DIKLAT GURU PENGEMBANG MATEMATIKA SMK
JENJANG DASAR TAHUN 2009

Program Linear

Oleh: Fadjar Shadiq, M.App.Sc.

PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas karunia-Nya, bahan ajar ini dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar ini digunakan pada Diklat Guru Pengembang Matematika SMK Jenjang Dasar Tahun 2009, pola 120 jam yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika Yogyakarta.

Bahan ajar ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan dalam usaha peningkatan mutu pengelolaan pembelajaran matematika di sekolah serta dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat di dalam maupun di luar kegiatan diklat.

Diharapkan dengan mempelajari bahan ajar ini, peserta diklat dapat menambah wawasan dan pengetahuan sehingga dapat mengadakan refleksi sejauh mana pemahaman terhadap mata diklat yang sedang/telah diikuti.

Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah berpartisipasi dalam proses penyusunan bahan ajar ini. Kepada para pemerhati dan pelaku pendidikan, kami berharap bahan ajar ini dapat dimanfaatkan dengan baik guna peningkatan mutu pembelajaran matematika di negeri ini.

Demi perbaikan bahan ajar ini, kami mengharapkan adanya saran untuk penyempurnaan bahan ajar ini di masa yang akan datang.
Saran dapat disampaikan kepada kami di PPPPTK Matematika dengan alamat: Jl. Kaliurang KM. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, DIY, Kotak Pos 31 YK-BS Yogyakarta 55281. Telepon (0274) 881717, 885725, Fax. (0274) 885752. email: p4tkmatematika@yahoo.com

Sleman, 11 Mei 2009
Kepala,

Kasman Sulyono
NIP. 130352806

Daftar Isi

KOMPETENSI

Memiliki kemampuan untuk mengembangkan keterampilan siswa dalam melakukan pemodelan (*modelling*) dengan menggunakan sistem pertidaksamaan linear dalam penyelesaian soal program linier.

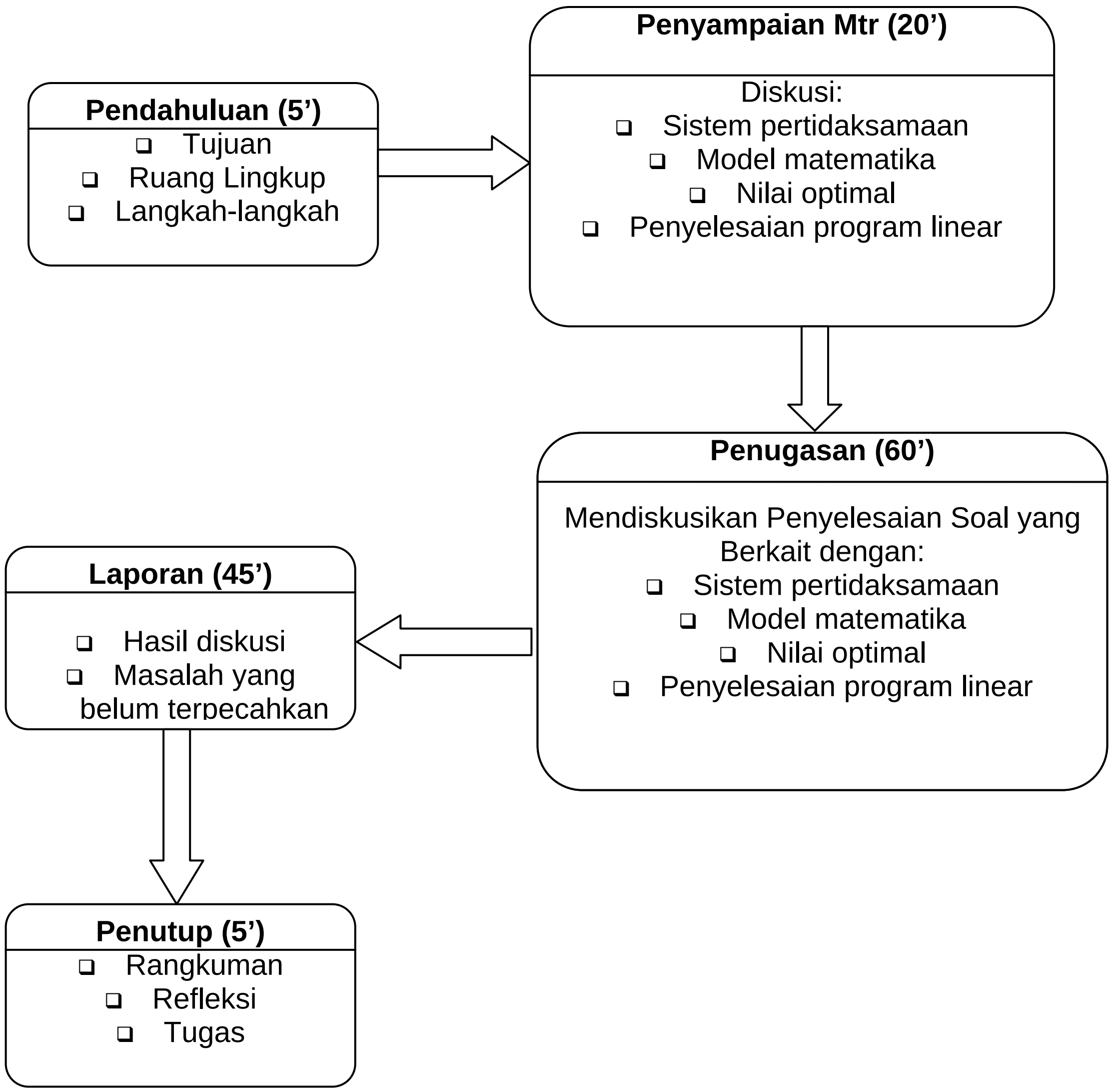
SUB KOMPETENSI

- Memiliki kemampuan membantu siswa dalam menentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear.
- Memiliki kemampuan membantu siswa dalam menentukan model matematika suatu soal ceritera.
- Memiliki kemampuan membantu siswa dalam menentukan bentuk objektif (bentuk sasaran).
- Memiliki kemampuan membantu siswa dalam menentukan nilai optimal suatu model matematika.

PETA BAHAN AJAR

Mata diklat untuk jenjang dasar ini membutuhkan pengetahuan prasyarat tentang persamaan linear dan sistem persamaan linear. Pada diklat jenjang dasar ini, para peserta diklat diharapkan sudah dapat mengembangkan dan meningkatkan kemampuannya, dalam bentuk kemampuan memecahkan masalah atau soal program linear. Modul ini akan dimulai dengan membahas tentang sistem pertidaksamaan, diikuti dengan membahas tentang nilai optimal, menyusun model matematikanya, dan menentukan nilai optimal model matematika tersebut. Dengan bekal seperti ini, diharapkan para peserta diklat jenjang dasar ini akan dapat membantu para siswa SMK-nya di lapangan.

SKENARIO PEMBELAJARAN



Bab I
Pendahuluan

A. Latar Belakang

Lampiran Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika di SMK menyatakan bahwa Standar Kompetensi Lulusan (SKL) nomor 2 untuk mata pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa: "Memahami sistem persamaan linier, pertidaksamaan linier, dan persamaan kuadrat, serta penerapannya dalam pemecahan masalah." Sejatinya, materi program linier merupakan penerapan dari pengetahuan tentang sistem pertidaksamaan linier yang mempunyai banyak penyelesaian dan mencari penyelesaian yang paling baik (penyelesaian optimal).

Jabaran dari SKL di atas adalah berupa SK (Standar Kompetensi) agar para siswa SMK dapat menyelesaikan masalah program linier. Berikut ini adalah jabaran SK, berupa KD, Indikator dan Materi Pembelajaran.

Kompetensi Dasar	**Indikator**	**Materi Pembelajaran**
1. Membuat grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier	▪ Pertidaksamaan linier ditentukan daerah penyelesaiannya ▪ Sistem pertidaksamaan linier dengan 2 variabel ditentukan daerah penyelesaiannya	▪ Grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dengan 2 variabel
2. Menentukan model matematika dari soal ceritera (kalimat verbal)	▪ Soal ceritera (kalimat verbal) diterjemahkan ke kalimat matematika ▪ Kalimat matematika ditentukan daerah penyelesaiannya	▪ Model matematika
3. Menentukan nilai optimum dari sistem pertidaksamaan linier.	▪ Fungsi obyektif ditentukan dari soal ▪ Nilai optimum ditentukan berdasar fungsi obyektif	▪ Fungsi objektif ▪ Nilai optimum
4. Menerapkan garis selidik	▪ Garis selidik digambarkan dari fungsi obyektif ▪ Nilai optimum ditentukan menggunakan garis selidik.	▪ Garis selidik

Karenanya, materi program linear ini akan menjadi materi yang sangat menentukan keberhasilan para siswa SMK dalam memecahkan masalah umum atau masalah dalam kehidupan sehari-hari. Kesulitan yang paling sering ditemui guru berkait dengan sistem persamaan linear maupun program linear adalah kesulitan para siswa dalam menyusun model matematikanya, atau mengubah masalah umum atau masalah dalam kehidupan sehari-hari menjadi bentuk model matematika menjadi persamaan linear, sistem persamaan linear, pertidaksamaan linear, maupun sistem persamaan linear.

Itulah sebabnya, pada diklat jenjang dasar ini, materi program linear, sesuai dengan indikator dan materi di atas akan membahas tentang:

1. Grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dengan 2 variabel.
2. Model matematika
3. Fungsi objektif dan nilai optimum.
4. Garis selidik

B. Tujuan

Modul ini disusun dengan maksud untuk memberikan tambahan pengetahuan berupa wawasan bagi guru SMK yang mengikuti diklat jenjang dasar di PPPPTK Matematika, dengan harapan dapat digunakan sebagai salah satu sumber untuk memecahkan masalah-masalah pengajaran program linear dan sistem persamaan linear SMK.

C. Cara Penggunaan Modul

Pembahasan pada modul ini lebih menitik-beratkan pada diskusi identifikasi dan pemecahan masalah yang berkait dengan sistem persamaan dan program linear. Di samping itu, akan dibahas juga bagaimana memfasilitasi siswa agar dapat mempelajari materi program linear lebih bermakna. Setiap bagian modul ini dimulai dengan beberapa contoh diikuti dengan teori-teori, dan diakhiri dengan latihan atau tugas. Di samping itu, dikemukakan juga tentang hal-hal penting yang perlu mendapat penekanan para guru di saat membahas pokok bahasan ini di kelasnya. Karenanya, para pemakai modul ini disarankan untuk membaca lebih dahulu teorinya sebelum mencoba mengerjakan latihan yang ada. Selama diskusi, para peserta diharapkan secara aktif mengemukakan keberhasilan maupun kegagalan selama proses pembelajaran. Jika para pemakai modul ini mengalami kesulitan maupun memiliki saran, sudi kiranya menghubungi penulisnya, melalui *email:* fadjar_p3g@yahoo.com, *website (situs):* www.fadjarp3g.wordpress.com telepon (0274)880762; HP: 08156896973, atau melalui PPPPTK Matematika, Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta dan fax (0274)885752.

Bab II
Sistem Pertidaksamaan Linier

Pada Bab I telah dinyatakan bahwa program linear adalah cara untuk memecahkan suatu persoalan yang model matematikanya terdiri dari pertidaksamaan linear. Yang menjadi pengetahuan prasyarat adalah sistem pertidaksamaan linear. Karena itu, paket ini akan dimulai dengan membahas pertidaksamaan linear, dan akan diikuti dengan membahas sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

A. Pengantar

Perhatikan soal di bawah ini.

Dua pabrik memproduksi tiga macam kualitas kertas, yaitu: kualitas rendah, sedang, dan tinggi. Kontrak dengan perusahaan lain menunjukkan permintaan sebanyak 16 ton, 5 ton, dan 20 ton berturut-turut untuk kertas kualitas rendah, sedang, dan tinggi. Biaya operasi untuk pabrik pertama adalah Rp 10.000.000,00 per hari dan untuk pabrik kedua sebesar Rp 20.000.000,00 per hari. Setiap harinya, pabrik pertama memproduksi 8 ton kertas kualitas rendah, 1 ton kertas kualitas sedang, dan 2 ton kertas kulitas tinggi; sedangkan pabrik kedua memproduksi 2 ton kertas kualitas rendah, 1 ton kertas kualitas sedang, dan 7 ton kertas kulitas tinggi setiap harinya. Berapa harikah waktu yang dibutuhkan oleh setiap pabrik untuk memenuhi kontrak tersebut agar didapatkan biaya produksi seminimal mungkin?

Salah satu langkah awal penyelesaian masalah tersebut adalah dengan mengandaikan bahwa penyelesaian dari yang ditanyakan sudah didapat lalu menyesuaikannya dengan yang diketahui untuk melanjutkan menyelesaikan atau memecahkan masalah tadi. Dengan demikian, variabel x dan y berturut-turut dimisalkan mewakili banyaknya hari yang dibutuhkan oleh pabrik pertama dan kedua untuk memenuhi kontrak tersebut. Untuk memudahkan pekerjaan, dapatlah disusun suatu tabel dari pembatas-pembatas yang diketahui, yaitu:

	Produksi Pabrik I	Produksi Pabrik II	Kebutuhan Kontrak
Kualitas Rendah	8 ton/hari	2 ton/hari	16
Kualitas Sedang	1 ton/hari	1 ton/hari	5
Kualitas Tinggi	2 ton/hari	7 ton/hari	20
Pemisalan	x hari	y hari	
Biaya Op / hari	Rp 10.000.000,00	Rp 20.000.000,00	

Karena sudah dimisalkan bahwa x adalah banyaknya hari yang digunakan pabrik pertama (I) dan y adalah banyaknya hari yang digunakan pabrik kedua (II); maka banyaknya kertas berkualitas rendah (dalam ton) yang dapat dihasilkan adalah:

$$\underbrace{(8 \text{ ton/hari})\times(x \text{ hari})}_{\text{Pabrik I}} + \underbrace{(2 \text{ ton/hari})\times(y \text{ hari})}_{\text{Pabrik II}}$$

B. Sistem Pertidaksamaan

Selanjutnya, dari pabrik I dan II didapatkan (8x + 2y) ton kertas berkualitas rendah. Karena yang dibutuhkan adalah 16 ton kertas berkualitas rendah, maka didapatkan pertidaksamaan pertama, yaitu: ($8x + 2y \geq 16$). Dengan cara yang sama, akan didapat pertidaksamaan lainnya sehingga didapat sistem pertidaksaamaan berikut:

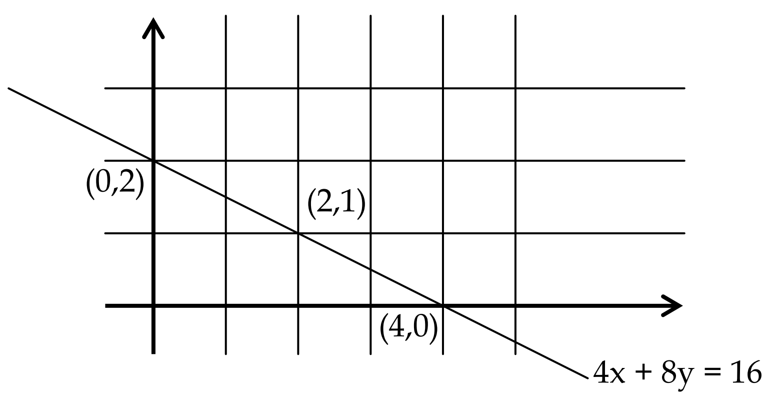
(1) $8x + 2y \geq 16$ (*paling sedikit ada 16 ton kertas kualitas rendah yang dibutuhkan)*
(2) $x + y \geq 5$ (*paling sedikit ada 5 ton kertas kualitas sedang yang dibutuhkan)*
(3) $2x + 7y \geq 20$ (*paling sedikit ada 20 ton kertas kualitas tinggi yang dibutuhkan)*
(4) $x \geq 0$ dan (5) $y \geq 0$ (*Banyaknya hari tidak boleh negatif*)

Dari sistem pertidaksamaan di atas; langkah selanjutnya adalah menggambar grafiknya dalam satu diagram kartesius, sehingga himpunan penyelesaiannya dapat ditentukan. Dengan demikian jelaslah bahwa para siswa harus memiliki pengetahuan tentang persamaan dan pertidaksamaan beserta grafiknya. Karena itu, bagian di bawah ini akan membahas tentang pertidaksamaan beserta grafiknya.

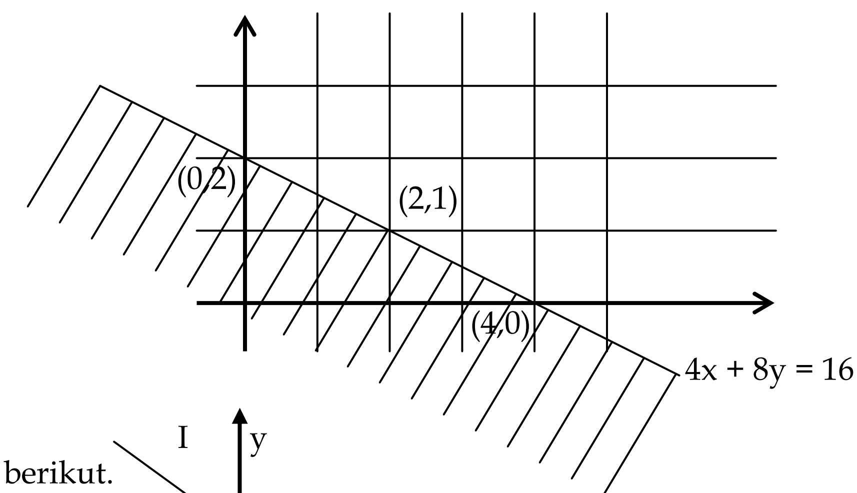
C. Pertidaksamaan

Contoh pertidaksamaan linier adalah: $4x + 8y \geq 16$; $x + y \geq 5$; $2x + 7y \geq 20$; $x \geq 0$; dan $y \geq 0$. Bentuk umum pertidaksamaan linier adalah $Ax + By + C \neq 0$. Notasi "$\neq$" dapat diganti $\geq$, $>$, $<$, ataupun $\leq$ sesuai dengan kebutuhannya. Pertanyaan yang dapat diajukan adalah, bagaimana menentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan $4x + 8y \geq 16$? Berikut langkah-langkahnya.

1. Pada bidang Cartesius, gambarlah grafik garis $4x + 8y = 16$.
   Cara I.
   Untuk $y = 0$, didapat $x = 4$; sehingga kurva memotong sumbu x di (4,0)
   Untuk $x = 0$, didapat $y = 2$; sehingga kurva memotong sumbu x di (0,2)
   Cara II.
   Kedua ruas persamaan garis $4x + 8y = 16$, dibagi 16, sehingga didapat persamaan garis $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$. Seperti dilakukan pada cara I di atas; dapat disimpulkan bahwa kurva akan memotong sumbu x dan y berturut-turut di titik (4,0) dan (0,2)
   Grafik yang didapat ditunjukkan pada gambar di bawah ini.

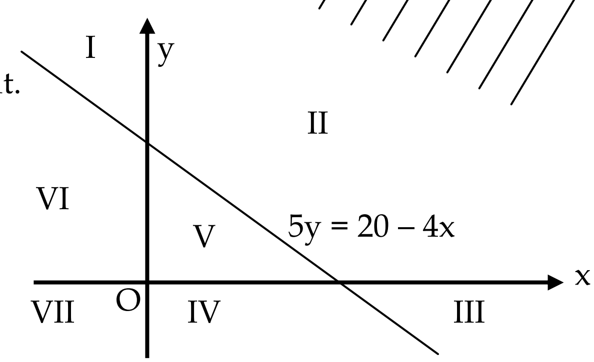


2. Menguji beberapa titik.
    a. Jika beberapa titik, seperti titik (0,2), (2,1), maupun (4,0) diujikan pada ruas kiri persamaan $4x + 8y = 16$ akan menghasilkan pernyataan yang bernilai benar, yaitu $16 = 16$.
    b. Apa yang akan terjadi jika beberapa titik yang terletak di sebelah kanan atau di sebelah atas titik-titik yang terletak pada garis $4x + 8y = 16$ yang diujikan. Sebagai contoh, jika beberapa titik seperti titik (5,0), (4,1), maupun (3,1) diuji. Ternyata akan menghasilkan pernyataan yang bernilai benar, yaitu $4x + 8y \geq 16$. Titik-titik lainnya yang sepihak dengan tiga titik tersebut akan memiliki sifat yang sama.
    c. Namun jika yang diuji adalah beberapa titik yang terletak di sebelah kiri atau di sebelah bawah titik-titik yang terletak pada garis $4x + 8y = 16$, lalu apa yang akan terjadi? Ternyata, akan menghasilkan suatu pernyataan yang bernilai salah. Contohnya, jika titik O(0, 0) yang diujikan pada $4x + 8y \geq 16$ akan didapat pernyataan $4\times0 + 8\times0 \geq 16$ atau $0 \geq 16$ yang bernilai salah.
3. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa titik-titik yang sepihak dengan titik O(0, 0) bukan penyelesaian. Tandailah untuk membedakan daerah yang memenuhi dan daerah yang tidak memenuhi pertidaksamaan. Saat ini, yang kita arsir adalah daerah yang tidak memenuhi. Perhatikan gambar berikut.



Latihan Soal Bab II

1. (PG) Perhatikan gambar berikut.



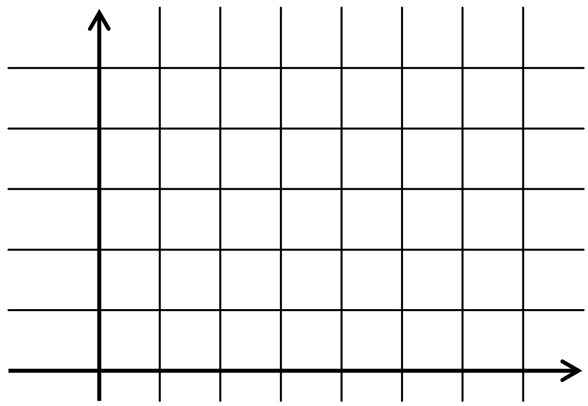
    Garis $5y = 20 - 4x$ memotong sumbu x di titik ….
    A. (5,0)   C. (0,4)   E. (0,20)
    B. (4,0)   D. (0,5)
2. (PG) Perhatikan gambar di atas. Garis dengan persamaan $y = kx$ dan $k > 0$ akan melewati daerah ....
    A. I, II, III   C. III, IV, VII   E. II, V, VII
    B. IV, V, VI   D. II, V, IV

3. (PG) Perhatikan gambar di atas. $\{(x, y): x \geq 0\} \cap \{(x, y): y \geq 0\} \cap \{(x, y): 5y \leq 20 - 4x\}$ $x, y \in R$ ditunjukkan oleh daerah ....

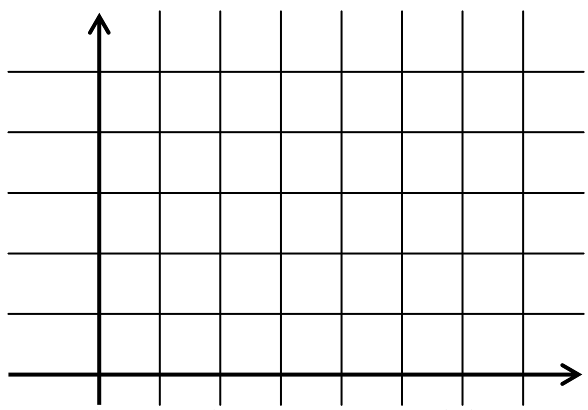
   A. II C. II dan V E. V dan IV

   B. V D. I dan III

4. (Esai) Pada diagram berikut, tentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan: $2x + 3y \geq 6$; $2x + 3y \leq 12$; $x \geq 1$ dan $x \in A$; serta $y \geq 0$ dan $x \in A$.



5. (Esai) Pada diagram berikut, tentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan: $2x + 5y \geq 10$; $4x + 3y \geq 12$; $x \geq 0$ dan $x \in A$; $y \geq 0$ dan $x \in A$



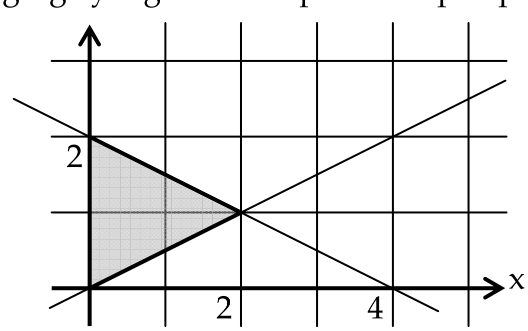
6. (PG) Himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 40$; $x + 2y < 40$; $x \geq 0$; dan $y \geq 0$ terletak pada daerah yang berbentuk … .

   A. trapesium D. segi empat

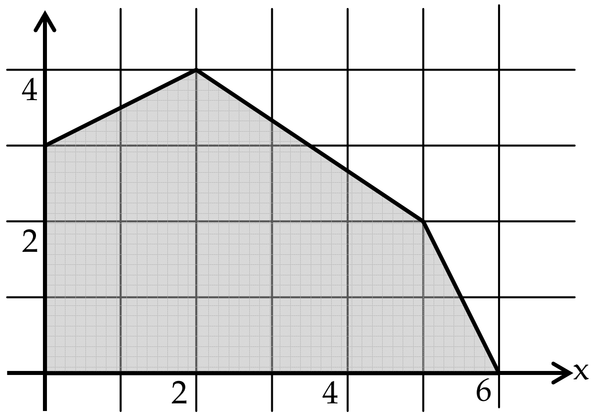
   B. persegi panjang E. segi lima

   C. segi tiga

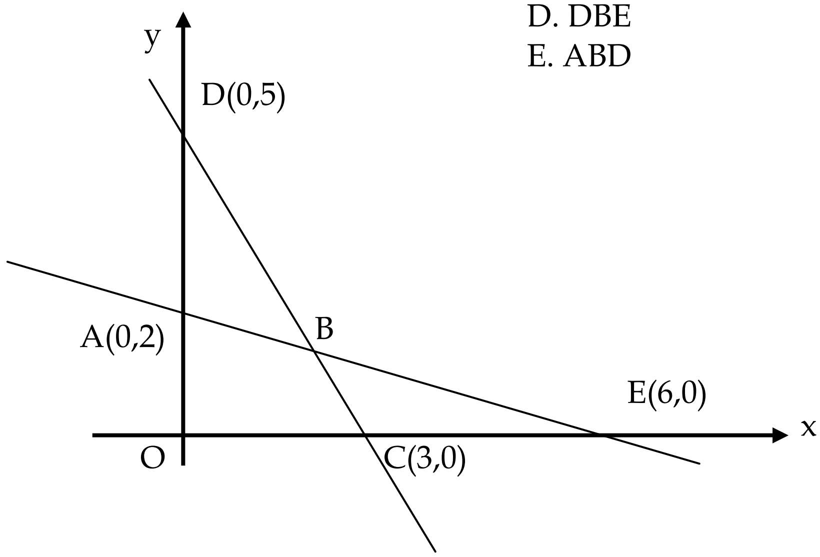
7. Tentukan sistem pertidaksamaan yang daerah himpunan penyelesaiannya adalah berupa daerah segitiga yang diarsir seperti nampak pada gambar berikut.



8. Tentukan sistem pertidaksamaan yang daerah himpunan penyelesaiannya adalah berupa daerah segi lima yang diarsir seperti nampak pada gambar berikut.



9. Daerah yang merupakan penyelesaian sistem pertidaksamaan: $5x + 3y \leq 15$; $x + 3y > 6$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ Pada gambar di bawah ini adalah … .
   A. OABC
   B. BCD
   C. BCE
   D. DBE
   E. ABD

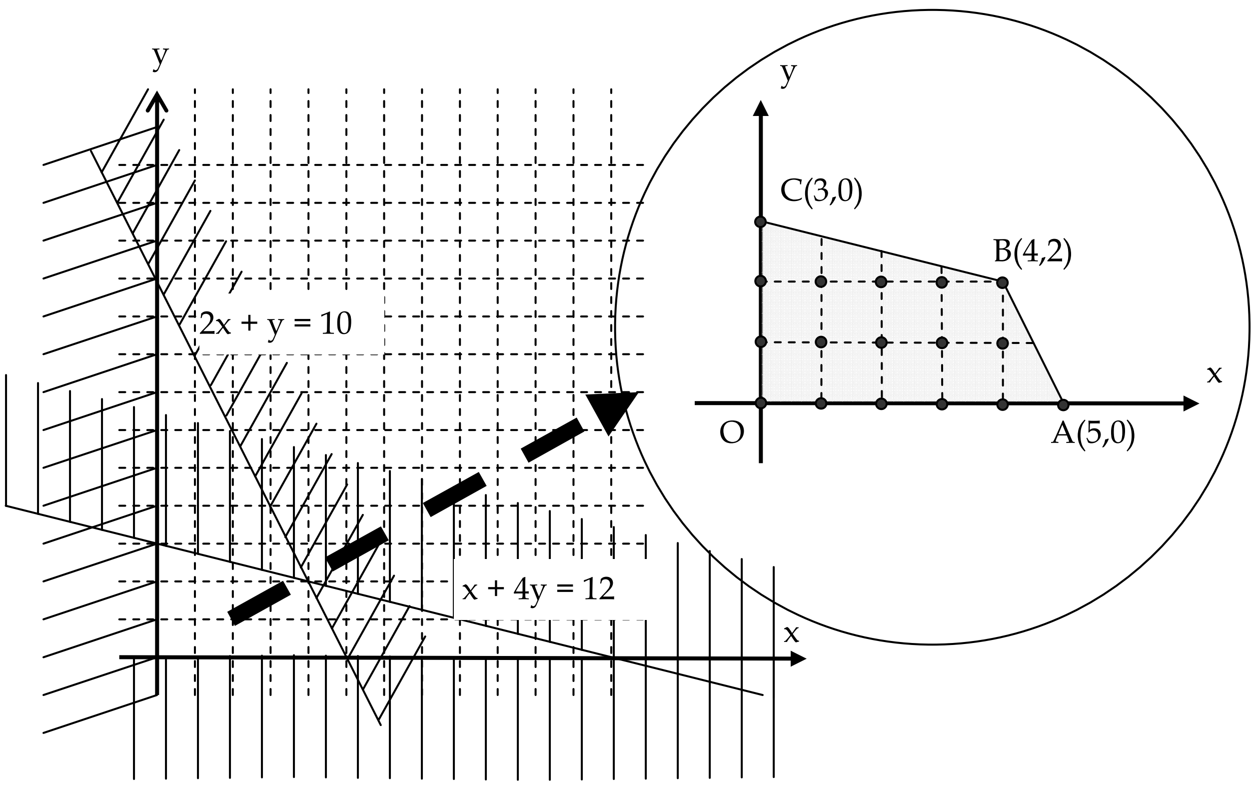


Bab III
Nilai Optimal Sistem Pertidaksamaan

Sudah dibahas pada Bab II bahwa secara umum, ada tiga langkah penting yang harus dilakukan dalam penyelesaian soal program linier dua variabel yang berkait dengan kehidupan sehari-hari, yaitu: (1) menerjemahkan soal ceritera ke dalam bahasa matematika (sistem pertidaksamaan); (2) menentukan himpunan penyelesaiannya; dan (3) menentukan titik atau beberapa titik yang memberikan hasil terbaik (nilai minimum atau nilai maksimum).

A. Nilai Optimal dengan Menguji

Jika dimisalkan bahwa pada langkah pertama di atas, didapatkan sistem pertidaksamaannya adalah: $x \geq 0$; $y \geq 0$; $2x + y \leq 10$; $x + 4y \leq 12$; dan $x, y \in A$. Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut dinyatakan dengan gambar berikut.



Himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas adalah: {(0,0), (1,0), (2,0), (3,0), (4,0), (5,0), (0,1), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (0,2), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2), dan (3,0)}.

Selanjutnya, selesaikan tugas berikut.

1. Tentukan nilai $(x + 3y)$ pada titik (3,1), (4,1), (3,2).
   Jawab:

Nilai (x + 3y) pada titik (3,1) adalah ....
Nilai (x + 3y) pada titik (4,1) adalah ....
Nilai (x + 3y) pada titik (3,2) adalah ....

2. Mengapa nilai (x + 3y) pada titik (3,1) kurang dari nilai (x + 3y) pada titik (4,1)?
   Jawab:

3. Mengapa nilai (x + 3y) pada titik (3,1) kurang dari nilai (x + 3y) pada titik (3,2)?
   Jawab:

4. Untuk menguji nilai (x + 3y) maksimum pada 17 titik di atas, sebutkan 3 titik yang berpotensi untuk mendapat nilai maksimum. Jelaskan.
   Jawab:

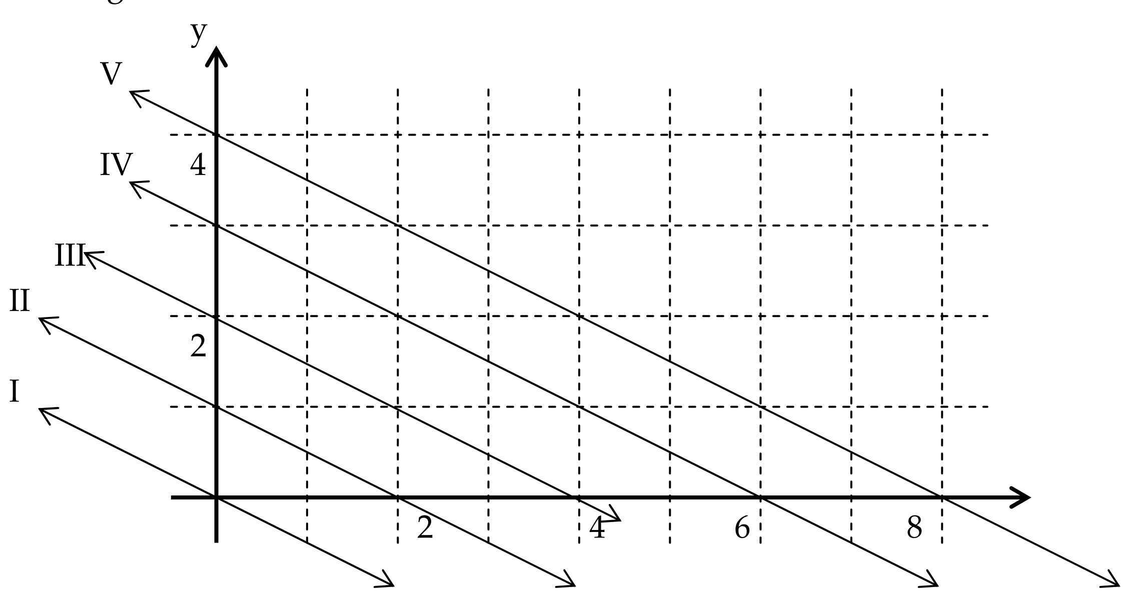
5. Tentukan nilai (x + 3y) maksimum pada HP sistem pertidaksamaan di atas.
   Jawab:

6. Tentukan nilai (10x + y) maksimum pada HP sistem pertidaksamaan di atas.
   Jawab:

7. Tentukan nilai (x + y) maksimum pada HP sistem pertidaksamaan di atas.
   Jawab:

B. Nilai Optimal dengan Garis Selidik

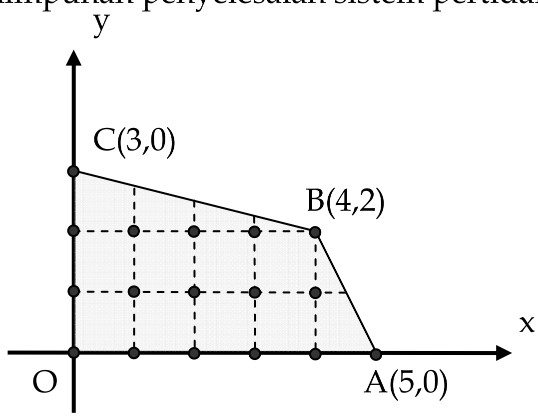
Perhatikan gambar berikut.



1. Tentukan persamaan garis V, IV, III, II, dan I.

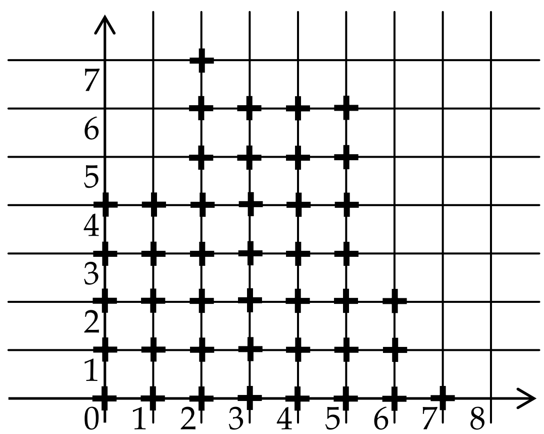
2. Nilai (x + 2y) pada titik-titik yang terletak pada:
    a. persamaan garis V adalah ....
    b. persamaan garis IV adalah ....
    c. persamaan garis III adalah ....
    d. persamaan garis II adalah ....
    e. persamaan garis I adalah ....
3. Apa yang dapat Anda simpulkan dari mengerjaan soal nomor 2 di atas.

4. Gunakan simpulan pada soal nomor 3 di atas untuk menentukan nilai (x + 2y) maksimum pada himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan di bawah ini.



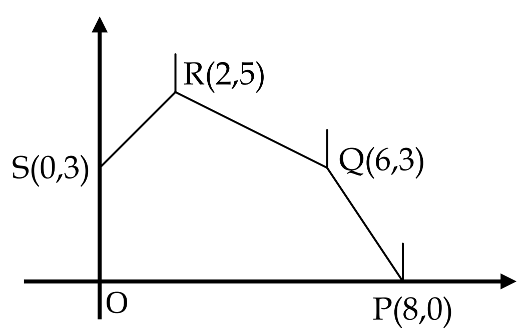
Latihan Soal Bab III

1. (Esai) Tanda plus atau positif ("+") pada gambar berikut merupakan grafik himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan.



Tentukan nilai maksimum ($3x + 4y$) pada himpunan penyelesaian itu.

2. (Esai) Segilima OPQRS merupakan himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linier.



Nilai maksimum $(x + 3y)$ adalah … dan terletak di titik ....

3. (PG) Dari sistem pertidaksamaan linier, $x = y \leq 50$; $2y \leq x + 40$ $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, maka nilai maksimum dari $3x + 5y$ adalah …

   A. 100 C. 190 E. 250
   B. 150 D. 210

4. (PG) Nilai maksimum sasaran (atau fungís objektif) $Z = 6x + 8y$ dari sistem pertidaksamaan $4x + 2y \leq 60$; $2x + 4y \leq 48$ dengan $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah ... .

   A. 120 C. 116 E. 112
   B. 118 D. 114

5. (PG) Nilai maksimum dari $x + y - 6$ yang memenuhi syarat $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 8y \leq 340$ dan $7x + 4y \leq 280$ adalah ... .

   A. 52 C. 50 E. 48
   B. 51 D. 49

6. (PG) Nilai maksimum dari $f(x,y) = 2x + y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan: $x + 2y \leq 8$; $x + y \leq 6$; $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah … .

   A. 4 C. 10 E. 16
   B. 6 D. 12

7. (PG) Nilai maksimum fungsi sasaran $z = 8x + 6y$ dengan syarat: $4x + 2y \leq 60$; $2x + 4y \leq 48$; $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah … .

   A. 132 C. 136 E. 152
   B. 134 D. 144

8. (PG) Nilai maksimum dari $f(x,y) = 4x + 28y$ yang memenuhi syarat $5x + 3y \leq 34$, $3x + 5y \leq 30$. $x \geq 0$, $y \geq 0$ adalah … .

   A. 104 C. 168 E. 250
   B. 152 D. 208

9. (PG) Nilai maksimum $4x + 5y$ dengan syarat $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y \leq 10$ dan $x + y \leq 7$ adalah ….

   A. 34 C. 32 E. 30
   B. 33 D. 31

10. (PG) Nilai maksimum dari $2x + y$ dengan syarat $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 5y \leq 15$ adalah … .

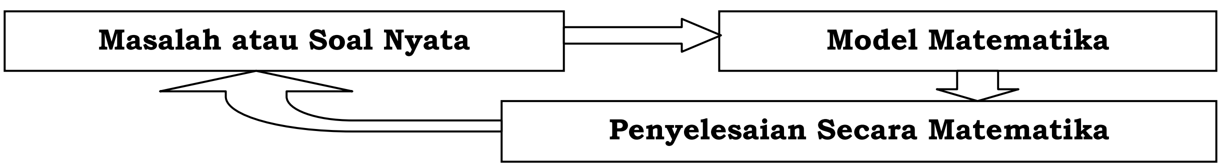
    A. 15 C. 5 E. 2
    B. 10 D. 3

Bab IV
Model Matematika

Ada tiga langkah penting yang harus dilakukan dalam penyelesaian soal program linier dua variabel yang berkait dengan kehidupan sehari-hari, yaitu: (1) menerjemahkan soal ceritera ke dalam bahasa matematika; (2) menentukan himpunan penyelesaiannya; dan (3) menentukan titik atau beberapa titik yang memberikan hasil terbaik (nilai minimum atau nilai maksimum). Langkah (2) dan (3) sudah dibahas, sehingga Bab IV ini akan membahas tentang model matematika.

A. Pengertian Model Matematika

Langkah paling penting dalam program linier adalah menerjemahkan soal ceritera ke dalam bahasa matematika. Loke (1998:1) menyatakan: *"A model therefore is anything which can be manipulated or used to find out about something else."* Artinya, model adalah segala sesuatu yang dapat dimanipulasi dan digunakan untuk mendapatkan sesuatu yang diinginkan. Dengan demikian, kata kunci pada istilah 'model' menurut Loke adalah dapat dimanipulasinya model tersebut dalam proses pemecahan masalah. Diagram berikut menunjukkan proses tersebut.



B. Contoh Model Matematika

Susunlah model matematika dari soal di bawah ini.

1. Andi memiliki uang Rp20.000,00. Ia dapat membeli x buah cokelat seharga Rp3.000,00 per buahnya atau membeli y buah krispi seharga Rp2.000,00 per buahnya.
2. Sebuah pesawat terbang mempunyai tempat duduk tidak lebih untuk 48 penumpang. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg, sedangkan penumpang kelas ekonomi bagasinya dibatasi 20 kg. Pesawat hanya boleh membawa bagasi 1.440 kg. Misalkan pesawat terbang membawa penumpang kelas utama x orang dan kelas ekonomi y orang.

Jawab.

1. Harga 1 buah cokelat Rp3.000,00. Karena dimisalkan Andi membeli x cokelat maka biayanya adalah $3.000x$ rupiah. Untuk krispi biayanya adalah $2000y$ rupiah. Jadi model matematika dari soal di atas adalah:
$$3.000x + 2.000y \leq 20.000 \text{ atau } 3x + 2y \leq 20.$$
2. Sudah dimisalkan bahwa pesawat terbang membawa x penumpang kelas utama dan y orang kelas ekonomi. Pesawat terbang mempunyai tempat duduk tidak lebih untuk 48 penumpang. Dengan demikian, didapat pertidaksamaan:
$$x + y \leq 48.$$

Karena setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg, penumpang kelas ekonomi bagasinya dibatasi 20 kg, dan pesawat hanya boleh membawa bagasi 1.440 kg. Maka didapat pertidaksamaan:

$$60x + 20y \leq 1.440 \text{ atau } 3x + y \leq 72.$$

Latihan Soal Bab IV

1. (Essai) Seorang pedagang roti ingin membuat dua jenis roti. Roti jenis A memerlukan 200 gram tepung dan 150 gram mentega. Roti jenis B memerlu-kan 400 gram tepung dan 50 gram mentega. Tersedia 8 kg tepung dan 2,25 kg mentega. Misalkan banyak roti A = x buah dan roti B = y buah. Tentukan sistem pertidaksamaan yang harus dipenuhi oleh x dan y
2. (Essai) Seorang penjahit membuat 2 jenis baju yang terbuat dari kain katun dan kain linen. Baju jenis pertama memerlukan 2m kain katun dan 1 m kain linen, sedangkan baju jenis kedua memerlukan 1 m kain katun dan 1 m kain linen. Tersedia 60 m kain katun dan 40 m kain linen. Misalkan dibuat baju jenis pertama x potong dan baju jenis kedua y potong. Tulislah sistem pertidak-samaan dalam x dan y untuk keterangan di atas.
3. (Essai) Suatu perusahaan tas dan sepatu memerlukan empat unsur a dan enam unsur b per minggu untuk masingmasing hasil produknya. Setiap tas memerlukan satu unsur a dan dua unsur b, setiap sepatu memerlukan dua unsur a dan dua unsur b. Tentukan model matematika untuk keterangan di atas.
4. (Essai) Rokok A dibeli dengan harga Rp12.000,00 per bungkus, sedangkan rokok B dengan harga Rp11.000,00 per bungkus. Seorang pedagang rokok mempunyai modal Rp1.800.000,00. Maksimal, kiosnya hanya dapat menampung 500 bungkus rokok. Tentukan model matematika untuk keterangan di atas.
5. (PG) Harga 1 kg beras Rp2.500,00 dan 1 kg gula Rp4.000,00. Seorang pedagang memiliki modal Rp300.000,00 dan tempat yang tersedia hanya memuat 1 kuintal. Jika pedagang tersebut membeli x kg beras dan y kg gula, maka sistem pertidaksamaan dari masalah tersebut adalah … .
   A. $5x + 8y \leq 600$; $x + y \leq 100$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   B. $5x + 8y \geq 600$; $x + y \leq 100$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   C. $5x + 8y \leq 600$; $x + y \geq 100$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   D. $5x + 8y \leq 10$; $x + y \leq 1$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
   E. $5x + 8y \geq 10$; $x + y \geq 1$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
6. (PG) Suatu pabrik roti memproduksi 120 kaleng setiap hari. Roti terdiri dari dua jenis, roti asin dan roti manis. Setiap hari roti asin diproduksi paling sedikit 30 kaleng dan roti manis 50 kaleng. Susunlah model matematikanya jika dimisalkan banyaknya kaleng untuk roti asin sebanyak x dan untuk roti manis y.
   A. $x + y \leq 120$; $x \geq 30$; $y \geq 50$, $y \in C$
   B. $x + y \geq 120$; $x \geq 30$; $y \geq 50$, $y \in C$
   C. $x + y \leq 120$; $x \geq 30$; $y \leq 50$, $y \in C$
   D. $x + y = 120$; $x \geq 30$; $y \geq 50$, $y \in C$
   E. $x + y = 120$; $x = 30$; $y = 50$, $y \in C$

7. (PG) Seorang wiraswasta membuat dua macam ember yang setiap harinya menghasilkan tidak lebih dari 18 buah. Harga bahan untuk jenis pertama Rp500,00 dan untuk ember jenis kedua Rp1.000,00. Ia tidak akan berbelanja lebih dari Rp13.000,00 setiap harinya. Jika jenis ember pertama dibuah sebanyak x buah dan jenis kedua sebanyak y buah, maka sistem pertidaksamaannya adalah … .
   A. $x + y \le 18$, $x + 2y \le 26$, $x \ge 0$, $y \ge 0$
   B. $x + y \le 18$, $x + 2y \le 26$, $x \le 0$, $y \le 0$
   C. $x + y \ge 18$, $2x + y \le 26$, $x \ge 0$
   D. $2x + y \le 26$, $x + 2y \le 26$, $y \ge 0$
   E. $x + y \le 26$, $x \ge 0$, $y \ge 0$
8. (PG) Suatu pesawat udara mempunyai tempat duduk tidak lebih dari 38 penumpang. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg sedang penumpang kelas ekonomi 20 kg. Pesawat itu hanya dapat membawa bagasi 1.440 kg. Bila x dan y berturutturut menyatakan banyak penumpang kelas utama dan ekonomi, banyak model matematika dari persoalan di atas adalah ... .
   A. $x + y \le 48$; $3x + y \ge 72$; $x \ge 0$; $y \ge 0$
   B. $x + y \le 48$; $x + 3y \le 72$; $x \ge 0$; $y \ge 0$
   C. $x + y \le 48$; $3x + y \le 72$; $x \ge 0$; $y \ge 0$
   D. $x + y \ge 48$; $x + 3y \ge 72$; $x \ge 0$; $y \ge 0$
   E. $x + y \ge 48$; $x + 3y \ge 72$; $x \le 0$; $y \le 0$
9. (PG) Seorang pengusaha mebel akan memproduksi meja dan kursi yang menggunakan bahan dari papan-papan kayu dengan ukuran tertentu. Satu meja memerlukan bahan 10 potong dan satu kursi memerlukan 5 potong papan. Papan yang tersedia ada 500 potong. Biaya pembuatan 1 meja Rp100.000,00 dan biaya pembuatan satu kursi 40.000,00. Anggaran yang tersedia Rp1.000.000,00. Model matematika dari persoalan tersebut adalah ....
   A. $x + 2y \le 100$; $5x + 2y \le 50$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   B. $x + 2y \le 100$; $2x + 5y \le 50$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   C. $2x + y \le 100$; $2x + 5y \le 50$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   D. $2x + y \le 100$; $5x + 2y \le 50$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   E. $2x + y \ge 100$; $5x + 2y \ge 50$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
10. (PG) Harga satu bungkus lilin A adalah Rp2.000,00 dan lilin B adalah Rp1.000,00. Jika pedagang hanya mempunyai modal Rp800.000,00 dan kiosnya hanya mampu menampung 500 bungkus lilin, maka model matematika dari permasalahan di atas adalah … .
   A. $x + y \ge 500$; $2x + y \ge 800$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   B. $x + y \le 500$; $2x + y \le 800$; $x \ge 0$, $y \ge 0$
   C. $x + y \le 500$; $2x + y \le 800$; $x \le 0$, $y \le 0$
   D. $x + y \ge 500$; $2x + y \ge 800$; $x \le 0$, $y \le 0$
   E. $x + y \ge 500$; $2x + y \ge 800$; $x \ge 0$, $y \ge 0$

Bab V
Penyelesaian Soal Program Linier

A. Tiga Langkah Penting

Ada tiga langkah penting yang harus dilakukan dalam penyelesaian soal program linier dua variabel yang berkait dengan kehidupan sehari-hari, yaitu: (1) menerjemahkan soal ceritera ke dalam bahasa matematika; (2) menentukan himpunan penyelesaiannya; dan (3) menentukan titik atau beberapa titik yang memberikan hasil terbaik (nilai minimum atau nilai maksimum). Semua langkah sudah dibahas, sehingga Bab V ini akan membahas pemaduan semua langkah tersebut.

B. Contoh Langkah Penyeleaian

> Sebuah pesawat terbang mempunyai tempat duduk tidak lebih untuk 48 penumpang. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg, sedangkan penumpang kelas ekonomi bagasinya dibatasi 20 kg. Pesawat hanya boleh membawa bagasi 1.440 kg. Harga tiket kelas utama Rp400.000,00 per orang dan kelas ekonomi Rp300.000,00 per orang. Berapakah banyaknya penumpang masing-masing kelas agar diperoleh hasil penjualan tiket sebesar-besarnya?

Untuk menyelesaikan soal di atas, maka kerjakan tugas berikut.

a. Memisalkan bahwa pesawat terbang membawa x penumpang kelas utama dan y orang penumpang kelas ekonomi. Tulislah sistem pertidaksamaan dalam x dan y untuk keterangan di atas.
b. Gambarlah grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan itu.
c. Tentukan bentuk obyektif yang menyatakan besarnya penjualan tiket.
d. Berapakah banyaknya penumpang masing-masing kelas agar diperoleh hasil penjualan tiket sebesar-besarnya.
e. Hitunglah hasil penjualan terbesat tiket itu.

Latihan Soal Bab V

1. (Essai) Seorang pedagang roti ingin membuat dua jenis roti. Roti jenis A memerlukan 200 gram tepung dan 150 gram mentega. Roti jenis B memerlu-kan 400 gram tepung dan 50 gram mentega. Tersedia 8 kg tepung dan 2,25 kg mentega. Roti jenis A dijual dengan harga Rp7.500,00 per buah dan jenis roti B dengan harga Rp6.000,00 per buah. Misalkan banyak roti A = x buah dan roti B = y buah.
   a. Tentukan sistem pertidaksamaan yang harus dipenuhi oleh x dan y
   b. Gambarlah grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan (a)
   c. Tentukan bentuk obyektif yang menyatakan harga penjualan seluruhnya
   d. Tentukan pendapatan maksimum yang dapat diperoleh pedagang roti tersebut.
2. (Essai) Seorang penjahit membuat 2 jenis baju yang terbuat dari kain katun dan kain linen. Baju jenis pertama memerlukan 2m kain katun dan 1 m kain linen, sedangkan baju jenis kedua memerlukan 1 m kain katun dan 1 m kain linen.

Tersedia 60 m kain katun dan 40 m kain linen. Penjahit itu mengharapkan laba Rp16.000,00 tiap potong jenis pertama dan Rp15.000,00 tiap potong jenis baju kedua. Hitunglah laba maksimum itu.

3. (Essai) Seorang pengusaha akan mendirikan beberapa rumah tipe A dan tipe B untuk disewakan. Setiap rumah tipe A menggunakan tanah $100m^2$ dan setiap rumah tipe B menggunakan tanah $200m^2$. Rumah tipe A bertingkat dan membutuhkan biaya Rp300.000.000,00. Rumah tipe B tidak bertingkat dan membutuhkan biaya Rp200.000.000,00. Tanah yang disediakan untuk membangun rumah-rumah tersebut adalah $2.000m^2$. Tarif sewa rumah tersebut adalah sama, yaitu Rp750.000,00 per bulannya. Tentukan hasil sewa maksimum yang mungkin.
4. (Essai) Seorang pengusaha pabrik akan mengirim hasil produk pabriknya berupa 60 kotak besar (L) dan 32 kotak sedang (M). Sang pengusaha akan menyewa truk besar dan truk kecil. Setiap truk besar dapat membawa 10 kotak besar dan 4 kotak sedang. Setiap truk kecil dapat membawa 5 kotak besar dan 6 kotak sedang. Biaya untuk menyewa 1 truk besar dan 1 truk kecil untuk sekali jalan berturut-turut adalah Rp450.000,00 dan Rp300.000,00. Hitunglah biaya terendahnya.
5. (PG) Pesawat penumpang mempunyai tempat duduk 48 kursi. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg sedang kelas ekonomi 20 kg. Pesawat hanya dapat membawa bagasi 1440 kg. Harga tiket kelas utama Rp450.000,00 dan kelas ekonomi Rp300.000,00.
   Supaya pendapatan dari penjualan tiket pada saat pesawat penuh mencapai maksimum, jumlah tempat duduk kelas utama haruslah … .
   A. 12 C. 24 E. 30
   B. 20 D. 25
6. (PG) Luas daerah parkir 176 m^2, luas rata-rata untuk mobil sedan 4 m^2 dan bis 20 m^2. Daya muat maksimum hanya 20 kendaraan, biaya parkir untuk mobil Rp1.000,00/jam dan untuk bis Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, maka hasil maksimum tempat parkir itu … .
   A. Rp2.000,00 C. Rp4.400,00 E. Rp3.000,00
   B. Rp3.400,00 D. Rp2.600,00
7. (PG) Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat 400 pasang sepatu. Keuntungan setiap pasang sepatu laki-laki Rp1.000,00 dan setiap pasang sepatu wanita Rp500,00. Jika banyak sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang, maka keuntungan terbesar diperoleh … .
   A. Rp275.000,00 C. Rp325.000,00 E. Rp375.000,00
   B. Rp300.000,00 D. Rp350.000,00
8. (PG) Seorang penjaja buah-buahan yang menggunakan gerobak menjual apel dan pisang. Harga pembelian apel Rp5.000,00 tiap kg dan pisang Rp2.000,00 tiap kg. Modalnya hanya Rp1.250.000,00 dan muatan gerobak tidak dapat melebihi 400 kg. Jika keuntungan tiap kg apel dua kali keuntungan tiap kg pisang, maka untuk memperoleh keuntungan sebesar mungkin pada setiap pembelian, pedagang itu harus membeli … .
   A. 250 kg apel
   B. 400 kg pisang

C. 170 kg apel dan 200 kg pisang
D. 100 kg apel dan 300 kg pisang
E. 150 kg apel dan 250 kg pisang

9. (PG) Dengan persediaan kain polos 20 m dan kain bergaris 10 m, seorang penjahit akan membuat 2 model pakaian jadi. Model I memerlukan 1 m kain polos dan 1,5 m kain bergaris. Model II memerlukan 2 m kain polos dan 0,5 m kain bergaris. Bila pakaian tersebut dijual, setiap model I memperoleh untung Rp15.000,00 dan model II memperoleh untung Rp10.000,00. Laba maksimum yang diperoleh adalah sebanyak …
A. Rp100.000,00 C. Rp160.000,00 E. Rp300.000,00
B. Rp140.000,00 D. Rp200.000,00

10. (PG) Suatu perusahaan tas dan sepatu memerlukan empat unsur *a* dan enam unsur *b* per minggu untuk masing-masing hasil produknya. Setiap tas memerlukan satu unsur *a* dan dua unsur *b*, setiap sepatu memerlukan dua unsur *a* dan dua unsur *b*. Bila setiap tas mendapat untung sebesar 3000 rupiah setiap sepatu untung 2000 rupiah, maka banyak tas atau sepatu yang dihasilkan per minggu agar diperoleh untung yang maksimal adalah ... .
A. 3 tas C. 3 sepatu E. 2 tas dan 1 sepatu
B. 4 tas D. 3 sepatu

11. (PG) Rokok A yang harganya Rp2.000,00 per bungkus dijual dengan laba Rp400,00 per bungkus, sedangkan rokok B yang harganya Rp1.000,00 per bungkus dijual dengan laba Rp300,00 per bungkus. Seorang pedagang rokok yang mempunyai modal Rp800.000,00 dan kiosnya maksimal dapat menampung 500 bungkus rokok, akan memperoleh keuntungan yang sebesar-besarnya jika iamembeli …
A. 300 bungkus rokok A dan 200 bungkus rokok B
B. 200 bungkus rokok A dan 300 bungkus rokok B
C. 250 bungkus rokok A dan 250 bungkus rokok B
D. 100 bungkus rokok A dan 400 bungkus rokok B
E. 400 bungkus rokok A dan 100 bungkus rokok B

12. (PG) Harga tiket bus dari kota A ke kota B untuk kelas ekonomi Rp250.000,00 dan kelas eksekutif Rp650.000.00. Jika dari 200 tiket yang terjual diperoleh uang Rp96.000.000,00, maka banyaknya penumpang kelas ekonomi dan kelas eksekutif masing-masing adalah ...
A. 75 orang dan 125 orang D. 110 orang dan 90 orang
B. 80 orang dan 120 orang E. 115 orang dan 855 orang
C. 85 orang dan 115 orang

13. (PG) Dengan persediaan kain polos 20 m dan kain bergaris 10 m seorang penjahit akan membuat pakaian jadi. Mdel I memerlukan 1 m kain polos dan 1,5 m kain bergaris, model II memerlukan 2 m kain polos dan 0,5 m kain bergaris. Jumlah total pakaian jadi akan maksimum, jika jumlah model I dan model II masing-masing adalah ....
A. 4 dan 8 C. 6 dan 4 E. 7 dan 5
B. 5 dan 9 D. 8 dan 6

14. (PG) Seorang pemborong mendapat pesanan dua jenis pagar. Pagar jenis I seharga Rp30.000,00/meter dan pagar jenis II seharga Rp45.000,00/meter. Tiap m pagar

jenis I memerlukan 4 m besi pipa dan 6 m besi beton. Tiap m pagar jenis II memerlukan 8 m besi pipa dan 4 m besi beton. Persediaan yang ada adalah 640 m besi pipa dan 480 besibeton. Jika semua pesanan terpenuhi, maka hasil penjualan maksimum kedua jenis pagar adalah ... .

A. Rp2.400.000,00 C. Rp3.900.000,00 E. Rp5.400.000,00
B. Rp3.600.000,00 D. Rp4.800.000,00

15. (PG) Seorang pedagang kaki lima menyediakan uang Rp1.650.000,00 untuk membeli kemeja dengan harga @ Rp20.000,00 dan celana @ Rp50.000,00. Jumlah kemeja yang ia beli tidak kurang dari 3 kali jumlah celana, Ia mengambil keuntungan Rp3.000,00 untuk setiap potong celana. Jika barang-barang yang ia beli dengan cara tersebut di atas terjual habis, berapa keuntungan sebesar-besarnya yang ia peroleh … .

A. Rp250.000,00 C. Rp275.000,00 E. Rp295.000,00
B. Rp265.000,00 D. Rp285.000,00

16. (PG) Sebuah toko bunga menjual 2 macam rangkaian bunga. Rangkaian I memerlukan 10 tangkai bunga mawar dan 15 tangkai bunga anyelir, Rangkaian II memerlukan 20 tangkai bunga mawar dan 5 tangkai bunga anyelir. Persediaan bunga mawar dan bunga anyelir masingmasing 200 tangkai dan 100 tangkai. Jika rangkaian I dijual seharga Rp200.000,00 dan rangkaian II dijual seharga Rp100.000,00 per rangkaian, maka penghasilan maksimum yang dapat diperoleh adalah … .

A. Rp1.400.000,00 C. Rp1.600.000,00 E. Rp1.800.000,00
B. Rp1.500.000,00 D. Rp1.700.000,00

17. (PG) Seorang penjahit membuat 2 jenis pakaian untuk dijual. Pakaian jenis I memerlukan 2 m katun dan 4 m sutera dan pakaian jenis II memerlukan 5 m katun dan 3 m sutera. Bahan katun yang tersedia adalah 70 m dan sutera yang tersedia 84 m. Pakaian jenis I dijual dengan laba Rp25.000,00 dan pakaian jenis II mendapat laba Rp50.000,00. Agar memperoleh laba sebesarbesarnya maka banyak pakaian masing-masing adalah … .

A. pakaian jenis I = 15 potong dan jenis II = 8 potong
B. pakaian jenis I = 8 potong dan jenis II = 15 potong
C. pakaian jenis I = 20 potong dan jenis II = 3 potong
D. pakaian jenis I = 13 potong dan jenis II = 10 potong
E. pakaian jenis I = 10 potong dan jenis II = 13 potong

Bab VI
Penutup

Modul ini disusun dengan maksud untuk memberikan tambahan pengetahuan berupa wawasan bagi para guru matematika SMK yang mengikuti diklat jenjang dasar di PPPPTK Matematika. Harapannya, modul ini dapat digunakan sebagai salah satu sumber untuk dapat memecahkan masalah-masalah selama proses pembelajaran di kelas yang berkait dengan program linear di SMK. Materi ini menjadi sangat penting, karena latar belakang lampiran Permendiknas nomor 22 tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMK (Depdiknas, 2006: 387) menyatakan bahwa: "Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika ...." Pada proses pemecahan masalah di SMK, strategi pemodelan (*modelling*) adalah yang paling sering digunakan, yaitu mengubah masalah umum atau masalah dalam kehidupan sehari-hari menjadi bentuk model matematika.

Program linear adalah cara untuk memecahkan suatu persoalan yang model matematikanya terdiri dari pertidaksamaan linear menjadi sangat penting karena dapat mendukung proses pembelajaran tentang pemodelan (*modelling*) yang sekaligus juga dapat meningkatkan kemampuan memecahkan masalah matematika sebagaimana yang dituntut dokumen Permendiknas nomor 22 tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika SMK. Dengan demikian, proses pembelajaran program linear dan sistem persamaan linear harus lebih mengacu pada pemodelannya. Selanjutnya, Anda diharapkan dapat mencobakan materi yang ada pada paket ini yang sesuai dengan kondisi di sekolahnya masing-masing. Untuk soal yang terlalu sulit dapat dipermudah ataupun disederhanakan.

Daftar Pustaka

Abrahamson, D; Gray, M.C (1971). *The Art of Algebra*. Adelaide: Rigby Limited.

Campbell, H.G. (1977). *An Introduction to Matrices,Vectors, and Linear Programming (2nd Ed)* . New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Depdiknas (2006). *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas.* Jakarta: Depdiknas.

Loke, M.L.T. (1998). *Mathematical Modelling*. Bahan Diklat *Training on Improving Teaching Profisiensi of Indonesian Junior & Senior Secondary Mathematics Teachers*. Penang: Seameo-Recsam.