan dan Pertidaksamaan

Oleh: Drs. Markaban, M.Si.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas karunia-Nya, bahan ajar ini dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar ini digunakan pada Diklat Guru Pengembang Matematika SMK Jenjang Dasar Tahun 2009, pola 120 jam yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika Yogyakarta.

Bahan ajar ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan dalam usaha peningkatan mutu pengelolaan pembelajaran matematika di sekolah serta dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat di dalam maupun di luar kegiatan diklat.

Diharapkan dengan mempelajari bahan ajar ini, peserta diklat dapat menambah wawasan dan pengetahuan sehingga dapat mengadakan refleksi sejauh mana pemahaman terhadap mata diklat yang sedang/telah diikuti.

Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah berpartisipasi dalam proses penyusunan bahan ajar ini. Kepada para pemerhati dan pelaku pendidikan, kami berharap bahan ajar ini dapat dimanfaatkan dengan baik guna peningkatan mutu pembelajaran matematika di negeri ini.

Demi perbaikan bahan ajar ini, kami mengharapkan adanya saran untuk penyempurnaan bahan ajar ini di masa yang akan datang.
Saran dapat disampaikan kepada kami di PPPPTK Matematika dengan alamat: Jl. Kaliurang KM. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, DIY, Kotak Pos 31 YK-BS Yogyakarta 55281. Telepon (0274) 881717, 885725, Fax. (0274) 885752. email: p4tkmatematika@yahoo.com

Sleman, 11 Mei 2009
Kepala,

Kasman Sulyono
NIP. 130352806

DAFTAR ISI

PETA KOMPETENSI DAN BAHAN AJAR

No	Kompetensi / Sub kompetensi	Indikator	Materi Pembelajaran
1.	***Kompetensi :*** Mampu memfasilitasi siswa dalam memecahkan masalah berkaitan sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dan kuadrat ***Subkompetensi:-*** **Mengembangkan keterampilan siswa dalam:** • Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan linier • Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat • Menerapkan persamaan dan pertidaksamaan kuadrat dalam pemecahan masalah. • Menyelesaikan sistem persamaan linear. • Menyelesaikan sistem persamaan satu linear dan satu kuadrat	• Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep persamaan dan pertidaksamaan baik itu linear maupun kuadrat. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai akar-akar persamaan kuadrat. • Dapat menggunakan sifat akar-akar persamaan dalam penyelesaian soal persamaan kuadrat. • Mampu menyelesaikan dan memberikan contoh mengenai sistem persamaan linier dengan dua atau tiga peubah. • Mampu menyelesaikan dan memberikan contoh mengenai sistem persamaan satu linear dan satu kuadrat.	• Persamaan dan pertidaksamaan linear • Persamaan dan pertidaksamaan kuadrat • Akar-akar persamaan kuadrat dengan sifat-sifatnya • Menyususn Persamaan Kuadrat baru • Sistem persamaan Linier. • Sistem persamaan satu linear, satu kuadrat.

SKENARIO PEMBELAJARAN

1. Pada awal pertemuan di lakukan kegiatan identifikasi permasalahan pembelajaran pada materi persamaan dan pertidaksamaan yang dihadapi oleh guru selama di kelas.

2. Dari identifikasi permasalahan pembelajaran tersebut dijelaskan dengan ceramah, tanya jawab dan curah pendapat sehingga permasalahan persamaan dan pertidaksamaan dapat dipecahkan

3. Peserta bekerja dalam kelompok program keahlian yang terdiri dari 5-6 orang dan mendiskusikan dan menganalisis materi dan latihan pada modul serta memberikan contoh penerapan sesuai program keahliannya.

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari hampir semua masalah dapat diformulasikan ke dalam bahasa matematika yang berbentuk persamaan atau pertidaksamaan. Oleh karena itu persamaan dan pertidaksamaan peranannya sangat penting, sehingga diharapkan guru dalam mengajarkan topik dengan mengaitkan dalam kehidupan sehari-hari agar siswa mempunyai kemampuan memecahkan masalah yang berkait dengan persamaan dan pertidaksamaan. Dengan penguasaan topik ini sangat penting, maka dipandang perlu untuk menjadikannya satu bahan ajar untuk kebutuhan pelatihan guru atau instruktur matematika di SMK.

Beberapa bahan ajar ini terdiri atas rangkuman teori-teori dan hanya menyajikan sedikit soal-soal latihan, maka bahan ajar ini lebih berorientasi pada materi serta penalaran dalam konsep-konsep yang penting dan mendasar. Sedikitnya contoh-contoh soal, selain dibatasi oleh jumlah halaman bahan ajar, terutama karena diharapkan contoh soal dapat dibuat sendiri oleh peserta pelatihan dan lebih bervariasi sesuai dengan program keahlian.

B. Tujuan

Setelah mempelajari bahan ajar ini, diharapkan peserta pelatihan memiliki kemampuan dalam:

1. menjelaskan konsep-konsep dalam persamaan dan pertidaksamaan.
2. menyelesaikan masalah persamaan dan pertidaksamaan linear.
3. menyelesaikan masalah persamaan dan pertidaksamaan kuadrat.
4. menyelesaikan sistem persamaan.

C. Ruang Lingkup

Bahan ajar ini membahas materi tentang persamaan, pertidaksamaan dan fungsi linear; persamaan, pertidaksamaan dan fungsi kuadrat serta sistem persamaan yang sesuai dengan materi dalam standar isi.

BAB II

PERSAMAAN, PERTIDAKSAMAAN DAN GRAFIK FUNGSI

A. Persamaan , Pertidaksamaan Linier dan Grafiknya

Untuk menerangkan persamaan kepada siswa dapat diawali dengan permasalahan-permasalaahn, misalnya: 1). Seseorang memiliki tiga ekor sapi perah yang menghasilkan susu yang sama banyaknya setiap hari. Bulan lalu setiap hari ia dapat menjual 4,5 liter susu dari ketiga sapinya. Berapa liter yang dihasilkan dari setiap ekor sapi perah itu? 2). Jika setiap sapi menghasilkan h liter susu, dan bulan ini setiap hari pak Budi dapat menjual 4,8 liter susu, tulislah kalimat terbuka yang berkaitan dengan jumlah susu yang dihasilkan dan banyak sapinya dan sebagainya .

Sedangkan untuk menerangkan pertidaksamaan kepada siswa dapat diberikan permasalahan, misalnya: 1). Apa arti tulisan maksimum 60 km di tepi jalan? Jika kecepatan kendaraan di jalan itu v km/jam, nyatakan dalam bentuk pertidaksamaannya kecepatan kendaraan di jalan itu! 2). Sebuah iklan menawarkan pekerjaan sebagai SATPAM. Salah satu syaratnya, tinggi pelamar tidak kurang dari 160 cm. Nyatakan hal ini dalam bentuk pertidaksamaan dan sebagainya

Persamaan adalah kalimat terbuka yang mengandung hubungan " sama dengan " (" = ")

Sedangkan apabila menggunakan relasi " $<$, $>$, $\leq$, atau $\geq$ " dinamakan pertidaksamaan.

1. Persamaan Linier

Pengertian persamaan linier

Secara umum, persamaan linear adalah persamaan dengan derajat satu. Ini artinya semua suku pada persamaan tersebut yang memuat variabel pangkat tertinggi dari variabel tersebut adalah satu.

Contoh . $a + 3 = 2$; $x + 5y = 7x - 1$; $p - 2q + 3r = 0$

Dari fungsi linier f(x) = ax + b, dengan a , b konstan dan a $\neq$ 0, maka pembuat nol fungsi, yaitu ax + b = 0 merupakan persamaan linier dengan satu peubah atau variabel.

Jadi persamaan linier dengan satu variabel x, mempunyai bentuk umum:

$$ax + b = 0 \quad \text{dengan} \quad a,b \in R;\ a \neq 0$$

Penyelesaian persamaan linier: ax + b = 0 , a $\neq$ 0 adalah $x = \frac{b}{a}$.

Nilai pengganti peubah pada persamaan-persamaan yang membuat persamaan itu benar disebut **penyelesaian atau akar persamaan**

Untuk menyelesaikan persamaan digunakan sifat dasar bahwa :

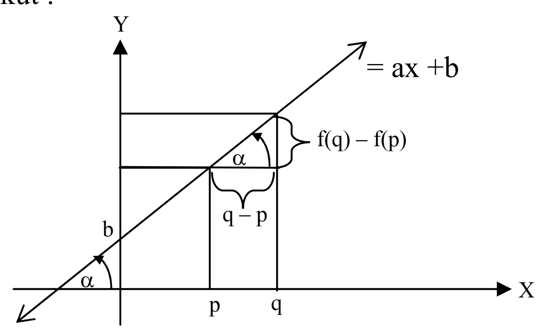
Suatu persamaan tidak berubah himpunan penyelesaiannya, jika kedua ruas persamaan:

- ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama
- dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama, asal bukan nol

Grafik persamaan linier

Grafik fungsi linear berbentuk garis lurus dengan persamaan y = ax + b, dengan a, b konstan dan $a \neq 0$.

Perhatikan grafik fungsi berikut :



$$
\begin{aligned}
f(x) = ax + b \quad \rightarrow f(p) &= ap + b \\
f(q) &= aq + b \quad - \\
\hline
f(q) - f(p) &= a(q-p)
\end{aligned}
$$

$\dfrac{f(q)-(f(p)}{q-p} = a = \tan\alpha$, disebut gradien dari garis y = ax + b tersebut.

Dari jabaran di atas tampak bahwa gradien tersebut merupakan nilai perbandingan antara selisih komponen y dan x dari dua sebarang dua titik pada garis tersebut. Jika persamaan garis y = ax + b maka gradiennya adalah a dan melalui titik (0,b).

Secara umum sebuah garis lurus (yang tidak sejajar atau berimpit dengan sumbu Y) persamaannya adalah y = mx + n. dengan m adalah gradien (koefisien arah) garis yang menunjukkan kecondongan garis. Garisnya condong ke kanan jika dan hanya jika m >0 dan condong ke kiri jika dan hanya jika m < 0.

Jika garis y = mx + n melalui titik (x_1, y_1), maka dipenuhi $y_1 = mx_1 + n$ diperoleh:

$y - y_1 = m(x - x_1)$ yaitu persamaan garis melalui (x_1, y_1) dengan gradien m.

Jika garis itu juga melalui titik (x_2, y_2) maka $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1) \Leftrightarrow m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Jika nilai m tersebut disubstitusikan ke persamaan itu maka diperoleh:

$$\mathbf{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{\mathbf{y - y_1}}{\mathbf{y_2 - y_1}} = \dfrac{\mathbf{x - x_1}}{\mathbf{x_2 - x_1}}$ merupakan persamaan garis melalui dua titik (x_2, y_2) dan (x_1, y_1).

Persamaan garis juga dapat dinyatakan dalam bentuk implisit: $Ax + By + C = 0$ yang ekuivalen dengan $y = -\dfrac{A}{B}x + \dfrac{C}{A}$ dengan gradien $m = -\dfrac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}}$.

Untuk setiap pasang garis $g_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$

$g_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$, maka:

1) $\dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$ $\Leftrightarrow$ g_1 dan g_2 berpotongan pada sebuah titik.

2) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$ $\Rightarrow g_1 \mathbin{//} g_2$ (sejajar) $\Leftrightarrow$ tidak ada titik persekutuan

3) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$ $\Rightarrow g_1 = g_2$ (berimpit) $\Leftrightarrow$ ada tak berhingga titik persekutuan

Dari pengertian tersebut maka :

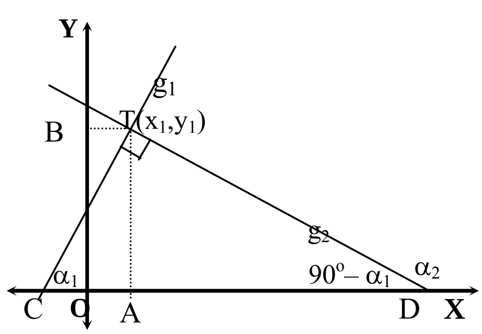
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} \Leftrightarrow -\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

Dari hubungan tersebut diperoleh:

i) $m_1 = m_2 \Rightarrow g_1 // g_2$ atau $g_1 = g_2$.

atau: $g_1 // g_2 \Rightarrow m_1 = m_2$ dan $g_1 = g_2 \Rightarrow m_1 = m_2$

ii)



Misalkan g_1 dan g_2 adalah dua garis yang masing-masing tidak sejajar sumbu koordinat dan keduanya saling tegak lurus.

g_1 : $y = m_1x + n_1$ memotong sumbu X di titik $C(-\dfrac{n_1}{m_1}, 0)$ dan g_2 : $y = m_2x + n_2$ memotong sumbu X di titik $D(-\dfrac{n_2}{m_2}, 0)$. Serta kedua garis berpotongan di $T(x_1,y_1)$, maka diperoleh $y_1 = m_1x_1 + n_1$ dan $y_1 = m_2x_1 + n_2$.

Sedangkan ΔTAC dan ΔDAT sebangun, sehingga $AC : TA = TA : AD$.

Diperoleh: $(x_1 - (-\dfrac{n_1}{m_1})) : y_1 = y_1 : (-\dfrac{n_2}{m_2} - x_1)$

$$\Leftrightarrow y_1^2 = -\frac{(m_1x_1+n_1)(m_2x_1+n_2)}{m_1m_2}$$

$$= -\frac{y_1 \times y_1}{m_1m_2} \text{ berarti: } m_1m_2 = -1$$

Jadi untuk setiap g_1 dan g_2 yang tidak sejajar atau berimpit sumbu koordinat maka :

$g_1 \perp g_2$ (tegak lurus) $\Leftrightarrow m_1m_2 = -1$

Penerapan persamaan linier

Langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menyelesaikan soal cerita yang berkait dengan persamaan linear adalah:

1. Menterjemahkan soal ke dalam kalimat matematika.
2. Menyusun persamaannya.
3. Menyelesaikan persamaan.
4. Menterjemahkan kembali pada soal semula.

Contoh:

1). Data akuntansi untuk persediaan barang dagangan UD. Sumber Rejeki, bulan Maret 2006 adalah sebagai berikut:

- Harga pokok penjualan	: Rp. 20.550.000,00
- Persediaan tanggal 1 Maret 2006	: Rp. 2.300.000,00
- Biaya angkut pembelian	: Rp. 600.000,00
- Persediaan tanggal 31 Maret 2006	: Rp. 750.000,00
- Retur pembelian dan potongan harga	: Rp. 830.000,00

Hitunglah besarnya pembelian selama bulan Maret 2006

Penyelesaiannya dapat dengan menggunakan format sebagai berikut:

Bagan perhitungan harga pokok penjualan barang dagang:

Persediaan awal	…………
Pembelian-pembelian	………… +
	……………
Biaya angkut pembelian	…………..
Retur dan potongan pembelian	………….. –
	…………..
Persediaan akhir	………….. –
	…………
Harga pokok penjualan	………… –
	…………

Jawab:

Misalkan jumlah pembelian selama bulan Maret 2006 = x , maka:

$$2.300.000 + x + 600.000 - 830.000 - 750.000 = 20.550.000$$
$$x + 1.320.000 = 20.550.000$$
$$x = 19.230.000$$

Jadi besarnya pembelian selama bulan Maret 2006 adalah Rp. 19.230.000,00

2). Ibu membeli kue donat sebanyak 9 buah harganya Rp.6.750,00.

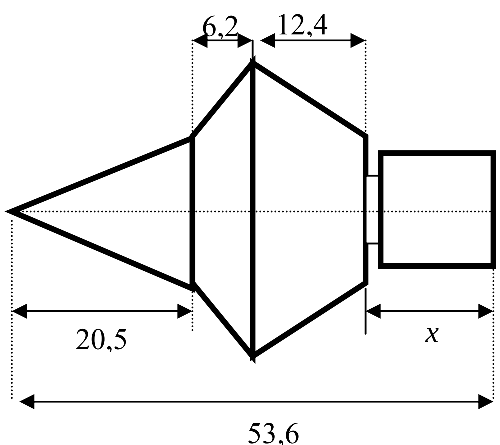
Berapa harga satu buah donat?

Jawab: Misalnya sebuah kue donat = x , maka

$$9x = 6.750 \longrightarrow x = \frac{6.750}{9} = 750.$$

Jadi harga kue donat per buah adalah Rp. 750,00

3). Jika ukuran pada gambar alat berikut dalam mm, berapakah ukuran variabel *x*?



Jawab:

$20,5 + 6,2 + 12,4 + x = 53,6 \longrightarrow x = 14,5$

Jadi panjangnya *x* adalah 14,5 mm

2. Sistem persamaan linier

Sistem persamaan linier dengan dua peubah

Untuk persamaan linear dengan dua variabel *x* dan *y* mempunyai bentuk umum:

$ax + by + c = 0$, $a, b, c \in \mathbf{R}$; $a \neq 0$, $b \neq 0$

Ada beberapa cara penyelesaian sistem persamaan linear dengan dua peubah, antara lain dengan eliminasi dan substitusi, maupun determinan matriks

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari

$3x + 4y = 11$ ………(1)

$x + 7y = 15$ ………(2)

Penyelesaian:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 4y = 11 \\ x + 7y = 15 \end{array}\right| \begin{array}{l} \times 1 \;\Rightarrow\; 3x + 4y = 11 \\ \times 3 \;\Rightarrow\; \underline{3x + 21y = 45} \; - \end{array}$$

$$-17y = -34$$

$$y = 2$$

Dengan nilai $y = 2$ substitusikan ke (2)

$x + 7y = 15$

$x = 15 - 7y$

$= 15 - 7 . 2$

$= 15 - 14 = 1$

Jadi HP = { 1 , 2 }

Apabila dengan determinan sistem persamaan linear ditulis dalam bentuk persamaan matriks.

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = c \\ px + qy = r \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ p & q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ r \end{bmatrix}$$

Selanjutnya x dan y diperoleh dari :

$$x = \frac{Dx}{D} \quad \text{dan} \quad y = \frac{Dy}{D}$$

Dengan demikian sistem persamaan di atas persamaan matriksnya: $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 15 \end{bmatrix}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 3 . 7 - 4 . 1 = 21 - 4 = 17$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 11 & 4 \\ 15 & 7 \end{vmatrix} = 11 . 7 - 4 . 15 = 77 - 60 = 17$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 1 & 15 \end{vmatrix} = 3 . 15 - 11 . 1 = 45 - 11 = 34$$

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{17}{17} = 1 \quad \text{dan} \quad y = \frac{Dy}{D} = \frac{34}{17} = 2$$

Jadi HP = { 1 , 2 }

Sistem persamaan linear dengan tiga peubah

Untuk persamaan linear dengan tiga peubah, cara penyelesaiannya dapat juga dengan eliminasi dan substitusi, maupun determinan matriks

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari

$$2x + y + z = 9 \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$x + 2y - z = 6 \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$
$$3x - y + z = 8 \quad \ldots\ldots\ldots(3)$$

Dengan Menggunakan Eliminasi dan Substitusi sebagai berikut:

$$\begin{array}{lrcl}
(1) & 2x + y + z & = & 9 \\
(2) & x + 2y - z & = & 6 \quad + \\
\hline
 & 3x + 3y & = & 15 \\
 & x + y & = & 5 \\
 & x & = & 5 - y \quad \ldots\ldots.(4)
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrcl}
(1) & 2x + y + z & = & 9 \\
(3) & 3x - y + z & = & 8 \quad - \\
\hline
 & -x + 2y & = & 1 \quad \ldots\ldots(5)
\end{array}$$

(4) substitusi ke (5):

$$-(5 - y) + 2y = 1$$
$$-5 + y + 2y = 1$$
$$3y = 6$$
$$y = 2$$

$y = 2$ substitusikan ke (4):

$x = 5 - y = 5 - 2 = 3$

$y = 2$ dan $x = 3$ substitusi ke (1):

$z = 9 - 2x - y$

$\quad = 9 - 6 - 2 = 1$

Jadi HP = { x , y , z } = { 3 , 2 , 1 }

Sedangkan dengan cara determinan matriks diperoleh:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 3 - 1 - 6 - 2 - 1 = -9$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & -1 \\ 8 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 18 - 8 - 6 - 16 - 9 - 6 = -27$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 9 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 12 - 27 + 8 \,!\, 18 + 16 \,!\, 9 = -18$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 32 + 18 \,!\, 9 \,!\, 54 + 12 \,!\, 8 = -9$$

Maka : $x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{-27}{-9} = 3$; $y = \dfrac{D_y}{D} = \dfrac{-18}{-9} = 2$ dan $z = \dfrac{D_z}{D} = \dfrac{-9}{-9} = 1$

Jadi HP = { x , y , z } = { 3 , 2 , 1 }

3. Pertidaksamaan linier

Suatu pertidaksamaan linear dalam variabel x dapat berbentuk $ax + b < 0$, $ax + b > 0$, $ax + b \le 0$ atau $ax + b \ge 0$, dengan $a \ne 0$.

Suatu bilangan a disebut lebih besar dari pada bilangan b jika $a - b > 0$ dan a disebut lebih kecil dari pada b jika $a - b < 0$. Untuk menyelesaikan pertidaksamaan digunakan sifat-sifat bahwa :

- Ruas – ruas suatu pertidaksamaan boleh ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama
- Ruas – ruas suatu pertidaksamaan boleh dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif yang sama
- Jika ruas – ruas suatu pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama, maka tanda pertidaksamaannya harus dibalik
- Jika a dan b bilangan positif dan $a < b$, maka $a^2 < b^2$

Contoh :

1). Tentukan himpunan penyelesaian dari $2x - 3 < 7$, $x \in \mathbf{R}$.

Jawab: $2x - 3 < 7$

$\Leftrightarrow 2x < 7 + 3$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{10}{2}$ atau $x < 5$.

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{ x \mid x < 5 , x \in \mathbf{R}\}$

2). Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan : $a^2x - 4 < 4a^2 - x$

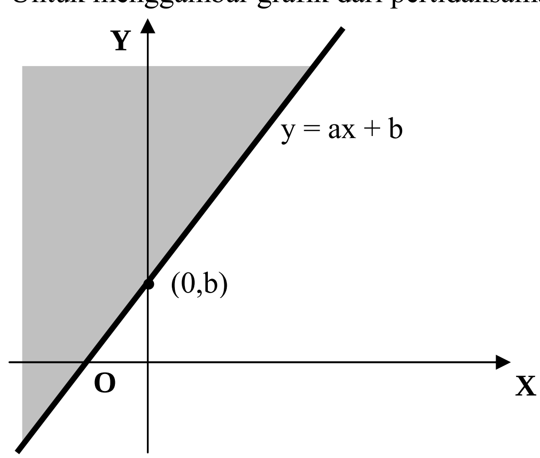
Jawab : $a^2x - 4 < 4a^2 - x$

$\Leftrightarrow (a^2 + 1)\, x < 4\, (a^2 + 1)$

$\Leftrightarrow x < 4$ (membagi $a^2 + 1$ diperkenankan karena selalu positif)

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{ x \mid x < 4 , x \in \mathbf{R}\}$

Untuk menggambar grafik dari pertidaksamaan linear dijelaskan sebagai berikut :

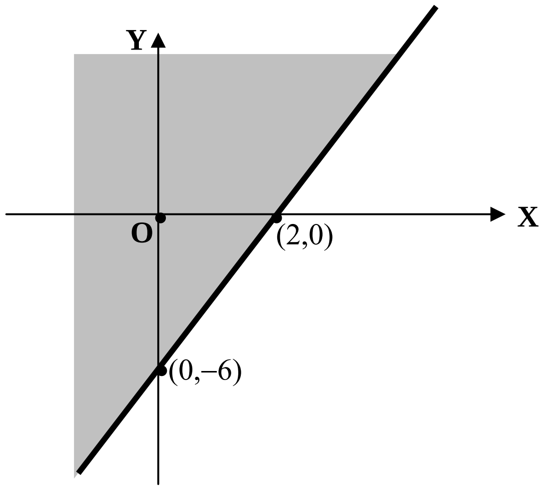


Garis y = ax + b akan membagi bidang Kartesius menjadi tiga bagian yakni : $\{(x,y) \mid y < ax + b\}$; $\{(x,y) \mid y = ax + b\}$, dan $\{(x,y) \mid y > ax + b\}$, atau daerah di sebelah bawah, garis itu sendiri dan daerah di sebelah atas garis y = ax + b.

Contoh: Arsirlah daerah yang menjadi tempat kedudukan titik-titik yang dapat ditunjukkan dengan {(x,y) | y ≥ 3x – 6}

Jawab :

Gambarlah garis y = 3x – 6.



y = 3x – 6

x	0	2
y	–6	0
(x,y)	(0,–6)	(2,0)

Untuk mencari daerah, ujilah salah satu titik. misalkan titik O(0,0) :

(0,0) $\rightarrow$ y = 3x – 6 $\rightarrow$ 0 > 3.0 – 6,

(dipenuhi)

Jadi daerah yang diminta adalah daerah yang memuat O(0,0), sebagaimana daerah yang diarsir di atas.

B. Persamaan Kuadrat dan Grafik Fungsi Kuadrat

1. Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a,b,c \in R$ dan $a \neq 0$

Setiap pengganti x yang memenuhi persamaan dinamakan penyelesaian atau akar persamaan tersebut. Akar-akar persamaan kuadrat dapat dicari dengan:

- pemfaktoran
- melengkapi bentuk kuadrat sempurna
- Rumus abc: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. atau rumus pq $x = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$

Berikut ini diberikan contoh untuk menyelesaikan persamaan kuadrat

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari : $x^2 + 2x - 3 = 0$.

Jawab : Dengan cara pemfaktoran

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0$$
$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \text{ atau } x + 3 = 0$$
$$x = 1 \text{ atau } x = -3$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah {1, –3}.

Jawab: Dengan cara melengkapkan bentuk kuadrat:

$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x = 3$

$\Leftrightarrow \; x^2 + 2x + (\frac{2}{2})^2 = 3 + (\frac{2}{2})^2$ ……. melengkapkan kuadrat

$\Leftrightarrow \; x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$

$\Leftrightarrow \; (x + 1)^2 = 4$

$\Leftrightarrow \; x + 1 = \pm \sqrt{4}$ ………. penarikan akar

$\Leftrightarrow \; x = -1 \pm 2$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{1, -3\}$

Jawab: Dengan rumus pq

Persamaan kuadrat: $x^2 + 2x - 3 = 0$ memiliki $p = 2$, $q = -3$

$$x = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$= -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-3)} \quad = -1 \pm \sqrt{4}$$

$$= -1 \pm 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{1, -3\}$ Coba kerjakan dengan rumus abc

Apabila $ax^2 + bx + c = 0$ akar-akarnya x_1 dan x_2 maka mudah ditunjukkan beberapa sifat-sifat akar berikut ini. (coba Anda buktikan beberapa di antaranya).

(1). Jumlah akar: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

(2). Hasil kali akar: $x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

(3). Selisih akar: $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$, Ingat, lambang $| \dots |$ berarti nilai mutlak.

Apabila $x_1 + x_2 = J$, $x_1 . x_2 = H$, dan $|x_1 - x_2| = S$ maka berikut ini beberapa sifat menarik lainnya:

(4). $x_1^2 + x_2^2 = J^2 - 2H$

(5). $x_1^3 + x_2^3 = J^3 - 3JH$

(6). $x_1^4 + x_2^4 = (J^2 - 2H)^2 - 2H^2$

(7). $|x_1^2 - x_2^2| = JS$

(8). $|x_1^3 - x_2^3| = S(J^2 - H)$

(9). $J^2 = S^2 + 4H$

Sedangkan $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah $x^2 - (-\frac{b}{a})\,x + \frac{c}{a} = 0$, dengan memperhatikan sifat di atas, maka untuk menyusun persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya diketahui dapat dijabarkan sebagai berikut : $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - \underbrace{(x_1 + x_2)}_{\text{jumlah akar}}\,x + \underbrace{x_1.x_2}_{\text{hasil kali akar}} = 0$$

Contoh :

1). Selisih akar – akar persamaan $x^2 - ax + 24 = 0$ adalah 5. Tentukan a !

Jawab :

Misalkan akar-akar persamaan x_1 dn x_2 maka :

$x_1 - x_2 = 5$ …………1)

$x_1 + x_2 = a$ …………2)

$x_1.x_2 = 24$ …………..3)

Dengan menjumlahkan dan mengurangkan 1) dan 2) di dapat :

$x_1 = \frac{1}{2}(a + 5)$ dan $x_2 = \frac{1}{2}(a - 5)$ substitusi ke 3) maka

$x_1.x_2 = 24 \Rightarrow \frac{1}{4}(a^2 - 25) = 24$

$\Leftrightarrow a^2 - 25 = 96$

$\Leftrightarrow a^2 = 121.$

Jadi a = 11 atau a = - 11

2). Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya kebalikan dari akar-akar persamaan $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$

Jawab:

$x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ akar-akarnya x_1 dan x_2 didapat : $x_1 + x_2 = 3a$ dan $x_1.x_2 = 2a^2$

maka persamaan kuadrat barunya :

Jumlah akar : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3a}{2a^2}$ dan hasil kali akar : $\frac{1}{x_1}.\frac{1}{x_2} = \frac{1}{2a^2}$

Jadi persamaan kuadrat baru :

$x^2 - (\frac{3a}{2a^2})x + \frac{1}{2a^2} = 0$ atau $2a^2x^2 - 3ax + 1 = 0$

2. Grafik Fungsi Kuadrat

Grafik fungsi kuadrat berbentuk parabola dengan persamaan $y = ax^2 + bx + c$, dengan $a,b,c \in R$ dan $a \neq 0$. Jika $a > 0$, parabola terbuka ke atas sehingga mempunyai titik balik minimum, dan jika $a < 0$ parabola terbuka ke bawah sehingga mempunyai titik balik maksimum.

Langkah-langkah dalam menggambar grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$

1. Tentukan pembuat nol fungsi $\rightarrow$ $y = 0$ atau $f(x) = 0$

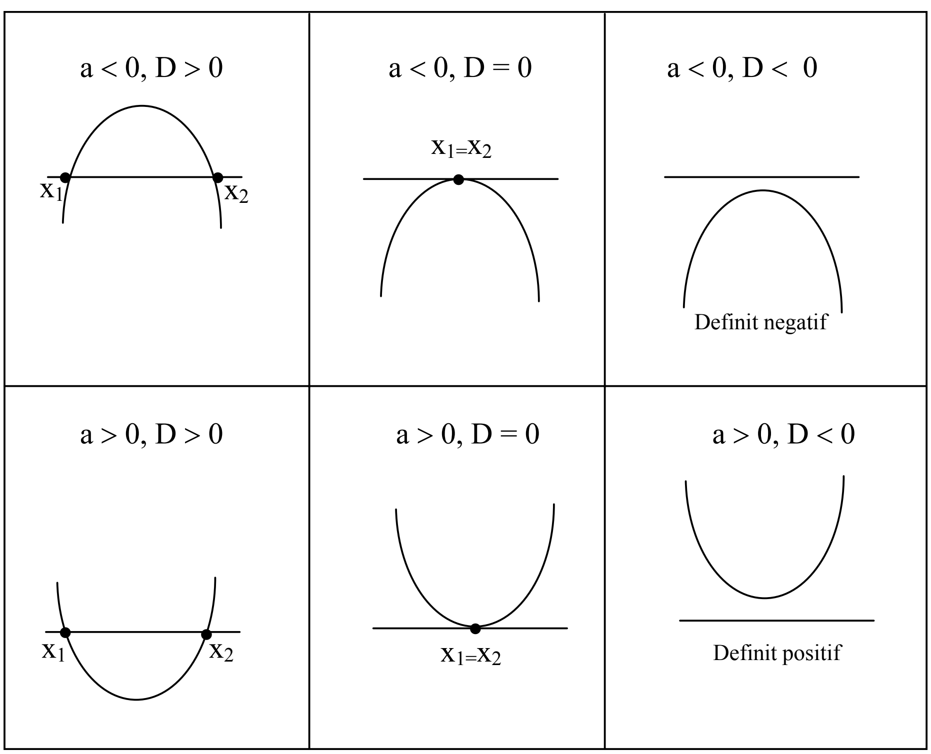
   Pembuat nol fungsi dari persamaan $y = ax^2 + bx + c$ diperoleh jika $ax^2 + bx + c=0$. Sehingga diperoleh nilai x yang memenuhi $ax^2 + bx + c = 0$ Nilai ini tidak lain adalah absis titik potong dengan sumbu-x, sedangkan untuk menentukan titik potong dengan sumbu-y, dapat dilakukan dengan mensubstitusikan nilai x tadi pada persamaan kuadrat semula.

2. Tentukan sumbu simetri $x = \dfrac{-b}{2a}$

3. Tentukan titik puncak P (x,y) dengan $x = \dfrac{-b}{2a}$ dan $y = \dfrac{D}{-4a}$

4. Gambarlah sketsa grafiknya dengan melihat nilai a dan D

Jika ditinjau dari nilai a dan D (diskriminan $D = b^2 - 4ac$) maka sketsa grafik parabola sebagai berikut:



Contoh :

Gambarlah sketsa grafik fungsi y = $x^2 - 6x + 5$

Penyelesaian :

a. Menentukan pembuat nol fungsi, dengan pemfaktoran diperoleh :

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 5) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ atau } x = 5$$

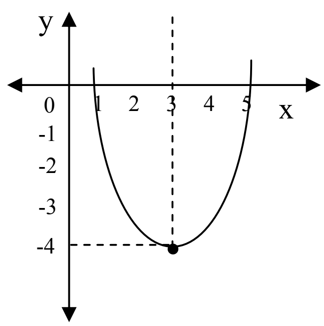
b. Menentukan sumbu simetri $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-6)}{2.1} = \dfrac{6}{2} = 3$

c. Menentukan titik puncak P (x,y)

Karena nilai x sudah diperoleh maka tinggal mencari nilai y dengan substitusi x = 3 pada fungsi semula yaitu : $y = 3^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 8 = -4$

Sehingga puncak parabola adalah titik (3, –4)

Jadi sketsa grafiknya :



C. Pertidaksamaan Kuadrat

Semua pertidaksamaan yang ekuivalen dengan salah satu dari tiga bentuk pertidaksamaan berikut: $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \le 0$, atau $ax^2 + bx + c \ne 0$, dengan $a \ne 0$ disebut dengan pertidaksamaan kuadrat

Sebelum masuk ke pertidaksamaan kuadrat, siswa perlu diajak untuk mengingat kembali penyelesaian persamaan kuadrat, yang dalam pertidaksamaan kuadrat menjadi pembuat nol bentuk kuadratnya.

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan ini langkah-langkahnya :

- Jadikan ruas kanan nol
- Uraikan bentuk itu atas faktor-faktor linear dan tentukan harga-harga nolnya (dengan menyelidiki, apakah diskriminan bentuk kuadratnya positif, nol atau negatif. Dan jika bentuk kuadratnya tidak dapat dinyatakan sebagai perkalian bentuk linear, berarti bentuk kuadratnya tidak mempunyai pembuat nol, yaitu karena D < 0 maka: jika D < 0 dan a < 0, maka bentuk kuadratnya definit negatif.

jika D < 0 dan a > 0, maka bentuk kuadratnya definit positif

Jika D ≥ 0, faktorkan bentuk kuadratnya menjadi perkalian bentuk linear. Pembuat nol yaitu x_1 dan x_2 akan menjadi batas interval. Penyelesaian pertidaksamaan tersebut diperoleh dari hasil perkalian komponennya yaitu $(x - x_1)$ dan $(x - x_2)$, dengan mengingat: ***hasil kali dua bilangan bukan nol adalah bilangan positif jika tandanya sama, dan bilangan negatif jika tandanya berbeda.***

- Atau setelah harga nol itu dilukis pada garis bilangan, kemudian periksa dengan sebarang nilai misal nol untuk menetapkan tanda " + " atau " – "
- Dapat juga penyelesaian persaman kuadrat didasarkan pada grafik fungsi kuadrat.

Contoh: 1). Selesaikan: $5x^2 - 45 > 0$

Jawab: Cara I

$5x^2 - 45 > 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 > 0$ *tiap ruas dikalikan dengan* $\frac{1}{5}$

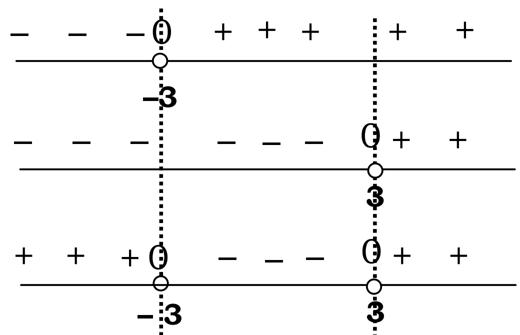
$\Leftrightarrow x^2 - (3)^2 > 0$ *menyatakan 3 dengan (3)*^{2}

$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 3) > 0$ *pemfaktoran*

grafik x + 3 adalah:

grafik x – 3 adalah:

grafik (x + 3)(x – 3):

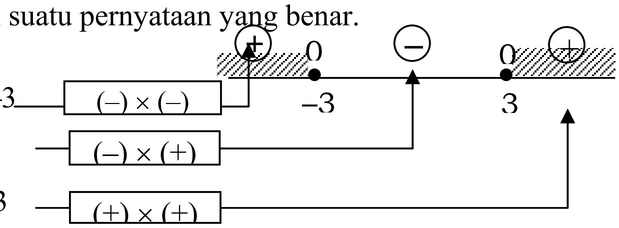


Karena $(x + 3)(x - 3) > 0$ (positif), maka yang memenuhi adalah $x < -3$ atau $x > 3$

Atau grafik hasil (ketiga) juga dapat diperoleh tanpa garis pertama dan kedua, yaitu :

Ubah ruas kiri ke dalam bentuk $(x - x_1)(x - x_2)$ dengan x_1 dan x_2 adalah pembuat nol dan ruas kanan 0 (jadi x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$). Dalam hal ini $(x + 3)(x - 3) = 0 \rightarrow x_1 = -3$ dan $x_2 = 3$. Uji hasil perkalian $(x + 3)(x - 3)$ pada tiga daerah interval dengan mengambil sembarang bilangan pengganti x yang menjadikan kalimat terbukanya menjadi suatu pernyataan yang benar.

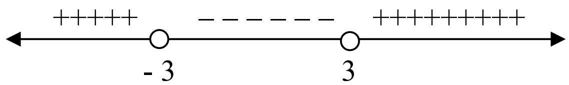
1) di sebelah kiri (kurang dari) –3
2) di antara – 3 dan 3
3) di sebelah kanan (lebih dari) 3



Tandai tanda bilangan pada perkalian (x + 3)(x –3) di setiap interval dapat dilihat pada gambar di atas.

Karena permasalahannya $5x^2 - 15 > 0$ atau $5x^2 - 15$ positip, maka menjadi pernyataan benar bila $x < -3$ atau $x > 3$.

Secara singkat lukis harga nol pada garis bilangan dan tentukan tanda positip dan negatifnya dengan menguji sebuah titik, misal x = 0 ke pertidaksamaan didapat:



Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{ x \mid x < -3 \text{ atau } x > 3\}$.

Cara lain dapat dengan grafik fungsi kuadrat sebagai berikut:

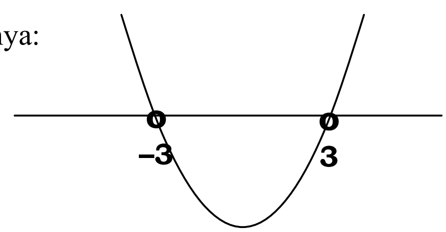
$5x^2 - 45 > 0 \Leftrightarrow$ Grafik $f(x) = 5x^2 - 45$ berada di atas sumbu X (nilai fungsinya positif)

Karena a > 0, maka grafik terbuka ke atas.

$f(x) = 5x^2 - 45 \Leftrightarrow f(x) = 5(x^2 - 9) \Leftrightarrow f(x)\ 5(x + 3)(x - 3)$

Grafiknya memotong sumbu X di tritik berabsis – 3 dan 3

Sketsanya:



Bagian grafik berada di atas sumbu X (nilai fungsinya positif) hanya jika $x < -3$ atau $x > 3$

Jadi penyelesaian pertidaksamaan tersebut adalah $x < -3$ atau $x > 3$.

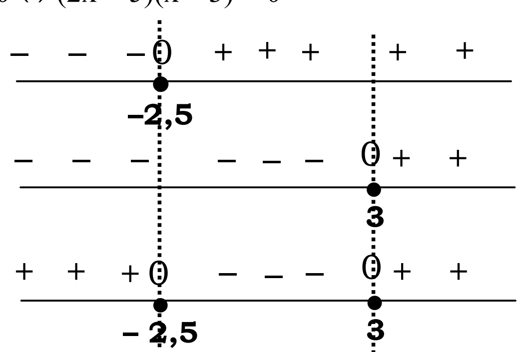
Contoh: 2). Tentukan himpunan penyelesaian : $2x^2 \leq x + 15$

Jawab : $2x^2 \leq x + 15 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 15 \leq 0 \Leftrightarrow (2x + 5)(x - 3) < 0$

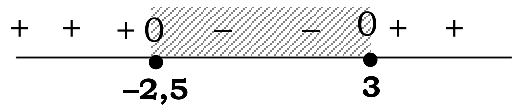
grafik 2x + 5 adalah:

grafik x – 3 adalah:

grafik (2x + 5)(x – 3):



Karena soalnya $2x^2 - x - 15 \le 0$ atau $(2x + 5)(x - 3) \le 0$, maka yang memenuhi daerah negatif atau nol sesuai yang diarsir:



Jadi himpunan penyelesaiannya ialah $\{ x \mid -2{,}5 \le x \le 3, x \in R\}$

Contoh: 3). Selesaikan $x^2 - 6x - 12 < 0$

Penyelesaian: nyatakan dalam bentuk kuadrat sempurna

$$x^2 - 6x + 9 - 9 - 12 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x^2 - 6x + 9) - 21 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 21 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - (\sqrt{21})^2 < 0$$
$$\Leftrightarrow (x - 3 - \sqrt{21})(x - 3 + \sqrt{21}) < 0$$

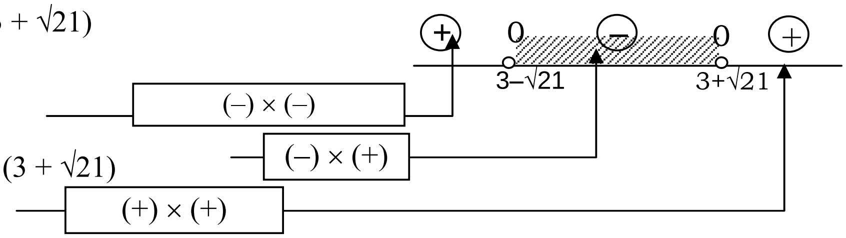
Pembuat nol didapat $x_1 = 3 + \sqrt{21}$ dan $x_2 = 3 - \sqrt{21}$

Uji nilai pada tiga daerah interval untuk menandai nilai + atau – untuk hasil perkalian $(x - 3 - \sqrt{21})(x - 3 + \sqrt{21})$

$x < (3 - \sqrt{21})$

$-(3 - \sqrt{21}) < x < (3 + \sqrt{21})$

$x > (3 + \sqrt{21})$



Yang memenuhi (menyebabkan $(x - 3 - \sqrt{21})(x - 3 + \sqrt{21})$ negatif) adalah**:**

$-(3 - \sqrt{21}) < x < (3 + \sqrt{21})$

Dengan beberapa latihan diharapkan siswa dapat diarahkan untuk menyelesaikannya dengan cara lebih cepat (dengan pertolongan satu garis bilangan) sebagai contoh :

Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan :

1). $x (x + 1) < 7x^2 - 12$

2). $(x - 1)^2 (x + 5) (x - 3)^3 < 0$

3). $\dfrac{2x + 7}{x - 1} \le 1$

Jawab :

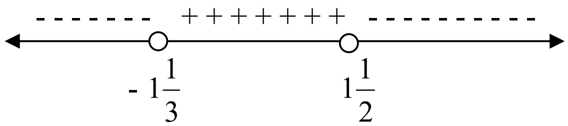
1). $x (x + 1) < 7x^2 - 12 \Leftrightarrow x^2 + x - 7x^2 + 12 < 0$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + x + 12 < 0$$
$$\Leftrightarrow (-2x + 3) (3x + 4) < 0$$

- dicari harga nol dari (-2x + 3) (3x + 4) = 0

didapat x = $-1\frac{1}{3}$ dan x = $1\frac{1}{2}$

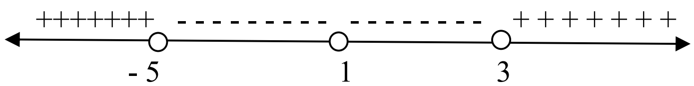
- pada garis bilangan kita tetapkan tanda-tandanya :



Jadi nilai x yang memenuhi adalah : $x < -1\frac{1}{3}$ atau $x > 1\frac{1}{2}$

2). $(x-1)^2$ selalu positif, karena suatu bentuk kuadrat

$(x-3)^3$ selalu berubah-ubah, dengan jalan sama seperti (x + 5) karena pangkat ganjil sehingga pada garis bilangan kita tetapkan tanda-tandanya

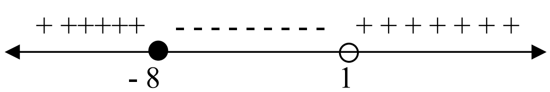


Jadi nilai x yang memenuhi adalah : $-5 < x < 3$ kecuali x = 1

3). $\frac{2x+7}{x-1} \le 1 \Leftrightarrow \frac{2x+7}{x-1} - 1 \le 0 \Leftrightarrow \frac{x+8}{x-1} \le 0$

Bila kedua ruas dikalikan $(x-1)^2$, maka tidak merubah tanda pertidaksamaannya

$\Leftrightarrow (x+8)(x-1) \le 0$



Jadi nilai x yang memenuhi adalah : $-8 \le x < 1$

D. Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat Dua Variabel

Bentuk umum $\begin{cases} ax + by = c \\ Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \end{cases}$

Salah satu bentuk umum paling sederhana adalah:

$$y = ax + b$$
$$y = px^2 + qx + r$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan bentuk ini dapat menggunakan metode substitusi.

Contoh: 1). Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan

$$y = x^2 - 6x + 9 \text{ dan } x + y = 5$$

Jawab:

Ubah persamaan linear $x + y = 5$ ke bentuk $y = -x + 5$ … (1)

Subtitusi $y = -x + 5$ dari….. (1) ke dalam $y = x^2 - 6x + 9$ …. (2)

$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$\Rightarrow -x + 5 = x^2 - 6x + 9 \qquad \textit{Persamaan kuadrat sekutu}$$

Ubah persamaan kuadrat sekutu (hasil substitusi) ke bentuk baku persamaan kuadrat:

$-x + 5 = x^2 - 6 + 9$

$x^2 - 5x + 4 = 0$ $\rightarrow$ *persamaan kuadrat bentuk baku*

$(x - 4)(x - 1) = 0$ $\rightarrow$ *menyelesaikan PK dengan pemfaktoran*

$x - 4 = 0$ atau $x - 1 = 0$

$x = 4$ atau $x = 1$

Jadi $x_1 = 4$ dan $x_2 = 1$

Substitusi nilai x ke dalam persamaan linear (1):

(a) Untuk $x_1 = 1$, $y_1 = -(4) + 5 = 1 \Rightarrow$ salah satu penyeleeaian (4, 1)

(b) Untuk $x_2 = 1$, $y_2 = -(1) + 5 = 4 \Rightarrow$ salah satu penyeleeaian (1, 4)

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah {(4, 1), (1, 4)}

Contoh: 2). Tentukan himpunan penyelesaian $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 9 \end{cases}$

Jawab:

Cara I

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \Leftrightarrow y = 7 - 2x \\ x^2 + 2xy + y^2 = 9 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x(7 - 2x) + (7 - 2x)^2 = 9$

$\Leftrightarrow x^2 + 14x - 4x^2 + 49 - 28x + 4x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 40 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 4)(x - 10) = 0$

$\Leftrightarrow x = 4$ atau $x = 10$

$x_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 7 - 2(4) = 7 - 8 = -1 \rightarrow$ Penyelesaiannya (4, –1)

$x_1 = 10 \Rightarrow y_1 = 7 - 2(10) = 7 - 20 = -13 \rightarrow$ Penyelesaiannya (10, –13)

Jadi himpunan penyelesaiannya ialah { (4, –1), (10, –13)}

Cara II

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ (x^2 + 2xy + y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ (x + y)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ (x + y) = 3 \text{ atau } x + y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} 2x + y = 7 & \\ x + y = 3 & \\ \hline x \quad = 4 & - \\ 4 + y = 3 \Leftrightarrow y = -1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 2x + y = 7 & \\ x + y = -3 & \\ \hline x \quad = 10 & - \\ 10 + y = -3 \Leftrightarrow y = -13 & \end{array}$$

Penyelesaiannya (4, –1) dan (10, –13)

Jadi himpunan penyelesaiannya ialah { (4, –1), (10, –13)}

Latihan

1. Jumlah harga 3 m kain katun dan 5 m kain phiskin adalah Rp. 77.000,00. Sedangkan harga 1 m kain katun sama dengan dua kali harga 1 m kain phiskin. Jika Atun membeli 1 m kain katun dan 1 m kain phiskin, berapa rupiah Atun harus membayar?
2. Tentukan persamaan garis g yang melalui A (3,1) dan tegak lurus garis BC dimana titik B (2,3) dan C (6,5).
3. Tentukan akar-akar persamaan :
   a. $(x – 3)^2 + 2(x – 3) – 3 = 0$
   b. $\frac{x - 6}{2x - 3} - \frac{x+3}{x+1} = 1$
4. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 – 8x + k = 0$ adalah x_1 dan x_2. Tentukan k dan akar-akar persamaan itu jika :
   a. $3x_1 = 4x_2 + 3$
   b. $x_1^2 + x_2^2 = 40$
5. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari $x^2 – 3x + 1 = 0$. Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1 + 2}$ dan $\frac{1}{x_2 + 2}$
6. Ditentukan garis $g \equiv x – 2y = 4$ dan parabola $y = x^2 – 2$. Tentukan persamaan garis singgung pada parabola itu dan yang sejajar dengan garis g , tentukan pula koordinat titik singgungnya.
7. Keuntungan harian L(x) dalam ratusan ribu rupiah diperoleh dengan produksi x satuan barang per hari dinyatakan dengan $L(x) = – 3x^2 + 30x – 36$. Tentukan banyak produksi

setiap harinya agar produsen itu memperoleh keuntungan maksimum. Berapa keuntungan maksimum setiap harinya?

8. Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan :

   a. $\frac{2x - 3}{5} < 7$.

   b. $\frac{2x - 1}{x + 2} > 1$

   c. $15 - 7x \leq 2x^2$

9. Pertidaksamaan $3x - a > \frac{x - 1}{5} + \frac{ax}{2}$ dipenuhi oleh $x < -3$, berapakah nilai a ?

10. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan:

$$\begin{cases} y = x - 9 \\ y = x^2 - 4x - 5 \end{cases}$$

Kemudian sketsalah grafik yang sesuai dengan sistem persamaan.

BAB III
PENUTUP

Pada bahan ajar persamaan dan pertidaksamaan ini contoh-contoh penerapan dalam kehidupan sehari-hari belum semua diberikan pada semua program keahlian di SMK tetapi hanya diberikan sebagian saja dan diharapkan peserta diklat dapat memberikan contoh sesuai program keahlian yang diajarkan. Untuk memperdalam penguasaan materi, peserta diklat dapat mengerjakan soal latihan yang ada pada akhir setiap pembahasan. Apabila ada kesulitan dalam mengerjakan latihan disarankan peserta mendiskusikan dengan peserta lain agar dapat memahami materi persamaan dan pertidaksamaan ini.

Semoga bahan ajar ini menjadi salah satu sumber bacaan bagi para guru dalam pembelajaran matematika di SMK. Penulis menyadari adanya keterbatasan dan kekurangan dalam penyusunan bahan ajar ini, sehingga kritik dan saran sangat diharapkan dari pembaca.

DAFTAR PUSTAKA

Markaban dkk, 2007, *Matematika SMK/MAK Kelas X*, Klaten, Saka Mitra Kompetensi P.T Macanan Jaya Cemerlang

Richard G. Brown (1994). *Advanced Mathematics* . California: Houghton Mifflin Company

Tumisah P. Jono & Mukimin (2002). *Bahan Ajar Matematika SMK Kelas 1*. Yogyakarta: PPPG Matematika

Tim PPPG Matematika, (2004). *Aljabar* , Yogjakarta : PPPG Matematika

-----------------------, (2005) *Bahan Ajar Diklat Guru Matematika*, Jakarta, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan.