DIKLAT GURU PENGEMBANG MATEMATIKA SMK
JENJANG DASAR TAHUN 2009

Relasi dan Fungsi

Oleh: Drs. Markaban, M.Si.

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas karunia-Nya, bahan ajar ini dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar ini digunakan pada Diklat Guru Pengembang Matematika SMK Jenjang Dasar Tahun 2009, pola 120 jam yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika Yogyakarta.

Bahan ajar ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan dalam usaha peningkatan mutu pengelolaan pembelajaran matematika di sekolah serta dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat di dalam maupun di luar kegiatan diklat.

Diharapkan dengan mempelajari bahan ajar ini, peserta diklat dapat menambah wawasan dan pengetahuan sehingga dapat mengadakan refleksi sejauh mana pemahaman terhadap mata diklat yang sedang/telah diikuti.

Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah berpartisipasi dalam proses penyusunan bahan ajar ini. Kepada para pemerhati dan pelaku pendidikan, kami berharap bahan ajar ini dapat dimanfaatkan dengan baik guna peningkatan mutu pembelajaran matematika di negeri ini.

Demi perbaikan bahan ajar ini, kami mengharapkan adanya saran untuk penyempurnaan bahan ajar ini di masa yang akan datang.
Saran dapat disampaikan kepada kami di PPPPTK Matematika dengan alamat: Jl. Kaliurang KM. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, DIY, Kotak Pos 31 YK-BS Yogyakarta 55281. Telepon (0274) 881717, 885725, Fax. (0274) 885752. email: p4tkmatematika@yahoo.com

Sleman, 11 Mei 2009
Kepala,

Kasman Sulyono
NIP. 130352806

Daftar Isi

PETA KOMPETENSI DAN BAHAN AJAR

No	Kompetensi / Sub kompetensi	Indikator	Materi Pembelajaran
1.	***Kompetensi :*** **Mampu memfasilitasi siswa dalam memecahkan masalah berkaitan dengan fungsi, persamaan fungsi linier dan fungsi kuadrat.** ***Subkompetensi:-*** **Mengembangkan keterampilan siswa dalam:** • Mendeskripsikan perbedaan konsep relasi dan fungsi • Menerapkan konsep fungsi linier. • Menerapkan konsep fungsi kuadrat. • Menggambarkan grafik fungsi linear • Menggambarkan grafik fungsi kuadrat • Menerapkan konsep fungsi eksponen • Menerapkan konsep fungsi logaritma • Menerapkan konsep fungsi trigonometri	• Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep fungsi linear dan grafiknya. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep fungsi kuadrat dan grafiknya. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep fungsi eksponen dan grafiknya. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep fungsi logaritma dan grafiknya. • Mampu mengembangkan dari kehidupan nyata sehari-hari, menjelaskan dan memberikan contoh mengenai konsep fungsi trigonometri dan grafiknya	• Fungsi linear • Persamaan garis lurus • Hubungan gradien dua garis • Fungsi kuadrat • Fungsi eksponen • Fungsi Logaritma • Fungsi Trigonometri • Penerapan fungsi

SKENARIO PEMBELAJARAN

1. Pada awal pertemuan di lakukan kegiatan identifikasi permasalahan pembelajaran pada materi relasi fungsi yang dihadapi oleh guru selama di kelas.

2. Dari identifikasi permasalahan pembelajaran tersebut dijelaskan dengan ceramah, tanya jawab dan curah pendapat sehingga permasalahan relasi fungsi dapat dipecahkan

3. Peserta bekerja dalam kelompok program keahlian yang terdiri dari 5-6 orang dan mendiskusikan dan menganalisis materi dan latihan pada modul serta memberikan contoh penerapan sesuai program keahliannya.

Bab I
Pendahuluan

A. Latar Belakang

Konsep “fungsi” merupakan hal yang penting dalam berbagai cabang matematika. Dalam banyak hal fungsi diterapkan dalam berbagai bidang untuk menyelesaikan persoalan-persoalan baik dalam bidang tehnik, ekonomi dan bidang lain yang mempelajari hubungan-hubungan antar variabel, dimana variabel satu sama lainnya saling pengaruh mempengaruhi dan dapat diukur, seperti jarak dan waktu dapat diiukur, sehingga dapat dikatakan bahwa jarak adalah fungsi dari waktu.

Ruang lingkup fungsi yang berkaitan dengan penerapannya telah dikembangkan lebih lanjut dan diterapkan untuk memecahkan permasalahan pada kehidupan nyata sehari-hari, misalnya: dalam kegiatan produksi, para pengelola melakukan proses produksinya tentu melakukan perhitungan yang cukup cermat agar dapat mendatangkan keuntungan, hal ini akan dipelajari dalam materi relasi dan fungsi. Oleh karena itu materi relasi dan fungsi perlu diajarkan kepada siswa dan guru matematika harus menguasai materi tersebut. Disamping itu guru hendaknya mampu mengembangkan pembelajaran konsep relasi dan fungsi di kelas dengan contoh-contoh penerapan pada bidang keahliannya dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan keterampilan siswa dalam melakukan, menerapkan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep relasi dan fungsi.

B. Tujuan

Modul ini disusun sebagai bahan ajar yang berisi konsep-konsep tentang relasi dan fungsi serta contoh penerapannya yang masih dapat dikembangkan sesuai bidang keahlian. Diharapkan dapat semakin memantapkan penguasaan materi sehingga guru mampu mengembangkan keterampilan siswa dalam melakukan, menerapkan dalam kehidupan sehari-hari, dan memecahkan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi.

C. Ruang Lingkup

Bahan ajar relasi dan fungsi ini dimaksudkan untuk meningkatkan kompetensi guru matematika SMK dalam menyelenggarakan proses belajar mengajar matematika. Hal-hal yang akan dibahas dalam bahan ajar ini meliputi : fungsi linier, persamaan garis lurus, hubungan gradien dua garis, fungsi kuadrat, fungsi eksponen, fungsi logaritma, fungsi trigonometri dan penerapan fungsi dalam bidang kejuruan

Bab II

Fungsi

A. Pengertian dan Jenis Fungsi

1. Pengertian Fungsi

Konsep "fungsi" merupakan hal yang penting dalam berbagai cabang matematika. Pengertian fungsi dalam matematika berbeda dengan pengertian dalam kehidupan sehari-hari. Dalam pengertian sehari-hari, "fungsi" adalah guna atau manfaat. Kata fungsi dalam matematika sebagaimana diperkenalkan oleh Leibniz (1646-1716) digunakan untuk menyatakan suatu hubungan atau kaitan yang khas antara dua himpunan, sehingga fungsi dapat dikatakan merupakan hal yang istimewa dari suatu relasi antara dua himpunan.

Perhatikan berikut ini :

Lima buah gelas yang sama ukurannya, tingginya masing-masing 12 cm disusun seperti pada gambar di samping. Gelas kedua dan seterusnya hanya separo yang dapat masuk ke gelas di bawahnya. Jika diukur tinggi keseluruhannya diperoleh:

Banyak gelas	1	2	3	4	5
Tinggi tumpukan	12 cm	18 cm	24 cm	30 cm	36 cm

Jika ada 8 gelas, berapa tinggi tumpukannya? Jika tinggi sebuah gelas adalah t dan ada 10 gelas, berapa tinggi tumpukannya?

Tinggi tumpukan "merupakan fungsi" banyak gelas. Perubahan banyaknya gelas terkait atau berelasi langsung dengan perubahan tinggi tumpukan. Jika tinggi setiap gelas t cm dan banyak gelas g, nyatakan sebuah fungsi yang menyatakan hubungan antara tinggi tumpukan dan banyak gelas yang ditumpuk.

Suatu fungsi dapat kita bayangkan sebagai suatu mesin yang dapat kita gambarkan :

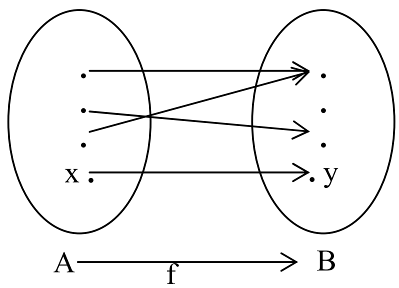
x Masukan $\longrightarrow$ $\boxed{\text{Funggsi } f}$ $\longrightarrow$ f(x) Keluaran

Ia memproses bilangan (masukan) sehingga diperoleh suatu hasil (keluaran). Setiap bilangan yang dimasukkan hasilnya satu bilangan tunggal sebagai keluaran, tetapi dapat terjadi bahwa beberapa masukan yang berlainan dapat menghasilkan keluaran yang sama.

Untuk mendefinisikan suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B diperlukan :

1) suatu himpunan A
2) suatu himpunan B
3) aturan yang memasangkan setiap elemen $x \in A$ dengan satu elemen tunggal $y \in B$

Perhatikan diagram dibawah ini:



Relasi fungsional atau sering disingkat fungsi sering juga disebut dengan istilah pemetaan (mapping) didefinisikan sebagai berikut:

Definisi: *Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi yang memasangkan setiap elemen dari A secara tunggal , dengan elemen pada B.*

Ditulis $f : A \rightarrow B$ dibaca "fungsi f memetakan A ke B"

Apabila f memetakan suatu elemen $x \in A$ ke suatu $y \in B$ dikatakan bahwa y adalah peta dari x oleh f dinotasikan dengan f(x), dan biasa ditulis dengan $f{:}x \rightarrow f(x)$, sedangkan x biasa disebut prapeta dari f(x)

Himpunan A dinamakan daerah asal (domain) dari fungsi f , sedangkan himpunan B disebut daerah kawan (kodomain) sedangkan himpunan dari semua peta di B dinamakan daerah hasil (range) dari fungsi f tersebut.

Ada beberapa cara penyajian fungsi, di antaranya:

1) Dalam diagram panah.
2) $f{:}\ D \rightarrow K$. Ini menyatakan bahwa fungsi f mempunyai domain D dan kodomain K.

   Untuk selanjutnya jika domain dan kodomain fungsi tidak dinyatakan yang dimaksud adalah himpunan bilangan real yang mungkin memenuhi terjadinya fungsi, misalnya : $f(x) = \sqrt{x}$, hanya terdefinisi bila $x \geq 0$ dan $x \in R$.

   Lambang fungsi tidak harus f. Misalnya: $U_n = n^2 + 2n$ atau $U(n) = n^2 + 2n$
3) Penyajian pasangan berurutan

   Cara ini efektif hanya jika himpunannya terbatas dan anggotanya "diskrit"
4) Grafik Kartesius
5) Dalam bentuk aturan-aturan atau dengan kata-kata, misalnya:
   a) tambah 1 dan (kemudian) kuadratkan.
   b) kuadratkan dan (kemudian) tambah 1
6) Aturan seperti pada 5. a) dan b) dapat dinyatakan dalam bentuk aljabar:

a) $(x + 1)^2$ atau $f(x) = (x + 1)^2 \rightarrow$ yang terakhir ini disebut persamaan fungsi

b) $x^2 + 1$ atau $f(x) = x^2 + 1 \rightarrow$ yang terakhir ini disebut persamaan fungsi

7) Dalam bentuk persamaan :

Bentuk eksplisit, yaitu **:** $y = f(x)$, misalnya $y = 2x + 3$, dalam hal ini x disebut peubah bebas dan y peubah terikat.

Bentuk implisit, yaitu **:** $f (x,y) = 0$, misalnya $2x – y + 3 = 0$

8) Penyajian parametrik:

Jika sebuah fungsi f: $x \rightarrow y = f(x)$ atau bentuk relasi tertentu disajikan dalam dua fungsi secara terpisah dalam bentuk $x = f_1(t)$ dan $y = f_2(t)$, t dinamakan sebuah parameter.

Contoh: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$ merupakan bentuk parameter dari $y = \frac{1}{4}x$, yang diperoleh dengan mengeliminasi t dari kedua persamaan.

9) Fungsi kuadrat yang persamaannya $f(x) = x^2$ dengan domain himpunan semua bilangan cacah kurang dari 11 mungkin lebih mudah dipahami dengan menyajikannya dalam bentuk tabel:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Contoh 1:

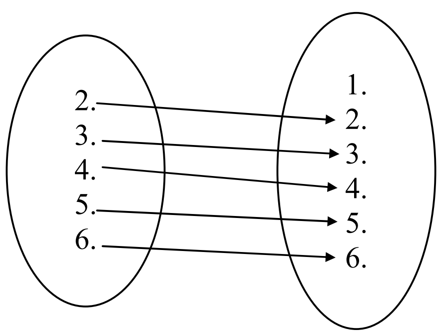


Diagram di atas adalah fungsi karena pertama, terdapat *relasi* (yang melibatkan dua himpunan yakni A dan B) dan kedua, pemasangan s*etiap elemen A adalah secara tunggal.*

Contoh 2 :

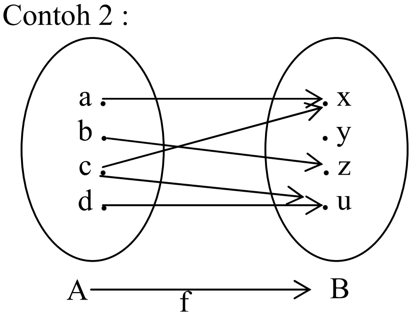
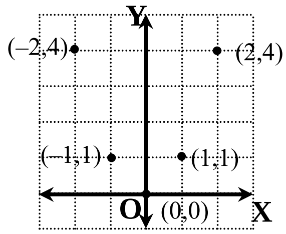


Diagram di samping bukan merupakan fungsi karena ada elemen A yang dipasangkan *tidak* secara tunggal dengan elemen pada B

Contoh 3 :



Grafik di samping menyajikan sebuah fungsi, namakanlah fungsinya adalah f.

Misalnya domainnya D_f dan rangenya R_f maka fungsi itu dapat didefinisikan f: $x \to f(x) = x^2$.

- $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $R_f = \{0, 1, 4\}$.

- 4 disebut bayangan (peta) dari 2 dan dari –2. Karena f(2) = 4 dan juga f(–2) = 4.
- – 2 dan 2 disebut prapeta dari f, dan dilambangkan $f^{-1}(4) = 2$ atau – 2.
- Nilai f bernilai 0 untuk x = 0. Nilai yang menyebabkan f bernilai 0 disebut pembuat nol atau harga nol fungsi. Misalnya : $f(x) = x^2 - 2x$, maka ada dua pembuat nol yaitu 0 dan 2.

Contoh 4 :

Diketahui $A = \{x \mid -3 \le x < 3, x \in R\}$ dan suatu fungsi f: $A \to R$

Ditentukan oleh rumus $f(x) = x^2 + 1$

a. Carilah f(-1), f(0) dan prapeta dari 5
b. Dengan melukis grafik, tentukan daerah hasil dari fungsi f.
c. Jelaskan bahwa f adalah suatu fungsi.

Jawab:

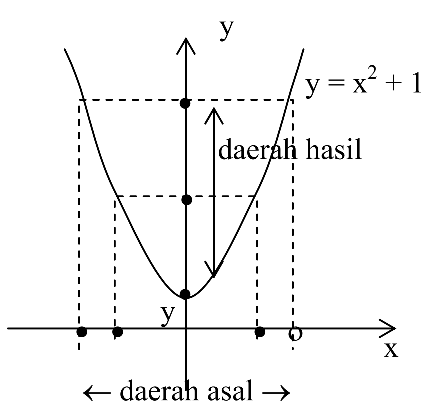
a. $f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$

$f(0) = 0^2 + 1 = 1$

Prapeta dari 5 $\Rightarrow x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Sehingga prapeta dari 5 adalah 2 atau –2

b.



Dibuat grafik $y = x^2 + 1$

$f(-3) = (-3)^2 + 1 = 10$

$f(3) = (3)^2 + 1 = 10$

titik balik (0,1)

Jadi daerah hasil dari fungsi f adalah:

$R = \{ y \mid 1 \le y \le 10, y \in R \}$, karena nilai f(x) = y terletak pada interval tersebut sebagaimana terlihat pada sumbu y.

c. Karena f suatu relasi dimana setiap elemen pada domain A (sumbu x) dipasangkan secara tunggal maka f merupakan fungsi.

2. Jenis Fungsi

a). Beberapa Fungsi Khusus

Jika daerah asal dari fungsi tidak dinyatakan maka yang dimaksud adalah himpunan semua bilangan real (R). Untuk fungsi-fungsi pada R kita kenal beberapa fungsi khusus antara lain sebagai berikut.

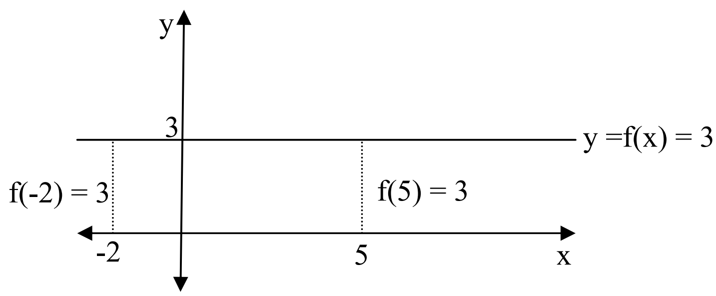
1). Fungsi Konstan

Fungsi *$f : x \rightarrow C$ dengan C konstan disebut fungsi konstan (tetap).*

Fungsi f memetakan setiap bilangan real dengan C.

Grafik fungsi konstan y = f(x) dengan f(x) = c adalah garis lurus yang sejajar sumbu X untuk $c \neq 0$ dan berimpit dengan sumbu X jika c = 0

Contoh : Fungsi $f : x \rightarrow 3$



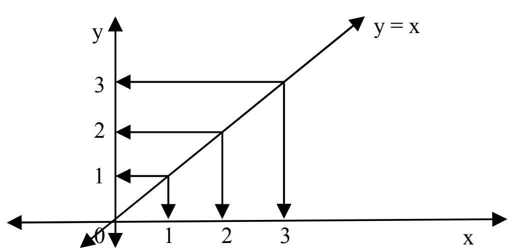
f (-2) = 3
f (0) = 3
f (5) = 3

2). Fungsi Identitas

Fungsi $R \rightarrow R$ yang didefinisikan sebagai:

$I : x \rightarrow x$ disebut fungsi identitas

Grafik fungsi identitas y = x adalah garis lurus yang melalui O(0,0).



f(1) = 1

f(2) = 2

f(3) = 3

3). Fungsi Modulus

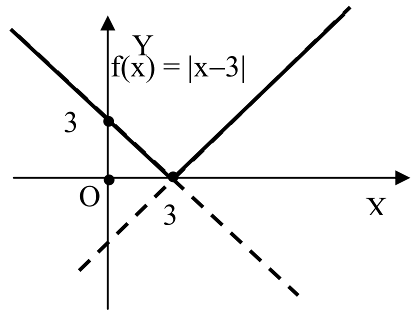
Nilai mutlak (modulus) suatu bilangan real x didefinisikan sebagai :

$$|x| = \begin{cases} x \text{ jika } x \geq 0 \\ -x \text{ jika } x < 0 \end{cases}$$

Misalnya : | 3 | = 3 ; |–3| = 3

Contoh :

Grafik fungsi f yang didefinisikan oleh f(x) = |x – 3| adalah :



$$f(x) = |x - 3|$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x - 3 \text{ jika } x - 3 \geq 0 \\ -(x - 3) \text{ jika } x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x - 3 \text{ jika } x \geq 3 \\ -x + 3 \text{ jika } x < 3 \end{cases}$$

4). Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil

Fungsi f : x $\rightarrow$ f(x) disebut fungsi genap jika f(–x) = f(x), dan

Fungsi f : x $\rightarrow$ f(x) disebut fungsi ganjil jika f(–x) = –f(x), sedang fungsi yang tidak memenuhi salah satu dari pernyataan di atas dikatakan fungsi yang tidak genap maupun tidak ganjil.

Contoh :

1. Fungsi $f: x \rightarrow x^2$ adalah fungsi genap, sebab $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$
2. Fungsi $f: x \rightarrow x^3 - 2x$ adalah fungsi ganjil

   sebab $f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -f(x)$

3. Fungsi $f: x \rightarrow x^2 - x$ adalah bukan fungsi genap maupun ganjil

   sebab $f(-x) = (-x)^2 - (-x) = x^2 + x$ di mana bentuk terakhir ini tidak sama dengan f(x) maupun –f(x).

5). Fungsi Tangga atau Fungsi Nilai Bulat Terbesar

Lambang [[x]] menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x, sehingga :

[[x]] = b , jika $b \leq x < b + 1$, b bilangan bulat, $x \in \mathbf{R}$

Contoh :

Jika $-2 \leq x < -1$ maka [[x]] = –2

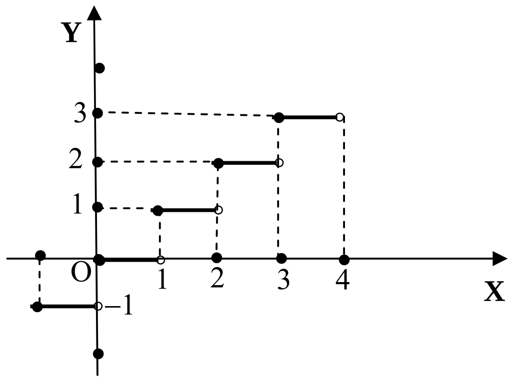
$-1 \leq x < 0$ maka [[x]] = – 1

…………………………….

…………………………….

Fungsi $f: x \rightarrow$ [[x]] disebut fungsi nilai bulat terbesar.

Grafik fungsi f(x) = [[x]], untuk x $\in$ **R** , sebagai berikut :



Oleh karena grafiknya menyerupai tangga, maka f(x) = [[x]], sering disebut fungsi tangga.

6). Fungsi Linier

Fungsi f : $R \rightarrow R$ yang didefinisikan : f(x) = ax + b, a dan b konstan dengan a $\neq$ 0 disebut fungsi linier.

7). Fungsi Kuadrat

Fungsi f : $R \rightarrow R$ yang didefinisikan : f(x) = ax^2 + bx + c dengan a,b,c $\in$ R dan a$\neq$ 0 disebut fungsi kuadrat.

8). Fungsi Turunan

Fungsi f : $R \rightarrow R$ adalah suatu fungsi yang diketahui dan f' ditentukan oleh :

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ maka f' disebut fungsi turunan

b). Jenis Fungsi

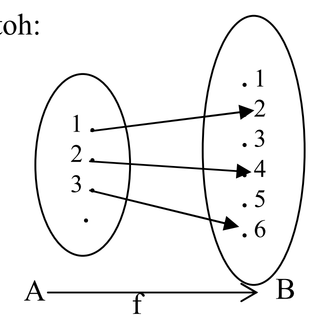
Dengan memperhatikan elemen-elemen pada domain dan kodomain yang direlasikan dalam suatu fungsi, maka kita mengenal jenis fungsi sebagai berikut :

1). Injektif (Satu-satu)

Misalkan fungsi f menyatakan A ke B maka fungsi f disebut suatu fungsi satu-satu (injektif), apabila setiap dua elemen yang berlainan di A akan dipetakan pada dua elemen yang berbeda di B. Dapat dikatakan bahwa f:A$\rightarrow$B adalah fungsi injektif apabila a $\neq$ a' berakibat f(a) $\neq$ f(a') atau ekuivalen jika f(a) = f(a') berakibat a = a'.

Contoh:

1).



Adapun fungsi pada A = {bilangan asli} yang didefinisikan dengan f(x) = 2x adalah fungsi satu-satu, sebab kelipatan dua dari setiap dua bilangan yang berlainan adalah berlainan pula.

2). Fungsi f pada R yang didefinisikan dengan f(x) = x^2 bukan suatu fungsi satu-satu sebab f(-2) = f(2).

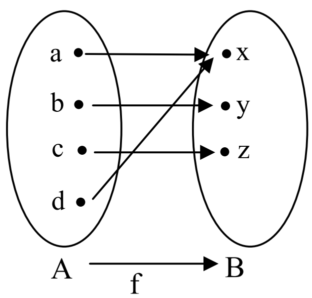
2). Surjektif (Onto)

Misalkan f suatu fungsi yang memetakan A ke B maka daerah hasil f(A) dari fungsi f adalah himpunan bagian dari B, atau f(A) $\subset$ B, fungsi ini kita kenal dengan nama fungsi into (ke dalam). Jika f(A) = B, yang berarti setiap elemen di B pasti merupakan peta dari sekurang-kurangnya satu elemen di A maka kita katakan f adalah suatu fungsi surjektif atau "f memetakan A onto B"

Contoh:

1). Fungsi f: R$\rightarrow$R yang didefinisikan dengan rumus f(x) = x^2 bukan fungsi yang onto karena himpunan bilangan negatif tidak dimuat oleh hasil fungsi tersebut.

2).



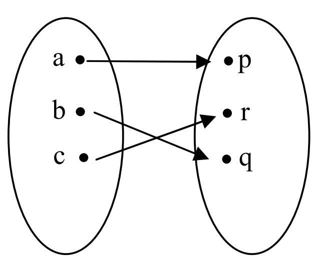
Misal A = {a, b, c, d} dan B = {x, y, z} dan fungsi f: A $\rightarrow$ B disamping adalah suatu fungsi yang surjektif karena daerah hasil f adalah sama dengan kodomain dari f (himpunan B).

3). Bijektif (Korespondensi Satu-satu)

Suatu pemetaan f: A$\rightarrow$ B sedemikian rupa sehingga f merupakan fungsi yang injektif dan surjektif sekaligus, maka dikatakan "f adalah fungsi yang bijektif" atau " A dan B berada dalam korespondensi satu-satu".

Contoh:

1)



Relasi dari himpunan A = {a, b, c} ke himpunan B = {p, q, r} yang didefinisikan sebagai diagram di samping adalah suatu fungsi yang bijektif.

2). Fungsi f yang memasangkan setiap negara di dunia dengan ibu kota negara-negara di dunia adalah fungsi korespondensi satu-satu (fungsi bijektif), karena tidak ada satu kotapun yang menjadi ibu kota dua negara yang berlainan.

B. Fungsi Linier dan Fungsi Kuadrat

1. Fungsi Linier

Bentuk umum fungsi linier adalah $f : x \to ax + b$, $a, b \in R$ dan $a \neq 0$. Grafik fungsi linier berupa garis lurus dengan persamaan $y = ax + b$.

Untuk menggambar grafik fungsi linier dapat dengan cara membuat tabel yaitu mencari pasangan berurutan yang memenuhi persamaan atau dengan menentukan titik potong dengan sumbu-x dan sumbu-y.

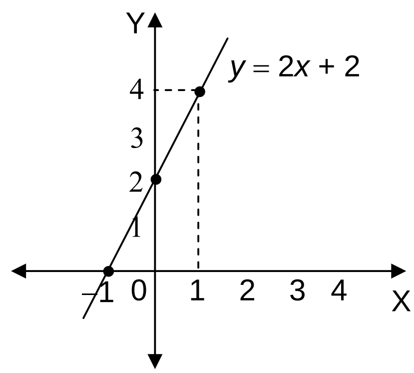
Contoh : Gambarlah grafik fungsi $y = 2x + 2$

Penyelesaian :

- Dengan tabel

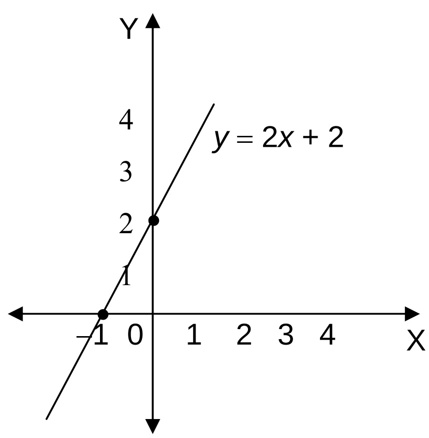
x	-1	0	1
$y = 2x + 2$	0	2	4

Dari tabel diperoleh titik–titik berupa pasangan koordinat, kita gambar titik tersebut dalam bidang kartesius kemudian dihubungkan sehingga tampak membentuk garis lurus.



- Dengan titik potong sumbu x dan sumbu y
  - Titik potong grafik dengan sumbu x : syarat $y = 0 \to 0 = 2x + 2 \to x = -1$
    sehingga titik potong grafik dengan sumbu x adalah $(-1,0)$
  - Titik potong grafik dengan sumbu y: syarat $x = 0 \to y = 2 \,.\, 0 + 2 = 2$
    sehingga titik potong grafik dengan sumbu y adalah $(0,2)$

Kedua titik potong tersebut digambar dalam bidang kartesius kemudian dihubungkan sehingga tampak membentuk garis lurus seperti pada gambar.

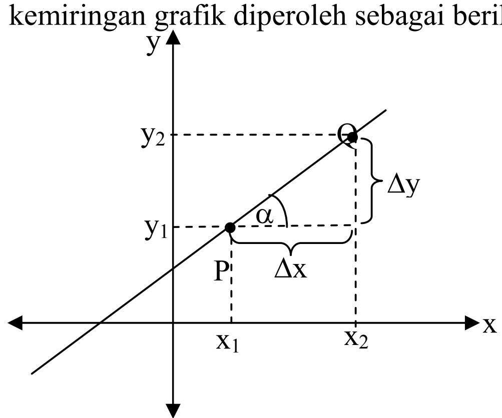


a) Gradien Garis Lurus

Gradien atau koefisien arah (m) adalah konstanta yang menunjukkan tingkat kemiringan suatu garis.

Perhatikan gambar berikut ini :

Apabila titik $P(x_1,y_1)$ dan $Q(x_2,y_2)$ pada garis $y = mx + c$, dengan $m, c \in R$ maka kemiringan grafik diperoleh sebagai berikut :



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = tg\ \alpha$$

Persamaan garis $y = mx + c$ dengan koefisien arah garis adalah m, maka :

a. Jika $m = 0$ maka grafik sejajar dengan sumbu-x dan ini sering disebut sebagai *fungsi konstan*.

b. Jika $m > 0$ maka grafik miring ke kanan ($0° < \alpha < 90°$)

c. Jika $m < 0$ maka grafik miring ke kiri ($90° < \alpha < 180°$)

b). Persamaan garis melalui satu titik dengan gradien m.

Misalkan garis $y = mx + c$ melalui titik $P(x_1,y_1)$, maka setelah nilai koordinat titik Pdisubstitusikan ke persamaan garis tersebut diperoleh:

$$\begin{array}{r} y = mx + c \\ y_1 = mx_1 + c \\ \hline y - y_1 = m(x - x_1) \end{array} \; -$$

Jadi rumus persamaan garis melalui titik $P(x_1,y_1)$, dengan gradien m adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

c). Persamaan garis yang melalui dua titik.

Persamaan garis melalui dua titik $P(x_1,y_1)$ dan $Q(x_2,y_2)$ dapat dicari sebagai berikut:

persamaan garis yang melalui titik $P(x_1,y_1)$ dengan gradien m adalah :

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ .... (i)}$$

karena garis ini juga melalui titik $Q(x_2,y_2)$, maka $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$

sehingga diperoleh gradien : $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .... (ii) persamaan (ii) disubstitusikan ke persamaan (i) diperoleh :

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

Jadi persamaan garis melalui dua titik P (x_1,y_1) dan Q (x_2,y_2) adalah :

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

d). Menentukan titik potong antara dua garis.

Misalkan dua garis g_1 dan g_2 saling berpotongan di titik P (x,y) maka nilai x dan y harus memenuhi kedua persamaan garis tersebut. Titik potong dua garis dapat dicari dengan metode substitusi, eliminasi, atau membuat sketsa grafiknya.

e). Hubungan gradien dari dua garis.

a. Garis g_1 yang bergradien m_1 dikatakan *sejajar* dengan garis g_2 yang bergradien m_2 jika memenuhi $m_1 = m_2$

b. Garis g_1 yang bergradien m_1 dikatakan *tegak lurus* dengan garis g_2 yang bergradien m_2 jika memenuhi $m_1 . m_2 = -1$

Contoh :

1). Tentukan persamaan garis yang melalui $P(3,9)$ dan bergradien 6.

Penyelesaian :

Titik $P(3,9)$ dan gradien $m = 6$ disubstitusikan ke persamaan diatas

$$\begin{aligned} & y-y_1=m(x-x_1) \\ \Leftrightarrow\ & y-9=6(x-3) \\ \Leftrightarrow\ & y=6x-18+9 \\ \Leftrightarrow\ & y=6x-9 \end{aligned}$$

Jadi persamaan garisnya adalah $y = 6x-9$.

2). Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,6) dan (3,8).

Penyelesaian:

Kedua titik (1,6) dan (3,8) disubstitusikan ke persamaan garis melalui dua titik.

$$\begin{aligned} \frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1} \ & \Leftrightarrow \frac{y-6}{8-6}=\frac{x-1}{3-1} \\ & \Leftrightarrow \frac{y-6}{2}=\frac{x-1}{2} \\ & \Leftrightarrow y-6=x-1 \\ & \Leftrightarrow y=x+5 \end{aligned}$$

Jadi persamaan garisnya adalah $y = x + 5$

3). Sebidang tanah dengan harga perolehan Rp. 50.000.000,00 diperkirakan mengalami tingkat kenaikan konstan Rp. 200.000,00 per tahun dalam kurun waktu 5 tahun. Tentukan persamaan garis harga tanah tersebut dan harga tanah setelah 5 tahun !

Penyelesaian :

Misalkan : x sebagai kurun waktu dalam tahun dan y sebagai nilai harga dalam rupiah.

Dari data diketahui bahwa : y = Rp. 50.000.000,00 jika x = 0

gradien = m = Rp. 200.000,00 (karena tiap tahun bertambah Rp. 200.000,00),

Dengan demikian diperoleh persamaan garis harga;

$$y = m x + c$$

$$y = 200.000\, x + 50.000.000$$

Untuk $x = 5 \rightarrow y = 200.000 \times 5 + 50.000.000$

$$= 1.000.000 + 50.000.000$$

$$= 51.000.000$$

Jadi harga tanah setelah 5 tahun adalah Rp. 51.000.000

2. Fungsi Kuadrat

Bentuk umum fungsi kuadrat adalah $f : x \rightarrow ax^2 + bx + c$ dengan a,b, c $\in$ R dan $a \neq 0$.

Grafik fungsi kuadrat berbentuk parabola dengan bentuk persamaan $y = ax^2 + bx + c$.

Jika a > 0, parabola terbuka ke atas sehingga mempunyai titik balik minimum, dan jika a < 0 parabola terbuka ke bawah sehingga mempunyai titik balik maksimum.

Langkah-langkah dalam menggambar grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$

1. Tentukan titik potong dengan sumbu-x dan sumbu-y

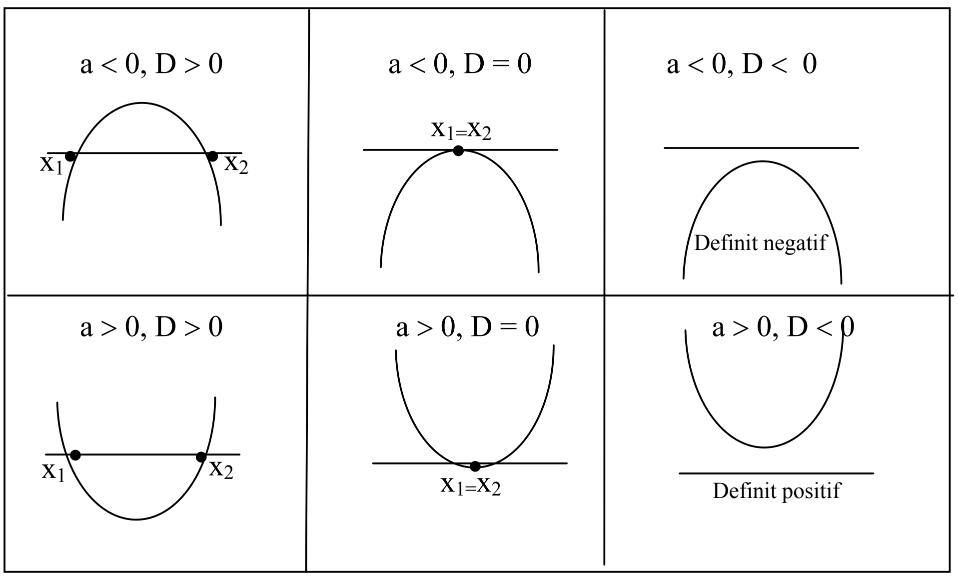
   Titik potong dengan sumbu x atau pembuat nol fungsi yaitu y = 0 atau f(x) = 0 atau jika $ax^2 + bx + c = 0$. Sehingga diperoleh nilai x yang memenuhi $ax^2 + bx + c = 0$ Nilai ini tidak lain adalah absis titik potong dengan sumbu-x, sedangkan untuk menentukan titik potong dengan sumbu-y dapat dilakukan dengan mensubstitusikan nilai x = 0 pada persamaan kuadrat semula.
2. Tentukan sumbu simetri $x = \dfrac{-b}{2a}$
3. Tentukan titik puncak P (x,y) dengan $x = \dfrac{-b}{2a}$ dan $y = \dfrac{D}{-4a}$;

   dengan nilai diskriminan $D = b^2 - 4ac$
4. Gambarlah sketsa grafiknya

Dapat juga dijabarkan sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
y &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \tfrac{b}{a}x\right) + c \\
&= a\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} - \frac{b^2}{4a} + c \\
&= a\left(x + \tfrac{b}{2a}\right)^2 - \tfrac{b^2 - 4ac}{4a}
\end{aligned}
$$

Jika ditinjau dari nilai a dan D maka sketsa grafik parabola sebagai berikut:



Contoh :

Gambarlah sketsa grafik fungsi $y = x^2 - 6x + 5$

Penyelesaian :

a. Menentukan pembuat nol fungsi, dengan pemfaktoran diperoleh :

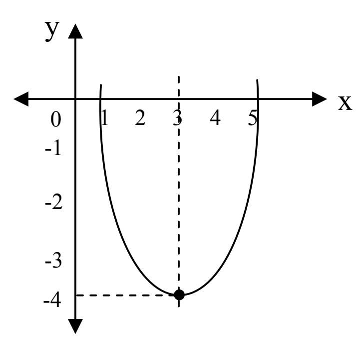
$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)\,(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ atau } x = 5$$

b. Menentukan sumbu simetri $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-(-6)}{2.1} = \dfrac{6}{2} = 3$

c. Menentukan titik puncak P (x,y) ,substitusi $x = 3 \rightarrow y = 3^2 - 6(3) + 5 = -4$

Jadi puncak parabola adalah titik (3, –4)

Sketsa grafiknya seperti pada gambar di samping.



C. Fungsi Eksponen

Perhatikan tabel perkembangan amuba berikut:

Periode	Banyak Amuba	Bentuk Pangkat
0 (awal)	1	2^0
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	...	2^n

Jika diperhatikan urutan dari kolom ke-1 dengan kolom 3, diperoleh:

Urutan	Bentuk Pangkat
1	2^0
2	2^1
3	2^2
4	2^3
5	2^4
6	2^5

Pada bentuk di atas mereprestasikan suatu fungsi satu-satu dengan domain bilangan asli. Bentuk fungsi f: x $\rightarrow$ f(x) = 2^x merupakan salah satu fungsi eksponen, yaitu sebuah fungsi, yang domainnya tertentu dengan rumus fungsi f(x) = a^x. Untuk a = 1, f(x) = a, merupakan sebuah fungsi konstan, sehingga tidak termasuk fungsi eksponen. Jika a < 0 dan x bukan bilangan bulat, misal a = –2 dan x = $\frac{1}{2}$, maka f($\frac{1}{2}$) = $\sqrt{-2}$, bukan bilangan real. Juga ada tak berhingga nilai tidak real akan diperoleh bila a < 0 dan a bukan bulat.

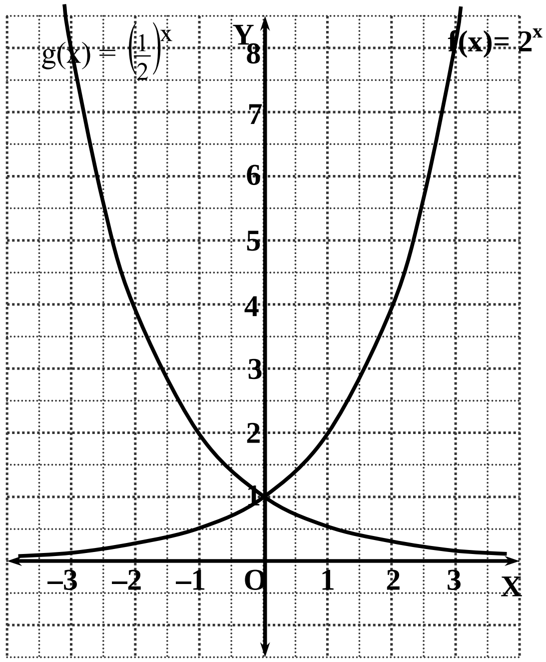
Bentuk umum fungsi eksponen: $f : x \rightarrow a^x$ atau $f(x) = a^x$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$

Telah diketahui bahwa perkembangan amuba merupakan fungsi eksponen, dan domainnya adalah himpunan bilangan cacah. Perubahan panas, perubahan sifat logam karena pendinginan dari waktu ke waktu ternyata juga terkait dengan fungsi eksponen, sedangkan waktu berjalan secara kontinyu, bukan diskrit. Ini mengindikasikan bahwa domain fungsi eksponensial dapat merupakan himpunan bilangan real. Peluruhan zat radioaktif juga merupakan contoh peristiwa alam yang mengikuti sifat fungsi eksponen.

Pada fungsi eksponen yaitu $f(x) = a^x$, berlaku:

1. x disebut peubah dan daerah asal (domain) dari fungsi eksponen adalah himpunan bilangan real yaitu $D_f : \{x \mid -\infty < x < +\infty, x \in R\}$.
2. a disebut bilangan pokok fungsi dengan syarat $a > 0$ dan $a \neq 1$ dengan demikian berlaku $0 < a < 1$ dan $a > 1$. Apabila $0 < a < 1$ maka grafiknya turun, sedangkan apabila $a > 1$ maka grafiknya naik.

Untuk menggambar sketsa grafik fungsi eksponen dengan cara menentukan beberapa titik yang mudah, kemudian beberapa titik digambar pada koordinat kartesius dan melalui titik-titik tersebut dibuat kurva yang mulus, misalnya grafik fungsi f(x)= 2^x dan g(x) = $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ dapat digambarkan sebagai berikut:



Pada gambar tersebut terlihat bahwa:

1) Kedua grafik melalui titik (0, 1)
2) Kedua grafik simetris terhadap sumbu Y
3) Grafik f: $x \to 2^x$ merupakan grafik naik/mendaki dan grafik g: $x \to \left(\frac{1}{2}\right)^x$ merupakan grafik yang menurun, dan keduanya berada di atas sumbu X (nilai fungsi senantiasa positif)

Contoh:

Sepotong logam mendingin menurut rumus $T = T_o \times e^{-1,2t}$ dengan T selisih suhu logam dengan udara sekitarnya setelah t menit, dan T_o selisih permulaan. Bila suhu logam semula 400°C dan suhu udara 30°C, tentukanlah suhu logam itu sesudah 2 menit.

Jawab:

$T_o = 400 - 30 = 370$

$T = T_o \times e^{-1,2t}$

$= 370 \times (2,71828182)^{-1,2\times2}$

$= 370 \times (2,71828182)^{-2,4}$

$= 370 \times 0,0907179539669469075505886621545983$

$= 33,5656429677703557937178049972014$

Jadi suhu logam setelah 2 menit ≈ (30 + 33,57)°C = 63,57°C

D. Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma merupakan invers dari fungsi eksponen. Fugsi logaritma dapat dicari nilai fungsinya untuk domain $0 < x < \infty$.

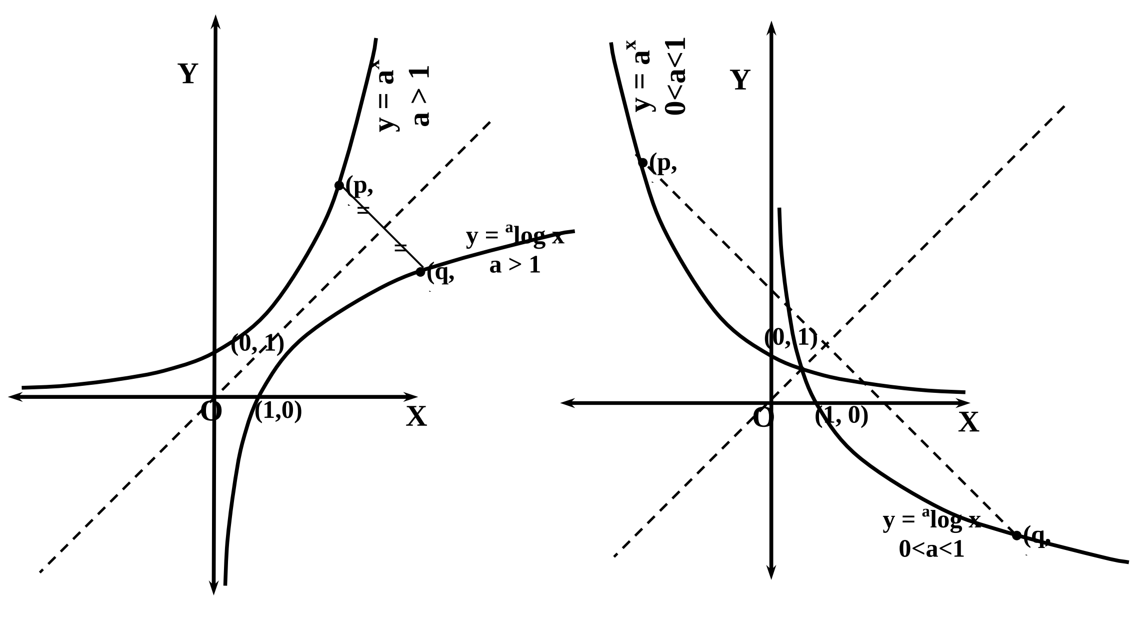
Bentuk umum fungsi logaritma: $f : x \to {}^{a}\log x$ atau $f(x) = {}^{a}\log x$ dengan $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$ dan $x \in R$

Dari bentuk umum di atas dapat diambil pengertian sebaga berikut:

1. Daerah asal (domain) dari fungsi logaritma adalah $Df : \{x | x > 0, x \in R\}$.
2. a disebut bilangan pokok (basis) logaritma dengan syarat $a > 0$ dan $a \neq 1$ dengan demikian berlaku $0 < a < 1$ dan $a > 1$.
3. Daerah hasil (range) dari fungsi logaritma adalah $Rf : \{y | -\infty < y < +\infty, y \in R\}$

Grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^{a}\log x$ selalu memotong sumbu X di titik (1,0) dan tidak pernah memotong sumbu Y. Apabila $0 < a < 1$ maka grafiknya turun, sedangkan apabila $a > 1$ maka grafiknya naik.

Berdasar kenyatan bahwa fungsi eksponen dan fungsi logaritma yang pokok eksponen dan pokok logaritmanya sama adalah fungsi yang saling invers, maka grafik kedua fungsi tersebut saling simetris terhadap grafik fungsi identitas, yaitu f(x) = x yang persamaannya y = x. Karena itu maka setiap titik (q, p) pada grafik y = ${}^{a}\log x$ merupakan peta titik (p, q) pada grafik y = a^x. Hal ini dapat ditunjukkan seperti pada gambar berikut.



Perlu diketahui bahwa dalam logaritma juga dikenal bilangan pokok e ≈ 2,71828182... . Logaritma dengan bilangan pokok e dari bilangan a ditulis dengan ${}^{e}\log$ a yang sering ditulis dengan ln a. (logaritma dengan bilangan pokok bilangan natural e), misalnya:

ln 10 = 2,30258509299404568401799145468436… ≈ 2,3026

$^{10}\log e = 0.43429448190325182765112891891660 5 \approx 0{,}4343$

Berdasar sifat-sifat logaritma:

$\log a = {}^{10}\log e \times {}^{e}\log a \approx 0{,}4343 \ln a$

$\ln a = {}^{e}\log a = {}^{e}\log 10 \times {}^{10}\log a \approx 2{,}3026 \log a$

Contoh:

Kerja suatu motor (ω) dirumuskan dengan $\omega = \ln V_2 - \ln V_1$. Diketahui V_1=0,01 ; V_2=0,5 dan log 5 = 0,6989. Tentukan besarnya kerja motor tersebut.

Jawab:

$$\omega = \ln V_2 - \ln V_1 = \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln 50 = 2{,}303 \log 50$$

$$= 2{,}303 (\log 5 + \log 10) = 2{,}303.\ 1{,}6989 = 3{,}9126$$

Jadi besarnya kerja motor adalah 3,9126 joule

E. Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri didefinisikan pada pengertian-pengertian berikut.

- Untuk setiap x yang dipasangkan tepat satu dengan nilai sin x atau fungsi yang memetakan himpunan sudut x ke himpunan bilangan real sin x disebut fungsi sinus yang ditulis: $f : x \to \sin x$ atau $f(x) = \sin x$
- Untuk f yang memetakan x ke nilai cos x disebut fungsi cosinus yang ditulis: $f : x \to \cos x$ atau $f(x) = \cos x$
- Untuk f yang memetakan x ke nilai tan x disebut fungsi tangen yang ditulis: $f : x \to \tan x$ atau $f(x) = \tan x$

Fungsi trigonometri merupakan sebuah funsi periodik (berulang). Jika fungsi f(x) berlaku f(x) = f(x+p) untuk setiap x maka nilai positif terkecil dari p disebut periode fungsi f(x) tersebut.

1. Periode fungsi sin

   Jika $f(x) = \sin x^0 = \sin(x + k.360^0)$ dan dinyatakan sebagai f(x+p) dengan p= k. 360^0 maka nilai positif terkecil dari p adalah 360^0 utuk k =1. Jadi periode f (x)= sin x adalah 360^0. artinya nilai f(x) akan berulang dan mempunyai nilai yang sama setiap bertambah 360^0 atau 2π (dalam satuan radian)

2. Periode fungsi cos

   Jika $f(x) = \cos x^0 = \cos(x + k.360^0)$ dan dinyatakan sebagai f(x+p) dengan p=k. 360^0 maka nilai positif terkecil dari p adalah 360^0 utuk k =1. Jadi periode f (x)= cos x adalah 360^0. artinya nilai f(x) akan berulang dan mempunyai nilai yang sama setiap bertambah 360^0 atau 2π (dalam satuan radian).

3. Periode fungsi tan

   Jika $f(x) = \tan x^0 = \tan(x + k.180^0)$ dan dinyatakan sebagai f(x+p) dengan p=k. 180^0 maka nilai positif terkecil dari p adalah 180^0 utuk k =1. Jadi periode f (x)= sin x adalah 180^0. artinya nilai f(x) akan berulang dan mempunyai nilai yang sama setiap bertambah 180^0 atau π (dalam satuan radian).

Contoh:

Gaya gerak listrik (ggl) yang dibangkitkan oleh arus bolak balik ditentukan dengan rumus e = E_{mak} sin (ωt) dengan e= ggl dalam volt; E_{mak}= nilai tertinggi dari ggl; ω= $2\pi f$; f= frekwensi dalam Hz ; dan t= waktu. Jika f= 60 Hz dan E_{mak}= 165 volt, tentukan besarnya ggl dengan waktu t= 3 μs= 3. 10^{-3} detik

Jawab: e = E_{mak} sin (ωt)

= E_{mak} sin ($2\pi f$ t)

= 165 sin (2 × 3,14 × 60 × 3 × 10^{-3})

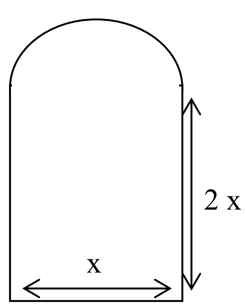
= 165 sin (1,1304 rad)= 165 sin (1,1304 × $57,3^0$) = 165 sin $64,8^0$

= 165. (0,905)= 149,3

Jadi gaya gerak listrik pada saat t= 3 μs adalah 149,3 volt

Latihan 1 :

1. Suatu fungsi f: R→R ditentukan oleh f(x) = $x^2 + 2$
   a). Tentukan f(-1), f(a), dan f(1).
   b). Tentukan a jika f(a) = 27
   c). Anggota manakah dari daerah asal yang mempunyai peta 18 ?
   d). Tentukan daerah hasil fungsi f.
2. Seorang siswa SMK praktik membuat kusen pintu yang terbentuk dari sebuah persegi panjang dan setengah lingkaran seperti pada gambar. Nyatakan keliling pintu (K) sebagai fungsi x !



3. Manakah yang merupakan fungsi injektif, surjektif, atau bijektif dari fungsi dengan domain {1, 2, 3, 4}, yang didefinisikan sebagai berikut?
   a. R = {(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7); jika kodomainnya {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
   b. R = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1); jika kodomainnya {1, 2, 3}
   c. R = {(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1); jika kodomainnya {1, 2, 3, 4}
   d. R = {(1, 1), (2, 2), (3, 2), (4, 4); jika kodomainnya {1, 2, 3, 4, 5, 6}
4. Jika A dalam interval $[-1,1]$ atau A={ $x|$ $-1 \le x \le 1$, $x \in R$ }, tentukan daerah kawan fungsi f: A→R yang didefinisikan berikut ini agar fungsi ini surjektif !

   a. $f(x) = x^2$ b. $f(x) = 2x + 1$ c. $f(x) = x - 3$
5. Suatu garis memotong sumbu y dititik y = 2 dan memotong sumbu x dititik x = 7. Tentukan persamaan garis tersebut.
6. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,3) dan tegak lurus dengan garis $2x+3y+3 = 0$
7. Diketahui fungsi dengan persamaan $y = 3x^2 + x - 4$. Tentukan titik potong grafiknya dengan sumbu-sumbu koordinat, titik ekstremnya, sumbu simetrinya, dan kemudian gambarlah grafiknya.
8. Sekelompok pekerja borongan menerima pekerjaan dengan upah sebesar Rp. 462.000. Jika salah seorang anggota kelompok mengundurkan diri, maka setiap anggota kelompok sisanya masing-masing menjadi menerima upah Rp. 11.000 lebih banyak. Tentukan banyaknya anggota kelompok tersebut ?
9. Sejumlah bakteri ditempatkan pada suatu tempat yang diberi kondisi khusus sedemikian sehingga setiap 1000 bakteri dalam selang waktu t jam berkembang menjadi 1000×4^t.
   a. Berapa banyak bakteri (yang semula 1000) itu dalam waktu:
      (i) 30 menit pertama (ii) 2 jam pertama
   b. Dalam berapa jam 1000 bakteri itu menjadi 64000?
10. Dalam suatu eksperimen diperoleh data bahwa sejumlah bakteri menjadi berlipat dua kali setiap 20 menit, sehingga dalam t menit bakteri yang semula sebanyak b_o menjadi $b = b_o \times 2^{\frac{t}{20}}$. Jika setelah 1 jam tercatat sebanyak 24000 bakteri, berapa banyaknya bakteri semula?

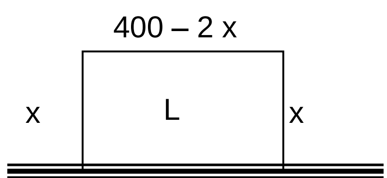
Bab III
Penerapan Fungsi

Contoh Penerapan Fungsi dalam Kehidupan Sehari-hari

Dalam kehidupan sehari-hari banyak contoh-contoh penerapan fungsi, misalnya pada permainan bola basket bahwa pemain berusaha memasukkan bola ke keranjang dengan pelemparan tidak lurus tetapi dilemparkan ke atas melampaui tempat jaringnya menuju jaringnya dengan lintasan bolanya berbentuk parabola, bagaimana menentukan ukuran lipatan talang seng agar talangnya dapat mengalirkan air sebanyak mungkin, dan sebagainya. Bagaimana memecahkan masalah, misalnya perhatikan contoh berikut ini :

Sebidang tanah terletak sepanjang suatu tembok. Tanah itu akan dipagari dengan kawat untuk kandang ayam. Pagar kawat yang tersedia 400 m, dan kandang itu dibuat berbentuk persegi panjang. Tentukanlah ukurannya agar terdapat kandang yang seluas-luasnya.

Penyelesaian:



Misalkan lebar kandang x meter, maka panjangnya (400 – 2x) meter. Luas kandang dalam m^2 adalah : $L = x(400 - 2x) = 400x - 2x^2$

Dari persaman luas tersebut yang berbentuk fungsi kuadrat dapat ditentukan nilai ekstremnya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L &= 400x - 2x^2 \\ &= -2x^2 + 400x \\ &= -2(x - 100)^2 + 20000 \end{aligned}$$

Agar luas kandang maksimum maka $x - 100 = 0$ atau $x = 100$. Sehingga untuk $x = 100$ terdapat luas kandang maksimum L =20.000

Jadi luas maksimum yang ditanyakan adalah 20.000 m^2 yang terjadi jika lebarnya 100 m dan panjangnya 200 m.

Latihan 2

1. Suatu fungsi keuntungan dari perusahaan suatu barang dinyatakan dalam bentuk fungsi kuadrat. Pimpinan Bagian Pembukuan memperkirakan bahwa jika jumlah yang dijual nol unit perusahaan rugi Rp 10.000.000,00, jika yang dijual 6.000 unit perusahaan mendapat untung Rp. 8.000.000,00, dan jika yang dijual 8.000 unit perusahaan

mendapat untung Rp. 6.000.000,00. Tentukan fungsi kuadrat tersebut dan gambarkan sebagai fungsi dari unit yang dijual dalam suatu diagram

2. Sebuah pabrik detergen dapat menjual 10.000 sachet per minggu, jika harganya Rp. 1.200,00 per sachet. Akan tetapi penjualan bertambah menjadi 12.000 sachet, jika harganya diturunkan menjadi Rp. 1.100,00 per sachet. Tentukan hubungan permintaan apabila dianggap hubungan itu linier.

3. Sebuah minimarker milik koperasi siswa menawarkan satu jenis barang dengan harga Rp. 300,00. Pada tingkat harga tersebut jumlah yang ditawarkan 450 buah. Sedangkan pada tingkat harga Rp. 450,00 jumlah barang yang ditawarkan 835 buah. Tentukan fungsi penawaran barang tersebut apabila fungsi linier dan gambarkan grafiknya.

4. Sebuah perusahaan memproduksi suatu barang komoditi. Biaya produksi meliputi biaya tetap Rp. 500.000.000,00 dan biaya variabel sebesar Rp. 100.000,00 per unit. Perusahaan itu merencanakan menjual Rp. 250.000,00per unit. Berapakah banyak unit barang harus dijual agar dapat diperoleh keuntungan Rp. 1.000.000.000,00

5. Sebuah pabrik memproduksi mainan anak-anak dengan biaya variabel sebesar Rp. 4.000,00 per buah sedangkan biaya tetap setiap bulannya sebesar Rp. 12.000.000,00. Jika mainan itu dijual seharga Rp. 10.000,00 per buah, tentukan titik pulang pokok !

6. Pak Budi mempunyai sebidang tanah yang berbentuk persegi panjang dengan kelilingnya 20 meter.

   Tentukan :

   a). Luas tanah tersebut apabila panjangnya 6 meter.

   b). Ukuran persegi panjang agar luasnya 21 m^2

   c). Luas maksimum persegi panjang tersebut beserta ukurannya

7. Kepada setiap kelompok siswa yang ada diberikan masing-masing satu lembar karton yang berukuran 30 cm x 20 cm. Karton itu akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara menggunting keempat sudutnya. Tentukan ukuran panjang sisi yang digunting agar luas alasnya maksimum

8. Peluruhan (*decay*) salah satu jenis zat radioaktif dari deret Neptunium mengikuti rumus $m = m_o \times 2^{-0,1t}$ dengan m adalah massa zat radioaktif itu (dalam gram) setelah t hari, dari semula sebanyak m_o gram. Jika semula terdapat 12,8 kg materi,

   a. Berapakah massa zat radioaktif itu setelah 40 hari?

b. Berapakah waktu paro (*half-life*; waktu setengah hidup) zat radioaktif itu? (Waktu paro adalah selang waktu yang diperlukan oleh sejumlah materi zat radioaktif untuk menjadi separo massa semula).

9. Sebuah perusahaan memiliki mesin yang nilai bukunya sebesar Rp 200.000.000,00 yang setiap tahun mengalami penyusutan sebesar 10%. Berapakah nilai buku mesin itu pada akhir tahun keempat?

Bab IV
Penutup

Pada bahan ajar relasi dan fungsi ini contoh-contoh penerapan dalam kehidupan sehari-hari belum semua diberikan pada semua jurusan di SMK tetapi hanya diberikan sebagian saja dan diharapkan peserta diklat dapat memberikan contoh sesuai jurusan yang diajarkan. Untuk memperdalam penguasaan materi, peserta diklat dapat mengerjakan soal latihan yang ada pada akhir setiap pembahasan. Apabila ada kesulitan dalam mengerjakan latihan disarankan peserta mendiskusikan dengan peserta lain agar dapat memahami materi relasi dan fungsi ini.

Semoga bahan ajar ini menjadi salah satu sumber bacaan bagi para guru dalam pembelajaran matematika di SMK. Penulis menyadari adanya keterbatasan dan kekurangan dalam penyusunan bahan ajar ini, sehingga kritik dan saran sangat diharapkan dari pembaca.

Daftar Pustaka

Fadjar Shadiq, M.App.Sc. & Rachmadi Widdiharto, M.A. (2001). *Bahan Standarisasi Penataran Guru Matematika SMU "Fungsi"*. Yogyakarta: PPPG Matematika.

M. Nababan, (1993). *Pengantar Matematika untuk ilmu ekonomi dan Bisnis*, Jakarta, Erlangga

Markaban dkk, 2007, *Matematika SMK/MAK Kelas XI*, Klaten, Saka Mitra Kompetensi P.T Macanan Jaya cemerlang

Richard G. Brown (1994). *Advanced Mathematics* . California: Houghton Mifflin Company

Tumisah P. Jono & Mukimin (2002). *Bahan Ajar Matematika SMK Kelas 1*. Yogyakarta: PPPG Matematika

Tim PPPG Matematika, (2004). *Aljabar* , Yogjakarta : PPPG Matematika

-----------------------, (2005) *Bahan Ajar Diklat Guru Matematika*, Jakarta, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan.