

PPPPTK Matematika  
Kode Dok : F-PRO-002  
Revisi : 0



## BAHAN AJAR DIKLAT PENGEMBANG MATEMATIKA SMA JENJANG DASAR

# STRATEGI PEMBELAJARAN MATEMATIKA



Oleh :

**Drs. Setiawan, M.Pd.**



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
DIREKTORAT PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA  
KEPENDIDIKAN MATEMATIKA  
2010



## Daftar Isi

	Halaman
Kata Pengantar .....	i
Daftar Isi .....	ii
Peta Kompetensi .....	iii
Skenario Pembelajaran .....	iv
Bab I    Pendahuluan .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan Penulisan Modul .....	5
C. Ruang Lingkup .....	5
D. Pedoman Penggunaan Modul .....	6
Bab II    Tinjauan Pustaka Strategi Pembelajaran Matematika SMA .....	7
A. Pembelajaran Aktif dalam Matematika .....	7
B. Pembelajaran Matematika yang Kreatif .....	9
C. Pembelajaran Matematika yang Efektif .....	11
D. Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan .....	20
Bab III    Beberapa Contoh Model Pembelajaran Matematika SMA yang Berorientasi PAKEM .....	28
A. Bentuk-bentuk Pembelajaran yang Berorientasi PAKEM ..	28
B. Beberapa Contoh Model-model Pembelajaran Matematika	28
Bab IV    Penutup .....	54
Daftar Pustaka .....	55
Alternatif Jawab dari Bahan Diskusi .....	57

## **PETA KOMPETENSI**

### **STRATEGI PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SMA**

#### **1. Kompetensi Dasar**

Memiliki kemampuan mengembangkan berbagai strategi dalam pembelajaran matematika di SMA

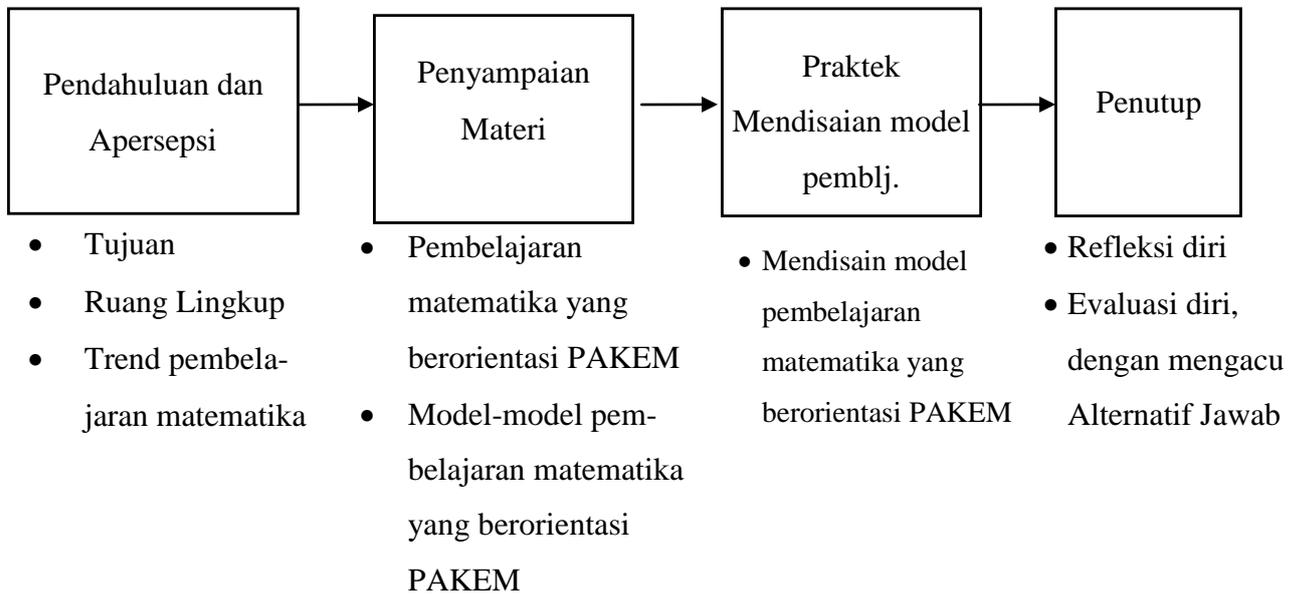
#### **2. Sub Kompetensi**

- Mampu mengembangkan strategi pembelajaran matematika di SMA yang berorientasi PAKEM
- Mampu mengembangkan model pembelajaran matematika SMA yang berorientasi PAKEM
- Mampu mensimulasikan dan menerapkan pembelajaran matematika SMA yang berorientasi PAKEM

#### **3. Lingkup Materi**

- Pembelajaran Matematika SMA yang berorientasi PAKEM
- Strategi Pembelajaran Matematika yang berorientasi PAKEM
- Model-model Pembelajaran Matematika SMA yang berorientasi PAKEM

## SKENARIO PEMBELAJARAN



## **Bab I** **Pendahuluan**

### **A. Latar Belakang**

Dengan berpijak pada masih rendahnya hasil belajar siswa untuk mata pelajaran matematika, yang ditengarai hasil UN dan prestasi mereka ditingkat internasional IMO (*International Mathematics Olympiad*), secara jujur harus kita terima suatu kenyataan. Salah satu upaya untuk meningkatkan kualitas belajar matematika siswa haruslah dengan meningkatkan kualitas pembelajarannya.

Trend pendidikan matematika yang berkembang di dunia dewasa ini (Fadjar Shadiq, 2001) adalah :

1. Beralihnya pendidikan matematika dari bentuk formal ke penerapan, proses (*activities*), dan pemecahan masalah nyata. Dengan kata lain dari deduktif ke induktif.
2. Beralihnya *assessment* (penilaian) ke bentuk penilaian autentik seperti portofolio, proyek, wawancara (*interview*), laporan siswa, jurnal penilaian mandiri siswa, ataupun penampilan (*performance*)
3. Pemaduan matematika dengan disiplin lain (dari *single disciplines* ke *interdisciplinary*)
4. Peralihan dari belajar perorangan (yang bersifat kompetitif) ke belajar bersama (*cooperative learning*)
5. Peralihan dari belajar menghafal (*rote learning*), ke belajar pemahaman (*learning for understanding*) dan belajar pemecahan masalah (*problem solving*).
6. Peralihan dari dasar *positivist (behaviorist)* ke konstruktivisme, atau dari *subject centred* ke *clearer centred* (terbentuk/terkonstruksinya pengetahuan).
7. Peralihan dari teori pemindahan pengetahuan (*knowledge transmitted*) ke bentuk interaktif, *investigative*, eksploratif, kegiatan terbuka, keterampilan proses, modeling dan pemecahan masalah. (Fadjar Shadiq,2001)

Perlu pula kita menengok kebelakang, yaitu pada rekomendasi dari *The Cockroft Report* yang banyak dijadikan acuan dari berbagai negara untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematikanya. *The Cockroft Report* merupakan laporan dari *Commitee of Inquiry into the Training of Mathematics in Schools*, suatu komisi yang dibentuk oleh *Departement of Education and Science, Great Britain*, diketuai oleh *Dr. W.H. Cockroft*, dengan laporannya yang sangat terkenal itu, dan diberinya judul "*Mathematics Counts*".

Oleh karena itu dalam mendesain pembelajaran matematika, seharusnya kita mengacu pada *The Cocroft Report* ini. Menggaris bawahi lingkup tugas para guru berkenaan dengan perannya dalam pembelajaran matematika, pada bab ke 17 paragraf 243 dari *The Cockroft Report* ini direkomendasikannya bahwa: "Pengajaran matematika pada semua jenjang pendidikan hendaknya meliputi aktivitas sebagai berikut :

1. eksposisi dari guru
2. diskusi antara guru dengan siswa dan diskusi antar siswa
3. adanya kerja praktis (*practical work*)
4. pemantapan dan latihan (*consolidation and practice of fundamental skill and routine*)
5. *problem solving* yang berisi penerapan matematika pada kehidupan sehari-hari.
6. kegiatan investigasi (*investigational work*)".

Paradigma baru dalam pendidikan matematika di Indonesia, menurut Zamroni (dalam Sutarto Hadi, 2000), seharusnya memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Pendidikan lebih menekankan pada proses pembelajaran (*learning*) dari pada pengajaran (*teaching*).
2. Pendidikan diorganisir dalam suatu struktur yang fleksibel
3. Pendidikan memperlakukan peserta didik sebagai individu yang memiliki karakteristik khusus dan mandiri, dan
4. Pendidikan merupakan proses yang berkesinambungan dan senantiasa berinteraksi dengan lingkungan.

Menjawab tantangan di atas dan mencermati *trend* pengajaran matematika di dunia, maka Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPTK) Matematika mengembangkan strategi pembelajaran matematika terpadu yang akrab kita kenal dengan Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM).

Mengawali pembahasan mengenai strategi pembelajaran, maka kita kenal beberapa istilah yang kadang-kadang mempunyai pengertian yang hampir sama, dan dalam penggunaannya kadang-kadang kita rancu, yaitu pengertian tentang strategi, metode, pendekatan, model serta teknik dalam pembelajaran. Ruseffendi (1980) mencoba untuk memberikan klarifikasi tentang keempat masalah di atas, menurutnya yang dimaksud dengan :

1. *Strategi mengajar* adalah seperangkat kebijaksanaan yang terpilih, yang telah dikaitkan dengan faktor yang menentukan warna atau strategi tersebut, yaitu :
  - a. pemilihan materi pelajaran (guru atau murid)
  - b. penyaji materi pelajaran (perorangan kelompok, atau belajar mandiri)
  - c. cara materi pelajaran disajikan (induktif atau deduktif, analitis atau sintetis, formal atau non formal)
  - d. sasaran penerima materi pelajaran (kelompok, perorangan, heterogin atau homogin)
2. *Pendekatan* adalah jalan atau arah yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dilihat bagaimana materi itu disajikan. Misalnya memahami suatu prinsip dengan pendekatan induktif atau deduktif, atau mempelajari operasi perkalian dengan pendekatan ganda Cartesius, demikian juga bagaimana siswa memperoleh, mengorganisasi dan mengkomunikasikan hasil belajarnya lewat pendekatan ketrampilan proses (*process skill*)

3. *Metode mengajar* adalah cara mengajar secara umum yang dapat ditetapkan pada semua mata pelajaran, misalnya mengajar dengan ceramah, ekspositori, tanya jawab, penemuan terbimbing dan sebagainya.
4. *Teknik mengajar* adalah penerapan secara khusus suatu metode pembelajaran yang telah disesuaikan dengan kemampuan dan kebiasaan guru, ketersediaan media pembelajaran serta kesiapan siswa, sebagai misalnya teknik mengajarkan perkalian dengan penjumlahan berulang.
4. *Model pembelajaran* mempunyai pengertian yang amat dekat dengan strategi pembelajaran. Menurut Ismail (dalam Rachmadi, 2006:5) yang membedakan model pembelajaran dengan strategi maupun metode adalah dimilikinya empat ciri khusus, yaitu:
  - a. rasional teoritik yang logis yang disusun penciptanya
  - b. tujuan pembelajaran yang hendak dicapai
  - c. tingkah laku mengajar yang diperlukan agar model tersebut berhasil
  - d. lingkungan belajar yang diperlukan agar tujuan pembelajaran tercapai

Belajar mengajar adalah suatu kegiatan yang bernilai edukatif. Nilai edukatif mewarnai interaksi yang terjadi antara guru dan murid. Sedang mengenai strategi pembelajaran ini, Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (1996,5) memberi rambu-rambu konsep strategi pembelajaran, bahwa secara umum strategi mempunyai pengertian suatu garis-garis besar untuk bertindak dalam usaha mencapai sasaran yang telah ditentukan. Dengan sedikit mengerucut pembahasan tentang strategi pembelajaran maka dapat diartikan sebagai pola-pola umum kegiatan guru-anak didik dalam perwujudan kegiatan belajar mengajar untuk mencapai tujuan yang telah digariskan.

Dikenal empat strategi dasar dalam belajar mengajar yang meliputi hal-hal sebagai berikut :

1. Mengidentifikasi serta menetapkan spesifikasi dan kualifikasi perubahan tingkah laku dan kepribadian anak didik yang diharapkan.
2. Memilih sistem pendekatan belajar mengajar yang serasi

3. Memilih dan menetapkan prosedur, metode, dan teknik belajar mengajar yang dianggap paling tepat dan efektif
4. Menetapkan norma-norma dan batas minimal keberhasilan atau kriteria standar keberhasilan.

Mengacu pada empat strategi dasar di atas dan mencermati trend pembelajaran matematika dewasa ini, maka strategi pembelajaran matematika sebaiknya menerapkan adalah Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM).

## **B. Tujuan Penulisan Modul**

Tujuan penulisan Modul Strategi Pembelajaran Matematika ini adalah agar para pemakai modul ini:

- a. Memperdalam pengetahuan dan memperluas wawasan masalah strategi pembelajaran matematika SMA, yang mengacu pada trend pembelajaran matematika dewasa ini, yaitu strategi pembelajaran matematika yang berorientasi pada Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)
- b. Dengan telah dipelajarinya materi yang ada dalam penulisan ini, diharap pemakai modul ini dapat mendesain model-model pembelajaran matematika yang berorientasi pada PAKEM ini.

## **C. Ruang Lingkup**

Ruang lingkup dari penulisan adalah

- a. Strategi Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)
- b. Model-model Pembelajaran yang berorientasi PAKEM

## **D. Pedoman Penggunaan Modul**

Langkah pertama hendaknya pengguna modul ini mencermati uraian tentang Strategi Pembelajaran Matematika SMA dengan sebaik-baiknya.

Jika sudah dipandang cukup maka pembaca perlu segera merefleksikan diri dengan menjawab persoalan-persoalan yang dalam Bahan Diskusi pada akhir setiap bab dari modul ini.

Jika ada masalah yang dirasa kurang jelas atau belum dipenuhinya kompetensi yang diharap, maka masalah tersebut dapat didiskusikan pada forum MGMP baik sekolah maupun tingkat kabumen/kota, atau dapat berkirim ke PPPPTK Matematika dengan alamat Jl. Kaliurang km. 6, Sambisari Depok Sleman Yogyakarta, Kotak Pos 31 YK-BS, Yogyakarta 552281. Telp. (0271) 881717, 885725, Fax: (0271) 885752 atau dapat berkomunikasi lewat *e-mail*: [p4tkmatematika@yahoo.com](mailto:p4tkmatematika@yahoo.com), dapat juga dengan website: [www.p4tkmatematika.com](http://www.p4tkmatematika.com)

## **Bab II**

### **TINJAUAN PUSTAKA STRATEGI PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMA**

Arti dari strategi pembelajaran dalam upaya pencapaian tujuan pembelajaran adalah sangat penting. Hal ini terlihat dalam lampiran Standar Isi yang merupakan lampiran dari Permendiknas RI nomor 22 tahun 2006, dalam Latar Belakangnya, secara gamblang dipaparkan betapa perlunya pendekatan pemecahan masalah yang mengisyaratkan perlunya memulai pembelajaran dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*) (Depdiknas, 2006:416). Menjawab tantangan di atas maka Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika mengembangkan Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM). Pembelajaran matematika yang aktif, kreatif, efektif dan menyenangkan, merupakan suatu strategi pembelajaran terpadu, yang menggunakan strategi, metode, pendekatan dan teknik pembelajarannya bersinergi sedemikian rupa sehingga baik prosedur maupun tujuan pembelajarannya dapat terlaksana dan tercapai dengan baik.

#### **A. Pembelajaran Aktif dalam Matematika.**

Pembelajaran Aktif atau yang akrab kita kenal dengan istilah Cara Belajar Siswa Aktif (CBSA) atau *Student Active Learning* (SAL), sebenarnya dalam dunia pendidikan bukanlah barang baru, tetapi di Indonesia baru sekitar tahun seribu sembilan ratus sembilan puluhan saat dipopulerkan secara nasional barangkali disebut baru. Pengertian CBSA sendiri tidak mudah didefinisikan secara tegas, sebab bukankah belajar itu sendiri wujud dari keaktifan siswa, walaupun derajat keaktifan bisa saja tidak sama, di samping itu masih banyak sekali keaktifan yang tidak dapat diukur atau diamati, misalnya menggunakan khasanah pengetahuannya untuk memecahkan masalah, memilih teorema–teorema, konsep-konsep untuk membuktikan suatu proposisi, melakukan asimilasi dan modifikasi dalam rangka memahami pelajaran dan sebagainya. Keaktifan dalam pembelajaran aktif adalah lebih banyak berupa **keaktifan mental** meskipun ada juga yang diwujudkan dengan **keaktifan fisik**.

Pengetahuan selalu merupakan konstruksi dari seseorang yang mengetahuai, maka tidak dapat ditransfer kepada penerima yang pasif. Penerima sendiri harus mengkonstruksikan sendiri pengetahuan itu. Semua yang lain entah obyek maupun lingkungan, hanyalah sarana untuk terjadinya konstruksi tersebut (Paul Suparno,1997).

Berangkat dari pandangan ini maka seorang siswa akan dapat memahami matematika hanya apabila siswa secara aktif mengkonstruksikan pengetahuan yang ada pada dirinya lewat pengalamannya dengan lingkungan.

Dalam belajar, proses belajar terjadi dalam benak siswa. Jelas bahwa faktor siswa sangat penting di samping faktor lain. Kepentingannya dapat ditinjau dari proses terjadinya perubahan, karena salah satu hakikat belajar adalah terjadinya perubahan tingkah laku seseorang berkat adanya pengalaman. Perubahan itu akan memberikan hasil yang optimal jika perubahan itu memang dikehendaki oleh yang belajar, bermakna bagi siswa (menurut Ausubel). Dengan kata lain proses aktif dari orang yang belajar dalam rangka tujuan tersebut merupakan faktor sangat penting. Dengan demikian maka belajar aktif akan memberikan hasil yang lebih bermakna bagi tercapainya tujuan dan tingkat kualitas hasil belajar tersebut.

Dalam pembelajaran aktif, siswa lebih berpartisipasi aktif sedemikian sehingga kegiatan siswa dalam belajar jauh lebih dominan dari kegiatan guru dalam mengajar.

Tetapi perlu diketahui bahwa pembelajaran aktif bukan merupakan konsep yang memisahkan pembelajaran secara dikotomis menjadi pembelajaran aktif dan pembelajaran pasif, derajat keaktifan dapat mempunyai rentang dari sangat rendah, rendah, sedang, agak tinggi sampai dengan tinggi. Secara operasional aktivitas pembelajaran dapat kita cantumkan sebagai berikut:

1. Aktivitas guru:
  - a. Memantau kegiatan belajar siswa
  - b. Memberi umpan balik
  - c. Mengajukan pertanyaan yang menantang

- d. Mempertanyakan gagasan siswa
- 2. Aktivitas siswa:
  - a. Bertanya
  - b. Mengemukakan gagasan
  - c. Mempertanyakan gagasan orang lain

## **B. Pembelajaran Matematika yang Kreatif**

Apabila pembelajaran aktif penekanannya adalah bagaimana siswa secara aktif mengkonstruksi pemahamannya tentang sesuatu yang dipelajarinya, maka pembelajaran kreatif penekanannya lebih banyak pada guru di samping sudah barang tentu kreativitas siswa mengimbangi kreativitas yang dikembangkan gurunya. Bagaimana guru sebagai fasilitator dalam pembelajaran matematika ini mampu memfasilitasi proses belajar mengajar sehingga memberi suasana yang kondusif untuk siswa belajar. Dengan bermodal pada pengalamann dan pengetahuannya serta mau terus belajar dan mengamati dan berkreasi dengan memanfaatkan lingkungan sekitar, sehingga tercapailah tujuan pembelajaran dengan baik. James E. Stice seorang professor kawakan dari North Carolina Universty bersama Richard Felder pada tahun 1991 secara kreatif mendirikan *National Effective Teaching Institute (NETI)*, di bawah ini adalah saran-saran yang dimajukannya bagaimana seorang guru secara kreatif menciptakan suasana yang kondusif dalam pembelajarannya sehingga meningkatkan efektivitas pembelajarannya, "Saya jamin!, anda akan melihat keberhasilannya!, untuk anda dan untuk siswa anda!" katanya. Untuk itu guru-guru seharusnya :

### *1. Fahamilah apa yang sedang anda bicarakan !*

Untuk ini guru tidak boleh lagi berfalsafah boleh "menang semalam" dari muridnya, berbagai *survey* yang masih diikuti *survey* berikutnya, sampai pada suatu kesimpulan dari hasil penilaian siswa kepada gurunya (sebagai umpan balik), menunjukkan bahwa siswa tidak dengan mudah menerima materi pengajaran yang tidak disiapkan oleh gurunya sendiri. Hal ini menuntut guru

secara kreatif mempersiapkan materi pembelajaran, tidak sekedar mencomot dari sana sini belum dikemas oleh gurunya.

2. *Ajarilah dan kedepankan dengan contoh!*

Guru harus menunjukkan bahwa keberhasilan seseorang menjadi mantap secara intelektual, menjadi lebih profesional adalah karena pengetahuan dari hasil belajarnya.

3. *Hargailah siswa anda!*

Salah satu bagian dari menghargai siswa adalah membuatnya berani mengajukan suatu pertanyaan dan berani mengetengahkan pendapatnya.

4. *Berilah selalu motivasi siswa anda!*

Belajar akan menjadi lebih efektif apabila sipebelajar dimotivasi dan disemangati untuk ambil bagian dalam menyelesaikan tugas dalam belajarnya.. Pertahankanlah ketertarikan siswa menggunakan materi pelajaran dengan berbagai contoh dan variasinya.

5. *Konstruksikan selalu tujuan pembelajaran yang akan anda laksanakan !*

Dengan telah dikonstruksikan selalu tujuan pembelajaran, maka anda dapat memilih kegiatan-kegiatan kelas, memilih bacaan, dan penetapan tugas rumah yang lebih fokus untuk membantu siswa meningkatkan kemampuannya.

6. *Ajarilah siswa problem solving skill !*

Siswa-siswa mengerti banyak, tetapi tidak banyak dari mereka yang mengerti bagaimana menerapkan pengetahuannya untuk menyelesaikan problem yang belum pernah ia pelajari sebelumnya.

7. *Katakanlah dan Perlihatkan!*

Kebanyakan materi matematika yang kita ajarkan adalah abstrak. Kita seringkali menerapkan kecanggihan matematika untuk menurunkan suatu relasi, membangun suatu konsep, dan memaksakan dengan itu semua untuk memecahkan masalah. Sehingga sering dijumpai siswa melewati itu semua tanpa memahami secara realitas fenomena pokok yang sedang didiskusikan. Jawablah tantangan itu dengan memvariasikan metoda-metoda yang dapat membuatnya lebih konkret. Dengan merelasikan konsep-konsep dengan

situasi dunia real, memberanikan kelompok kerja menggunakan cara apapun untuk dapat mengetuk pintu pengetahuan siswa.

8. *Baca dan baca terus model-model pembelajaran!*

Terdapat banyak model-model pembelajaran-pemahaman berikut dasar-dasar psikologinya.

Belajar tentang berbagai jalan yang dilalui oleh orang yang belajar, adalah langkah pertama untuk mengeliminasi tidak sesuainya (*mismatch*) antara gaya belajar siswa dengan gaya mengajar anda.

9. *Konstrusikan test yang valid !*

Artinya buatlah test itu benar-benar secara akurat mengukur apa yang akan diukur, mengacu tujuan pembelajaran yang telah digariskannya.

Kegiatan pembelajaran yang dilakukan guru dan siswa dalam proses pembelajarannya untuk meningkatkan taraf kreativitas adalah sebagai berikut:

1. Kreativitas guru:

- a. Mengembangkan kegiatan yang bervariasi
- b. Memberikan alat bantu belajar sederhana
- c. Memilih media pembelajaran yang sesuai dengan materi pelajaran

2. Kreativitas siswa:

- a. Merancang atau membuat sesuatu
- b. Menulis, merangkum atau membuat soal sendiri

### **C. Pembelajaran Matematika yang Efektif.**

#### **1. Resep Pembelajaran Efektif**

Kanold (dalam Suryanto,1999) mengemukakan resep pembelajaran efektif, yang meliputi perencanaan, penyajian, dan penutupan pembelajaran sebagai berikut :

a. *Perencanaan*

- 1) Memulai pertemuan dengan tinjauan singkat atau dengan masalah pembuka selera;
- 2) Memulai pelajaran dengan pemberitahuan tujuan dan alasan, secara singkat;

- 3) Menyajikan bahan pelajaran baru sedikit demi sedikit, dan di antara bagian-bagian penyajian yang sedikit itu memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami, mencobakan, bertanya, dan sebagainya;
- 4) Memberikan petunjuk yang rinci untuk setiap tugas bagi siswa;
- 5) Memeriksa pemahaman siswa dengan jalan mengajukan banyak pertanyaan dan memberikan latihan yang cukup banyak;
- 6) Membolehkan siswa bekerjasama sampai pada tingkat siswa dapat mengerjakan tugas secara mandiri.

*b. Penyajian*

- 1) Pemeriksaan pemahaman oleh siswa dilakukan dengan pemberian tugas kepada siswa. Guru memberikan penjelasan pembuka jalan, kemudian siswa menyelesaikan tugas itu, lalu guru berkeliling memeriksa hasil pembelajaran, memberi bantuan, siswa membuat ringkasan proses langkah-langkah penyelesaian tugas tersebut.
- 2) Pertanyaan diajukan kepada seluruh siswa; siswa diberi waktu cukup untuk menemukan jawaban; baru kemudian salah seorang siswa ditunjuk secara acak untuk menjawab pertanyaan tadi; akhirnya jawaban ditawarkan kepada siswa lain untuk menilai kebenaran atau ketepatannya.
- 3) Pada pembelajaran tentang konsep atau prosedur, siswa mengerjakan latihan terbimbing. Guru membimbing dengan menugasi siswa bekerja berkelompok kecil atau berpasangan untuk "merumuskan jawaban atas latihan itu", "menyelidiki pola yang mungkin ada", "menyusun strategi yang diperlukan dalam mengerjakan latihan itu", dan sebagainya.

*c. Penutup pertemuan*

Agar selama proses pembelajaran kondisi menyenangkan tetap terpelihara, maka penutupan dengan inti berupa refleksi ini, guru tidak lupa memberi penghargaan sekurang-kurangnya memberi pujian kepada

siswa yang telah berani memamparkan hasil diskusinya dan tidak lupa memberi penghargaan kepada kelompok ataupun siswa yang memberikan masukan yang baik. Mengingat penugasan untuk menyelesaikan suatu soal yang menantang merupakan salah satu motivasi yang kuat, maka:

- 1) Jika sisa waktu tinggal sedikit, digunakan untuk membuat ringkasan dari pelajaran yang baru saja selesai.
- 2) Jika sisa waktu agak banyak, digunakan untuk membicarakan langkah awal dari penyelesaian tugas yang harus dikerjakan di rumah.

## **2. *Cooperative Learning* sebagai Suatu Pendekatan dalam Strategi Pembelajaran Efektif .**

Hasil dari beberapa penelitian menunjukkan bahwa belajar kooperatif merupakan pendekatan pembelajaran yang efektif untuk semua jenjang sekolah dan untuk berbagai mata pelajaran, termasuk pelajaran matematika (Suryanto, 1999)

Pada pembelajaran matematika di kelas, belajar matematika dengan pembelajaran kooperatif adalah kelompok kerja yang kooperatif, yang lebih dari sekedar kompetitif. Pada kegiatan ini sekelompok siswa belajar dengan pasti atau mendiskusikan tugas-tugas matematika yang diberikan gurunya, saling membantu menyelesaikan tugas atau memecahkan masalah.

Slavin (1995) menyatakan bahwa ide yang melatar belakangi pembelajaran kooperatif adalah bahwa jika seseorang menghendaki sukses sebagai suatu team, maka mereka harus memberi semangat kepada anggota team yang lain agar menyempurnakan pemahamannya dan akan membantu mereka untuk berbuat.

Dewasa ini penelitian-penelitian di Amerika Serikat dan beberapa tempat telah disusun secara sistematis dan praktis tentang *cooperative learning*, telah didokumentasikan beberapa dampak dari strategi ini dan telah diaplikasikan secara luas ke dalam berbagai pembelajaran pada berbagai lingkup kurikulumnya. Metode-metode ini secara luas dan ekstensif telah digunakan

pada hampir semua subyek dan semua jenjang pendidikan mulai dari taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, pada semua jenis sekolah di seluruh dunia (Slavin,1995). Hasil yang dapat dipetik lewat pembelajaran kooperatif ini, sebagaimana yang berhasil ditangkap oleh para peneliti, menunjukkan hasil yang positif, baik yang menyangkut sikap sosial, maupun meningkatkannya hasil belajar.

Dikenal beberapa macam pembelajarn kooperatif, di antaranya : (1) *Circle of Learning* (2) *Group Investigation*, (3) *Co-op co-op*, (4) *Jigsaw I dan II* (5) *Numbered Heads Together*, (6) *Student Teams-Achievement Division (STAD)*, (7) *Team Accelarated Instruction (TAI)*, *Team Games-Tournament (TGT)*, yang sudah barang tentu tidak semua jenis kegiatan kelompok ini cocok untuk semua materi pembelajaran.

Di bawah ini sekilas diuraikan beberapa teknik pembelajaran kooperatif tersebut, yang di antaranya :

**a. *Circle of Learning (Learning together, belajar bersama)***

Penerapan dari belajar berkooperatif ini sangat umum. Yang dipentingkan kerja bersana, bukan sekedar beberapa orang berkumpul. Banyak anggotanya 5 – 6 orang dengan kemampuan yang beragam (*mixed abilities groupy*) Mereka berbagi pengalaman dan sharing pendapat dan saling membantu dengan kewajiban setiap anggota sungguh memahami jawaban atau penyelesaian tugas yang diberikan kepada kelompok tersebut. Pertanyaan atau permintaan bantuan kepada guru dilakukan hanya jika mereka sungguh sudah kehabisan akal. Yang dianggap juga penting dalam model ini adanya saling ketergantungan dalam arti positif, adanya interaksi tatap muka di antara anggota, keterlibatan anggota sungguh diperhitungkan, dan selain menggunakan keterampilan pribadi juga mengembangkan keterampilan kelompok.

### **b. Grup Penyelidikan (Group Investigation)**

Model ini menyiapkan siswa dengan lingkup studi yang luas dan berbagai pengalaman belajar untuk memberikan tekanan pada aktifitas positif para siswa. Ada empat karakteristik pada model ini :

- 1) Kelas dibagi ke dalam sejumlah kelompok (grup)
- 2) Kelompok siswa dihadapkan pada topik dengan berbagai aspek untuk meningkatkan daya keingintahuan (keingintahuan) dan saling ketergantungan yang positif antara mereka.
- 3) Di dalam kelompoknya siswa terlibat dalam komunikasi aktif untuk meningkatkan keterampilan cara belajar.
- 4) Guru bertindak selaku nara sumber dan fasilitator serta sumber belajar dan sebagai pimpinan tak langsung, memberikan arah dan klarifikasi hanya jika diperlukan, dan menciptakan lingkungan belajar yang kondusif.

Keterlibatan siswa di sini dalam setiap kegiatan. :

- 1) mengidentifikasi topik dan mengorganisasi siswa dalam “kelompok peneliti”
- 2) merencanakan tugas-tugas yang harus dipelajari
- 3) melaksanakan investigasi
- 4) menyiapkan laporan akhir
- 5) menyampaikan laporan akhir, dan
- 6) evaluasi proses dan hasilnya.

### **c. Jigsaw (gigi gergaji)**

Pada model ini, kelas dibagi menjadi beberapa kelompok dengan 4 – 6 orang. Setiap kelompok dinamai kelompok *Jigsaw* atau biasa juga kita sebut kelompok asal. Materi pelajaran dibagi dalam beberapa bagian/seksi sehingga setiap siswa mempelajari salah satu bagian pelajaran tersebut. Semua siswa dengan bagian pelajaran yang sama belajar bersama dalam sebuah kelompok, dan dikenal sebagai “*counterpart group*” (*CG*) atau *expert group* (*EG*) yang kalau di Indonesia biasa kita namai kelompok ahli. Setiap siswa *CG* berdiskusi dan mengklarifikasi bahan pelajaran dan menyusun sebuah rencana bagaimana cara mereka mengajar kepada teman

mereka dari kelompok CG yang lain. Jika sudah siap siswa kembali ke kelompok *Jigsaw* mereka, dan mengajarkan bagian yang dipelajari masing-masing kepada temannya dalam kelompok *jigsaw* tersebut. Hal ini memberikan kemungkinan siswa terlibat aktif dalam diskusi dan saling komunikasi baik di dalam grup *Jigsaw* maupun CG. Keterampilan bekerja dan belajar secara kooperatif dipelajari langsung di dalam kegiatan pada kedua jenis pengelompokan. Siswa juga diberikan motivasi untuk selalu mengevaluasi proses pembelajaran mereka.

**d. *Student Teams-Achievement Division (STAD)***

Secara prinsip model pendekatan kooperatif dengan tipe STAD ini adalah bagaimana memotivasi siswa agar berani dan saling membantu satu dengan lainnya untuk meningkatkan pemahaman materi yang disampaikan guru.

Bagian yang paling esensial dari model ini adalah adanya kerjasama anggota kelompok dan kompetisi antar kelompok. Siswa bekerja di kelompok untuk belajar dari temannya serta “mengajar” temannya. Sehingga secara garis besar langkah-langkah dari tipe ini adalah:

1) Langkah ke 1:

Secara klasikal guru menyampaikan materi pembelajaran. Agar tetap dipenuhi aktivitas yang cukup tinggi, maka setidaknya-tidaknya digunakan teknik bertanya.

2) Langkah ke 2:

Guru membagi siswa dalam kelompok-kelompok yang beranggotakan 3 – 5 siswa, yang kemudian dilanjutkan diskusi kelompok untuk penguatan materi, di mana siswa saling bantu membantu memperdalam materi yang sudah diberikan.

3) Langkah ke 3:

Kegiatan pada langkah ini adalah diskusi kelompok untuk penguatan materi, siswa saling bantu-membantu untuk memperdalam materi yang baru saja diberikan guru.

4) Langkah ke 4:

Guru memberikan tes yang sifatnya individual, masing-masing siswa mengerjakan tes, dengan tak boleh saling bantu-membantu di antara anggota kelompok.

5) Langkah ke 5:

Guru memberi penghargaan pada pada kelompok berdasarkan perolehan nilai peningkatan individual dari skor dasar ke skor kuis. Skor dasar dalam penilaian ini diberikan secara individual oleh guru dapat berupa tes awal, skor ulangan sebelumnya atau bahkan dapat juga diambil dari nilai rapor sebelumnya.

**e. *Team Assisted Individualization atau Team Accelerated Instruction (TAI)***

Model yang dikembangkan oleh Slavin (1985) ini dengan beberapa alasan. Pertama model ini mengkombinasikan kemampuan kooperatif dan program pengajaran individual. Kedua, model ini memberikan tekanan pada efek social dari belajar kooperatif. Ketiga, TAI disusun untuk memecahkan masalah dalam program pengajaran, misalnya dalam hal kesulitan belajar siswa secara individual.

Model ini juga merupakan model kelompok berkemampuan heterogen. Setiap siswa belajar pada aspek khusus pembelajaran secara individual. Anggota tim menggunakan lembar jawab yang digunakan untuk saling memeriksa jawaban teman setim, dan semua bertanggung jawab atas keseluruhan jawaban pada akhir kegiatan sebagai tanggung jawab bersama. Diskusi terjadi pada saat siswa saling mempertanyakan jawaban yang dikerjakan teman se-tim-nya.

**3. Pembelajaran Bermakna dan Kontekstual sebagai suatu Pembelajaran Efektif dalam Strategi PAKEM**

Meskipun ranah kognitif yang didasarkan atas taksonomi Gagne (dalam Skemp,1985) menempatkan obyek pembelajaran matematika dapat berupa fakta,

konsep, prinsip dan skill yang pada umumnya abstrak, sehingga perlu dipilih strategi pembelajaran sedemikian hingga terdapat keserasian antara pengajaran yang menekankan pada pemahaman konsep dan pengajaran yang menekankan ketrampilan menyelesaikan soal serta pemecahan masalah. Pengajaran hendaknya dimulai dari hal yang mudah baru beranjak ke hal yang sukar, dan dari hal yang sederhana beranjak ke hal yang kompleks.

Mengacu pada Permendiknas nomor 22 tahun 2006 yang berupa Standar Isi ini, jelas tersirat bahwa kita di dalam setiap kesempatan hendaknya memulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*) sejalan dengan itu maka pendekatan kontekstual ataupun pembelajaran matematika realistik merupakan salah satu pendekatan yang perlu mendapat perhatian secukupnya.

Belajar dan mengajar kontekstual, asumsi bahwa belajar adalah merepresentasikan suatu konsep yang mengkaitkan mata pelajaran yang dipelajari siswa dengan konteks di mana materi tersebut digunakan serta berhubungan dengan bagaimana seseorang belajar atau cara siswa belajar. Konteks memberikan arti, relevansi dan manfaat penuh terhadap belajar.

Rustana (2001) menyatakan bilamana siswa mempelajari sesuatu yang berarti , dan pada kondisi terbaiknya akan dikatakan bahwa siswa belajar materi pelajaran yang bermakna dalam kehidupannya. Dan akan tambah berarti jika siswa belajar materi pelajaran yang disajikan melalui konteks kehidupan mereka dan mereka menemukan arti dalam di dalam proses pembelajaran, dan akan menjadi lebih berarti dan menyenangkan.

The Northwest Regional Education Laboratory (dalam Rustana, 2001) mengidentifikasi adanya enam kunci dasar dari Belajar dan Mengajar Kontekstual, sebagai berikut :

- a. *Pembelajaran bermakna*: pemahaman, relevansi, dan penilaian pribadi di mana seorang siswa berkepentingan dengan isi materi pelajaran yang harus dipelajarinya. Pembelajaran dirasakan terkait dengan kehidupan nyata atau

dengan kata lain siswa mengerti manfaat isi pembelajaran, sehingga merasa berkepentingan untuk belajar demi kehidupan di masa mendatang. Prinsip ini sejalan dengan konsep pembelajaran bermakna (*meaningful learning*) dari Ausubel.

- b. *Penerapan pengetahuan*: kemampuan untuk memahami apa yang dipelajari dan diterapkan dalam tatanan kehidupan dan fungsi di masa sekarang atau di masa depan.
- c. *Berfikir tingkat tinggi*: siswa diwajibkan untuk memanfaatkan berfikir kritis dan berfikir kreatifnya dalam mengumpulkan data, pemahaman suatu isu dan pemecahan suatu masalah.
- d. *Kurikulum yang dikembangkan berdasarkan standar*: isi pembelajaran dikaitkan dengan standar lokal, provinsi, nasional, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta dunia kerja.
- e. *Responsif terhadap budaya*: guru harus memahami dan menghargai nilai, kepercayaan, dan kebiasaan siswa, kawan sekolah dan masyarakat tempat ia dididik. Ragam individu dan budaya tersebut akan mempengaruhi pembelajaran dan sekaligus akan berpengaruh terhadap cara mengajar guru. Setidaknya ada 4 hal yang perlu diperhatikan di dalam pembelajaran kontekstual yaitu individu siswa, kelompok siswa baik sebagai tim atau keseluruhan kelas, tatanan sekolah dan besarnya tatanan komunitas kelas.
- f. *Penilaian autentik*: penggunaan berbagai strategi penilaian (misalnya penilaian proyek, kegiatan siswa, penggunaan portofolio, rubrik, daftar cek, pedoman observasi, dan sebagainya) yang akan merefleksikan hasil belajar sesungguhnya.

Sementara itu *Center for Occupational Research and Development (CORD)* menyampaikan 5 (lima) strategi bagi pendidikan dalam rangka penerapan Belajar dan Mengajar Kontekstual, yang disingkat dengan *REAC* (dalam Rustana, 2001) sebagai berikut :

- (1) *Relating*: Belajar dikaitkan dengan konteks pengalaman kehidupannya.

- (2) *Experiencing*: Belajar ditekankan kepada penggalian (eksplorasi), penemuan (*discovery*), dan penciptaan (*invention*).
- (3) *Applying*: Belajar bilamana pengetahuan dipresentasikan di dalam konteks pemanfaatan.
- (4) *Cooperating*: Belajar melalui konteks komunikasi interpersonal, dan pemakaian bersama, dan sebagainya.
- (5) *Transferring*: Belajar melalui pemanfaatan pengetahuan di dalam situasi atau konteks baru.

Dalam rangka pelaksanaan Belajar dan Mengajar Kontekstual diperlukan berbagai strategi, antara lain :

- (i) Menekankan pada pemecahan masalah/problem.
- (ii) Mengakui kebutuhan belajar dan mengajar untuk terjadi di berbagai konteks misalnya rumah, masyarakat dan lokasi sekolah.
- (iii) Mengajar siswa untuk mengontrol dan mengarahkan pembelajarannya, sehingga mereka menjadi pembelajar yang mandiri (*self-regulated learners*).
- (iv) Bermuara pada mengajar siswa yang memiliki keragaman konteks hidup.
- (v) Mendorong siswa untuk belajar dari sesamanya dan bersama-sama atau menggunakan grup belajar interdependen (*interdependent learning group*).
- (vi) Menggunakan penilaian autentik (*authentic assessment*)

Usaha yang tak kenal lelah dan terus menerus diusahakan untuk meningkatkan kualitas pendidikan di Indonesia, dan salah satu terobosan yang dilakukan oleh Departemen Pendidikan Nasional adalah pengembangan Belajar dan Mengajar Kontekstual ini, dan dapat menunjang pembelajaran matematika yang efektif.

#### **D. Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan.**

##### **1. Pembangkitan Motivasi menuju Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan.**

Motivasi merupakan kunci dari pembelajaran yang efektif. Gagne (dalam Bigge,1982) menyatakan bahwa motivasi untuk pembelajaran adalah

dorongan utama yang mengakibatkan seseorang terdorong untuk meraih suatu tujuan.

Salah satu hambatan dalam pembelajaran matematika adalah bahwa banyak siswa yang tidak tertarik pada matematika itu sendiri. Dengan adanya motivasi yang baik, siswa akan lebih mudah dan senang belajar matematika.

Motivasi dalam pembelajaran matematika adalah usaha-usaha untuk menyediakan kondisi-kondisi sehingga seseorang terdorong untuk belajar lebih baik, dan mempengaruhi siswa sehingga pada diri siswa timbul dorongan untuk belajar, sehingga diperoleh pengertian, pengetahuan, sikap dan penguasaan kecakapan, agar lebih dapat mengatasi kesulitan-kesulitan.

Tim Instruktur Pemantapan Kerja Guru (PKG) Sekolah Menengah (1994), menyimpulkan sejumlah motivasi yang dapat dikembangkan di sekolah, yang dapat dimanfaatkan dalam pembelajaran matematika di antaranya :

- a. Pemberian nilai
- b. Persaingan, di sekolah persaingan sering mempertinggi hasil belajar, baik persaingan individual maupun persaingan kelompok.
- c. Kerja sama, jika siswa diminta melakukan tugas bersama-sama, saling bantu membantu dalam menunaikan tugas akan mempertinggi kegiatan pembelajaran dan dapat memupuk hubungan sosial yang sehat.
- d. Keterlibatan harga diri, bila siswa merasa pentingnya tugas yang harus diembannya maka ia akan menerima sebagai suatu tantangan dengan mempertaruhkannya.
- e. Tugas atau pertanyaan yang menantang
- f. Pujian
- g. Penampilan guru, bahwa guru yang menarik perhatian siswa terhadap pelajaran dapat menimbulkan minat yang lebih mendalam terhadap pelajaran itu
- h. Suasana yang menyenangkan
- i. Pengertian, ia akan berusaha untuk mencapainya. Tujuan yang menarik bagi siswa adalah motivasi yang sangat baik.

- j. Variasi kegiatan belajar, dengan digunakannya bermacam-macam alat bantu pembelajaran, menceritakan sejarah yang berhubungan dengan topik, kegiatan laboratorium dan outdoor mathematics membangkitkan minat dalam belajar matematika.
- k. Matematika sebagai rekreasi, bahwa pengajaran yang disisipi teka-teki matematika, permainan dan tebakan yang menyangkut sifat-sifat matematika dapat memberikan pengalaman yang menyenangkan terhadap matematika.

Memang membangkitkan motivasi tidak mudah, di bawah ini diberikan beberapa resep dalam pembangkitan motivasi, di antaranya :

- (1) Usahakan agar setiap tujuan pembelajaran itu jelas dan menarik.
- (2) Usahakan untuk memberikan motivasi dengan contoh. Guru harus berkompeten dalam matematika yang diajarkannya.
- (3) Guru harus antusias kepada matematika dan memperlihatkan kegemarannya terhadap matematika, dan kegunaannya dalam kehidupan sehari-hari.
- (4) Ciptakan suasana yang menyenangkan.
- (5) Usahakan agar siswa sebanyak mungkin terlibat dalam kegiatan belajar mengajar.
- (6) Hubungkanlah bahan pelajaran dengan kebutuhan siswa.
- (7) Pujian dan hadiah lebih berhasil untuk menimbulkan motivasi daripada hukuman dan celaan.
- (8) Pekerjaan dan tugas harus sesuai dengan kematangan dan kesanggupan siswa.
- (9) Hargailah pekerjaan yang telah dilakukan siswa.
- (10) Berikanlah kritik dengan senyuman.
- (11) Usahakanlah agar selalu terdapat motivasi pada setiap langkah proses pembelajaran.

Motivasi merupakan kunci dari pembelajaran yang efektif . Menurut Johnson (dalam Suryanto, 1999) memotivasi dapat dilakukan melalui beberapa cara, yang resepnya di antaranya adalah sebagai berikut :

- (1) Memotivasi siswa melalui kebiasaan dalam mengajar :

- Memulai pelajaran tepat waktu;
  - Mengajar dengan sering berkeliling kelas untuk memantau siswa;
  - Menentukan bahwa pada setiap pelajaran (matematika termasuk di dalamnya trigonometri), buku tulis, *pulpen/ballpoint/* pensil, kalkulator, buku matematika, sudah di atas meja pada awal jam pelajaran;
  - Menjawab tidak dengan berteriak;
- (2) Memotivasi siswa dengan jalan menggunakan teknik bertanya yang baik :
- Gunakan "seni bertanya";
  - Tujukan pertanyaan keseluruhan kelas (semua siswa)
  - Berikan kesempatan kepada siswa waktu yang cukup untuk menemukan jawaban sebelum menunjuk siswa yang harus menjawab.
- (3) Memotivasi siswa melalui tugas pekerjaan rumah dan tes :
- Bantulah siswa sehingga memahami semua bahan pelajaran yang "abstrak";
  - Berilah tugas memecahkan masalah yang sesuai dengan kemampuan individual siswa, sehingga siswa berhasil memecahkannya.
  - Berilah pertanyaan yang sesuai dengan kemampuan siswa sedemikian sehingga siswa itu dapat memberikan jawaban yang benar.

## **2. Pendekatan Sani menuju ke Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan**

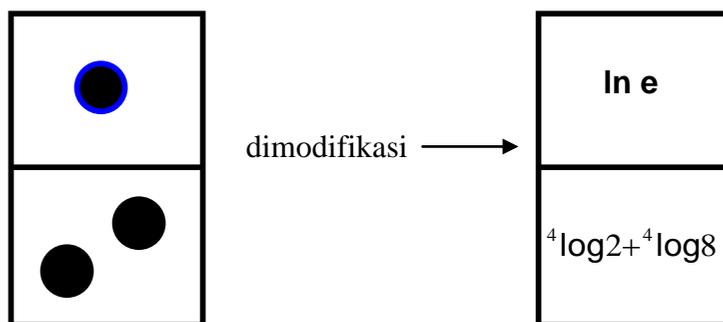
Sehubungan dengan betapa pentingnya pembangkitan motivasi dalam pembelajaran matematika pada umumnya dan trigonometri pada khususnya, maka pendekatan **SANI** (**santun terbuka dan komunikatif**) (Marpaung,2001), adalah suatu pendekatan kultural yang sangat baik dalam membangkitkan motivasi, dalam usaha mengajak siswa senang belajar matematika. Bahwa pembelajaran pada hakikatnya adalah suatu aktivitas sosial antara siswa dengan guru dan antara siswa dengan siswa. Dalam aktivitas inilah terjadi interaksi dan negosiasi.

Dalam pembelajaran tidak seharusnya masih dijumpainya anggapan bahwa hukuman adalah bagian dari proses belajar. Justru sebaliknya hukuman harus dihindarkan tetapi suasana yang hangat, menyenangkan, terbuka harus diciptakan agar siswa senang belajar matematika.

### 3. Matematika Rekreasi sebagai Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan

Anggapan umum bahwa matematika adalah matapelajaran yang sukar dan menjemukan harus secara sistematis dihilangkan dengan jalan meramu pembelajaran matematika dengan strategi yang variatif, di antaranya ditunjukkan bahwa pembelajaran matematika dapat dilangsungkan di luar kelas (*outdoor mathematics*) atau dapat berupa teka-teki maupun permainan sehingga kita dapat berekreasi dengan matematika.

Sebagai contoh permainan domino dapat kita modifikasi menjadi belajar penerapan matematika di SMA, dengan jalan mengganti kartu-kartu domino dengan problem matematika, seperti contoh di bawah ini :



Demikian juga hexonimo dapat dijadikan permainan, untuk lebih memantapkan pemahaman siswa tentang jaring-jaring kubus. Di mana persoalannya siswa diminta mencari semua dari 35 macam hexonimo yang mungkin, hal ini untuk memperkuat pola bilangan, selanjutnya siswa diminta mencari kesebelas

hexonimo yang merupakan jaring-jaring kubus, dengan demikian sekaligus memperkuat pemahaman tentang ruang dimensi 3.

Seusai siswa memahami konsep perbandingan trigonometri, maka akan lebih menyenangkan jika segera diikuti *outdoor mathematics*, misalnya dengan berbekal meteran untuk mengukur jauh jarak dan klinometer untuk mengukur besar sudut elevasi, maka siswa secara berkelompok dihadapkan pada soal berapa tinggi pohon yang sudah tua dan tumbuh di halaman belakang sekolah.

### **E. Bahan Diskusi**

Setelah dicermati kajian teori yang melandasi strategi pembelajaran matematika, maka diskusikan pada pertemuan MGMP/KKG untuk membahas masalah-masalah di bawah ini.

1. Perubahan paradigma pembelajaran matematika, terjadi karena perkembangan yang terjadi pada berbagai bidang, diskusikan terjadinya perubahan-perubahan tersebut:
  - a. Perubahan pada filsafat pembelajaran yang mendukungnya.
  - b. Perubahan pada matematika sekolah, yaitu amteri terpilih yang telah diseleksi berdasarkan pada maksud dan tujuan pembelajaran matematika terhadap materi matematika yang formal dan postulational tersebut.
  - c. Perubahan sistem penilaian.
  - d. Perubahan cara pandang terhadap pemindahan pengetahuan dari yang dimiliki guru kepada anak didik.
  - e. Perubahan pada cara belajar, bagaimanakah pendapat anda tentang pentingnya belajar menghafal dalam pembelajaran matematika.
2. Bandingkan rekomendasi pada *the Cocroft Report* dengan *Missouri Mathematics Program*, dan dampaknya pada perubahan paradigma pembelajaran matematika.
3. Bagaimana menurut pendapat anda tentang Belajar Aktif itu, apa sebenarnya makna aktif, mana yang lebih dominant aktif dalam arti fisik ataukah psikis?
4. Dalam pembelajaran kooperatif, sering terjadi anda sebagai guru sering tidak sabar karena terlalu lamban sampai pada kesimpulan yang diinginkannya.

Sehingga kadang secepatnya Anda turun tangan memberi hasil yang benar kepada siswa. Bagaimana menurut anda langkah untuk menghemat waktu tersebut?

5. Agar pembelajaran matematika menyenangkan maka salah satu hal yang cukup dominant adalah pemberian motivasi dalam proses belajar mengajar. Bagaimana menurut anda kapan pemberian motivasi sebaiknya dilakukan?

**Bab III**  
**BEBERAPA CONTOH MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMA**  
**YANG BERORIENTASI PAKEM**

**A. Bentuk-bentuk Pembelajaran yang Berorientasi PAKEM**

Mencermati strategi pembelajaran matematika PAKEM di depan dan metode-metode pembelajaran, beserta berbagai pendekatan pembelajaran, maka bentuk-bentuk atau model-model pembelajaran matematika yang berorientasi PAKEM di antaranya adalah:

1. Pemecahan masalah (*Problem solving*)
2. Metode penemuan terbimbing
3. *Missouri Mathematics Project (MMP)*
4. Pembelajaran Kooperatif (*Cooperative Learning*)
5. Matematika Realistik dan Pembelajaran Kontekstual

Kelima bentuk atau model di atas selama berlangsungnya proses pembelajaran dapat dikombinasikan satu dengan lainnya maupun sendiri-sendiri mengingat materi dan kondisi siswa sebagai subyek pembelajaran.

**B. Beberapa Contoh Model-model Pembelajaran Matematika.**

Di bawah ini disajikan beberapa contoh berbagai model pembelajaran matematika di atas sebagai berikut :

**1. Pemecahan Masalah**

Istilah *problem solving* mempunyai pengertian bermacam-macam, tergantung pada disiplin dan profesi dari orang yang mengartikannya. Suatu misal *troubleshooting* (mencari dan memecahkan kesulitan) adalah salah satu dari pengertian yang dianggap sama dengan pengertian *problem solving*, di samping mengkreasi ide baru dan menemukan produk atau teknik baru merupakan pengertian yang sifatnya lebih melengkapi pengertian tentang *problem solving*. Problem atau masalah adalah merupakan pertanyaan yang harus direspons siswa. Namun tidak setiap pertanyaan itu merupakan masalah. Suatu pertanyaan itu

merupakan masalah apabila pertanyaan tersebut menunjukkan adanya suatu tantangan yang merangsang siswa untuk dapat memecahkannya, dan siswa tidak menggunakan prosedur rutin yang sudah dikenalnya.

Georgi Polya di dalam karyanya yang diberinya judul *How to Solve It* (dalam Posamentier dan Stepelman, 1999), menyarankan *heuristic* di dalam *problem solving* sebagai berikut :

- a. Memahami persoalannya. Apa yang tidak diketahui?, Bagaimana data yang ada dari persoalan tersebut?. Bagaimana syarat-syaratnya?. Buatlah gambar tentang persoalan tersebut!. Pisahkan bagian-bagian dari syarat-syarat itu!
- b. Merumuskan suatu rencana penyelesaian. Telusurilah hubungan antara data dengan yang tidak diketahui. Sudahkah anda dapatkan sebelumnya? Dapatkah kau menemukan relasi antara data yang diberikan dengan permasalahannya?.
- c. Maksanakan rencana. Cek-lah langkah demi langkah tersebut!. Apakah masing-masing tahap sudah benar?. Dapatkah anda buktikan bahwa langkah tersebut benar?
- d. Lihat kembali. Ujilah solusi yang diperoleh. Sudahkah anda cek hasilnya? Dapatkah anda cek argumennya?. Dapatkah anda menggunakan hasil ini atau metoda ini untuk beberapa persoalan yang lain!

Suatu strategi pembelajaran dengan dimulai diberikan suatu masalah yang menantang yang karenanya siswa terdorong untuk belajar lewat ke empat pentahapan di atas sering dikatakan pembelajaran yang menggunakan strategi pemecahan masalah.

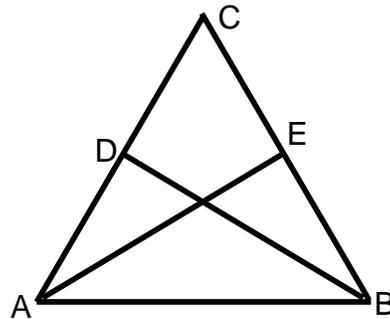
Posamentier dan Stepelman (1995) mengidentifikasi sejumlah strategi yang umum, yang biasa ditempuh dalam *problem solving*, di antaranya yaitu :

- a. Membuat gambar atau diagram
- b. Bergerak dari belakang
- c. Menebak secara bijak dan mengujinya
- d. Menemukan pola

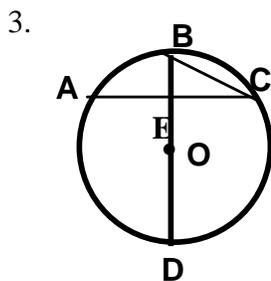
- e. Mempertimbangkan yang ekstrim, mengabaikan hal yang tidak mungkin
- f. Mengorganisasi data
- g. Menggunakan komputer atau kalkulator
- h. Menggunakan berfikir logis
- i. Mencobakan pada permasalahan yang lebih sederhana
- j. Memperhitungkan setiap kemungkinan
- k. Mengambil sudut pandang yang berbeda.

Di bawah ini beberapa contoh persoalan *non routine*, yang dapat digunakan dalam strategi *problem solving*.

1. Diketahui : AE adalah garis bagi  $\angle BAC$   
 BD adalah garis bagi  $\angle ABC$   
 $AE = BD$   
 Buktikan:  $\triangle ABC$  sama kaki



2. Jika Barbara pertama kali memperoleh nilai 89 dari dari sembilan kali tes di kelasnya. dari sembilan kali tes di kelasnya. Harus memperoleh skor berapa pada tes ke sepuluh agar rata-ratanya adalah 90.



Diketahui : O adalah pusat lingkaran

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

Buktikan :  $BE \cdot BD = (BC)^2$

4. Sebagai ketua seksi olah raga pada pesta peringatan lustrum sekolahmu, tercatat 17 siswa mendaftarkan diri mengikuti kejuaraan tenis meja memperebutkan Piala Ketua Komite Sekolah. Berapa partai pertandingan

perlu kau gelar agar diperoleh pemenang-pemenangnya sebagai juara I, II dan III ?

5. Karena tugas dari ksntornya, Pak Edi berangkat pagi-pagi dari kantornya di Boyolali, dan karena motornya masuk bengkel terpaksa Pak Edi meminjam motor dinas. Betapa terkejut Pak Edi ternyata motor pinjamannya ini sangat boros dalam pemakaian bahan bakar, karena baru diselesaikannya duapertiga perjalanan ternyata bahan bakarnya tinggal seperempat dari isi tangki bahan bakarnya. Dari informasi yang diperoleh dari pencari kayu yang baru saja ditemui di pinggir hutan tadi, baru di tempat yang menjadi tujuan Pak Edi nanti dijumpai penjual bensin eceran. Persoalan yang dijumpai Pak Edi sekarang, apakah Pak Edi akan mampu menyelesaikan sisa perjalanannya dengan menggunakan sisa bahan bakar di tangki bensinnya ?
6. Anik dan Rita mempunyai hobi mengkoleksi koin mata uang dari berbagai negara. Karena kesibukan dan pekerjaannya Anik memutuskan mengakhiri hobinya tersebut dan bermaksud menghadiahkan kepada teman-temannya. Pertama Anik memberikan separo koleksinya dan setengah koin lagi kepada Rini, kemudian setengah dari sisa koleksinya dan setengah koin lagi diberikannya kepada Susi. Ternyata sisa koleksinya tinggal 1 koin yang diberikannya kepada Rita. Berapa koin jumlah koleksi Anik mula-mula?.
7. Untuk memastikan agar tidak menimpa salah satu bangunan di sekitarnya, maka tinggi pohon yang harus ditebang karena lapuk itu harus diketahui. Ternyata cukup dengan sebuah cermin dan pita meteran anda dapat mengukur tinggi pohon tersebut!. Bagaiman anda melakukannya?
8. Bayangkan ada seutas kawat baja yang digunakan mengikat erat sepanjang ekuator bumi. Jika kawat tadi ditambah panjangnya dengan 10 meter lagi, maka ikatannya menjadi lebih longgar, dan jika longgarnya tersebut dibagi merata sepanjang ekuator, apakah yang dapat melewati celah yang terjadi antara kawat

dengan dengan bumi?, Apakah semut, kambing ataukah jerapah ?. Berilah jawab yang logis dan matematis?

9. Sepulang dari belanja untuk keperluan hari ini dari pasar di dekat rumahnya, Bu Eni memutuskan melalui jalan pintas melalui jembatan kereta api yang membentang di dekat rumahnya agar segera sampai kerumah. Setelah melenggang menyelesaikan tigaperdelapan dari panjang jembatan, betapa terkejutnya Bu Eni, karena terdengar menderu dari arah belakang kereta api cepat Argo Bromo meluncur mendekati jembatan dengan laju 90 km/jam. Berapa kecepatan lari sekurang-kurangnya dari Bu Eni agar berhasil keluar dari mulut jembatan dan selamat tidak terlindas kereta api tersebut?
10. Hitung nilai rasional dari :  $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$

## 2. Model Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing (*Guided Discovery*)

Di dalam metode penemuan ini, ada dua macam yakni metode penemuan murni dan metode penemuan terbimbing. Pada metode penemuan murni, masalah yang akan ditemukan semata-mata ditentukan siswa. Begitu pula jalannya penemuan. Jelas bahwa metode ini kurang tepat untuk siswa sekolah lanjutan/menengah, karena jika setiap konsep atau prinsip dalam materi dari hasil pengembangan silabus harus dipelajari dengan cara ini, kita kekurangan waktu dan tidak banyak matematika yang dapat dipelajari siswa. Juga harus diingat bahwa pada umumnya siswa terlalu tergesa-gesa menarik kesimpulan dan tidak semua siswa dapat menemukan sendiri.

Mengingat hal-hal di atas, muncullah metode mengajar yang kita kenal dengan nama **metode penemuan terbimbing**, sebagai suatu metode mengajar yang bermanfaat untuk pembelajaran matematika. Di dalam metode ini siswa didorong untuk berfikir sendiri sehingga dapat menemukan prinsip umum, berdasarkan

bahan yang difasilitasi oleh guru. Sampai seberapa jauh siswa dibimbing, tergantung pada kemampuannya dan pada materi yang sedang dipelajari.

#### **Peranan Siswa dan Guru di dalam Metode Penemuan**

<b>Metode</b>	<b>Peranan Guru</b>	<b>Peranan Siswa</b>
<b>Penemuan Murni</b>	- sebagai sumber - tidak berbuat	- mendefinisikan, memecahkan persoalan
<b>Sedikit Bimbingan</b>	- menyatakan persoalan	- menemukan pemecahan
<b>Banyak Bimbingan</b>	- menyatakan persoalan - memberikan bimbingan	- mengikuti petunjuk - menemukan penyelesaian

#### **Urutan Langkah**

Urutan langkah-langkah di dalam pembelajaran matematika dengan pendekatan penemuan terbimbing adalah sebagai berikut :

- 1) Guru merumuskan masalah yang akan dihadapkan kepada siswa, dengan data secukupnya. Perumusannya harus jelas, dalam arti tidak menimbulkan salah tafsir, sehingga arah yang ditempuh siswa tidak salah.
- 2) Dari data yang diberikan guru, siswa menyusun, memproses, mengorganisasikan dan menganalisis data tersebut. Dalam hal ini bimbingan guru dapat diberikan sejauh yang diperlukan saja. Bimbingan ini sebaiknya mengarahkan siswa untuk melangkah ke arah yang tepat. Misalnya melalui pertanyaan-pertanyaan. Kuranglah tepat bila guru memberi informasi sebanyak-banyaknya sekaligus.
- 3) Siswa menyusun konjektur (prakiraan) dari hasil analisis yang dilakukannya.
- 4) Bila perlu konjektur di atas diperiksa oleh guru. Ini perlu dilakukan untuk meyakinkan kebenaran prakiraan siswa.
- 5) Bila telah diperoleh kepastian kebenaran konjektur tersebut, maka verbalisasi konjektur sebaiknya diserahkan juga kepada siswa untuk menyusunnya. Sesudah siswa menemukan apa yang dicari, hendaknya guru menyediakan soal tambahan untuk memeriksa apakah hasil penemuan itu benar.

## **b. Merencanakan Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan**

### **Terbimbing (*Guided Discovery Approach*)**

Beberapa hal yang perlu diperhatikan di dalam mengembangkan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan penemuan terbimbing :

- 1) Tujuan harus jelas
- 2) Pikirkan, sejauh mana bimbingan perlu diberikan. Siswa yang “kurang pengalaman” memerlukan lebih banyak bimbingan.
- 3) Tentukan, bagaimana siswa akan dapat memeriksa konjektur lebih lanjut.
- 4) Rencanakan materi latihan sesudah penemuan

Pada penerapan metode ini di dalam pembelajaran matematika, ada beberapa hal yang perlu diperhatikan :

- 1) Siswa memerlukan tambahan bimbingan bila penemuan sama sekali baru bagi mereka. Yang perlu ditekankan ialah bagaimana “mereka tidak sangat tergantung” pada guru.
- 2) Gunakan pertanyaan pengarahan yang baik, bila anda menemui konjektur salah. Jangan sekedar “Tidak!” “Bukan!” “Itu Salah!”
- 3) Siapkan tugas lanjutan bagi yang terdahulu menemukan, sehingga ia (kelompoknya) tidak melupakan penemuan, atau tidak memantu kelompok lain.
- 4) Yakinkan bahwa induksi tidak menjamin 100% kebenaran konjektur.
- 5) Verbalisasi penemuan serahkan kepada siswa.
- 6) Seringkali penemuan terbimbing dikaitkan dengan lembar kegiatan siswa, namun ini bukan suatu keharusan. Dan bila menggunakan lembar kegiatan siswa harus dirancang agar mengarah ke tujuan.

**Contoh : Model Pembelajaran dengan Pendekatan Penemuan Terbimbing**

**Topik : Menentukan Invers Matriks Persegi Ordo 2**

**1. Standar Kompetensi:** 3. Menggunakan matriks dalam pemecahan masalah

**2. Kompetensi Dasar :**

3.2. Menentukan determinan dan invers matriks  $2 \times 2$

**3. Indikator :**

- 1) Menentukan invers matriks persegi ordo 2
- 2) Membuktikan rumus invers matriks ordo

**4. Tujuan Pembelajaran**

- Siswa dapat menentukan invers matriks persegi ordo 2
- Siswa dapat membuktikan rumus matriks invers ordo  $2 \times 2$

**5. Pengetahuan Prasyarat:**

a. Hasil kali dua buah matriks persegi ordo 2

Bahwa hasil kali matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  dengan  $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$  adalah

$$AB = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$

b. Matriks identitas  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a. Determinan dari matriks persegi ordo 2:  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah  $|A| = \det(A)$

$$= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

## 6. Langkah-langkah Pembelajaran:

### a. Pendahuluan.

Pada pendahuluan dalam model ini, berupa apersepsi, dengan maksud untuk mengungkap kembali tentang perkalian dua buah matriks, dan nilai determinan suatu matriks, misalnya

$$\text{Jika } P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ dan } Q = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka}$$

- Tentukan:    1) PQ dan QP  
                  2) det(P) dan det(Q)

### b. Kegiatan Inti

1) Langkah pertama pada kegiatan inti ini siswa diminta menentukan hasil kali setiap pasangan matriks di bawah ini, tentukan hasil kalinya:

a) Jika  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

b) Jika  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

c) Jika  $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

d) Jika  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

e) Jika  $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

f) Jika  $A = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$  maka  $AB = \dots$  dan  $BA = \dots$

Dari setiap pasangan matriks di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa :

$$AB = BA = \dots$$

Dalam hal ini dikatakan bahwa matriks B adalah matriks invers dari A (dan sebaliknya) dan ditulis dengan notasi  $B = A^{-1}$

7. Dengan memperhatikan pola dari matriks dengan invers pasangannya, dapat ditarik kesimpulan suatu konjektur bahwa pola invers dari matriks

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & e \end{pmatrix} \text{ adalah } A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

8. Dari konjektur yang disimpulkan di atas, perlu ditanyakan kepada siswa apakah yang telah mereka dapatkan itu sudah merupakan rumus invers matriks  $2 \times 2$  ataukah belum, dengan jalan siswa diminta mengecek kebenarannya, dengan langkah siswa diminta mendiskusikannya sebagai berikut:

Pola invers dari  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$  adalah  $B = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$  dan hasil  $AB = \dots$  dan  $BA =$

....

Dari hasil perkalian di atas ditanyakan bagaimana kesimpulan yang siswa peroleh?

5. Langkah selanjutnya, siswa difasilitasi untuk dapat merumuskan sendiri rumus

invers dari matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  dengan lembar kegiatan sebagai berikut :

Pola invers matriks  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah  $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ , dengan hasil perkalian :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots \\ = \dots \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dari hasil di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa :

Invers dari matriks  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah  $A^{-1} = \frac{\dots}{\dots} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

### 3. Model Missouri Mathematics Project

Penelitian Good dan Grouws (1979), Good, Grouws dan Ebmeier (1983), dan lebih lanjut Confrey (1986), memperoleh temuan bahwa guru yang merencanakan dan mengimplementasikan lima langkah pembelajaran matematikanya, akan lebih sukses dibanding dengan mereka yang menggunakan pendekatan tradisional. Kelima langkah inilah yang biasa kita kenal sebagai *Missouri Mathematics Project (MMP)* yang terbukti lebih sukses, dan MMP ini biasa dilakukan bersama-sama dengan pembelajaran kooperatif. Jika dibanding dengan Struktur Pembelajaran Matematika (SPM) yang telah biasa kita kenal sebelumnya maka MMP ini adalah sangat mirip,

Format lima langkah MMP ini adalah sebagai berikut :

#### Langkah I : **Riview**

- meninjau ulang pelajaran yang telah lalu
- membahas PR

#### Langkah 2 : **Pengembangan**

- penyajian ide baru atau perluasan konsep matematika yang terdahulu

- penjelasan, diskusi, demonstrasi dengan contoh konkret yang sifatnya piktoral dan simbolik.

**Langkah 3 : Latihan Terkontrol**

- siswa merespon soal
- guru mengamati
- belajar kooperatif

**Langkah 4 : *Seatwork***

- siswa bekerja sendiri untuk latihan atau perluasan konsep

**Langkah 5 : PR**

- Tugas PR

**Contoh Model Pembelajaran Rumus Trigonometri Untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut dengan MMP**

**1. Standar Kompetensi:**

2. Menurunkan rumus trigonometri dan penggunaannya

**2. Kompetensi Dasar :**

- 2.1 Menggunakan rumus sinus dan kosinus jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda untuk menghitung sinus dan kosinus sudut tertentu.

**3. Indikator :**

- 1) menggunakan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
- 2) menggunakan rumus kosinus jumlah dan selisih dua sudut
- 3) menggunakan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut

**4. Tujuan Pembelajaran**

Siswa mampu:

- menurunkan dan mengaplikasikan rumus sinus jumlah dan selisih dua sudut
- menurunkan dan mengaplikasikan rumus kosinus jumlah dan selisih dua sudut
- menurunkan dan mengaplikasikan rumus tangen jumlah dan selisih dua sudut

## 5. Kegiatan Belajar Mengajar Model MMP

### Langkah 1 : Review

- Dengan metode tanya jawab dibahas PR pelajaran yang lalu.
- Dengan metode tanya jawab dibahas pengetahuan prasyarat :  
Hubungan nilai trigonometri sudut di berbagai kuadran dan komponennya, seperti misalnya :

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \qquad \sin(90 - \alpha)^0 = \cos \alpha^0$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \qquad \cos(90-\alpha)^0 = \sin \alpha^0$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \qquad \tan(90-\alpha)^0 = \cot \alpha^0$$

Aturan sinus :  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  jika R jari-jari lingkaran luar

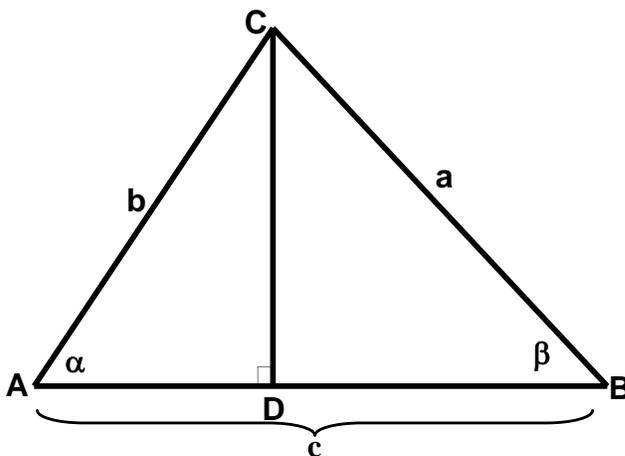
$\Delta ABC$ .

### Langkah 2 : Pengembangan

- Dengan bantuan LKS siswa dibimbing untuk mendapatkan rumus :  $\sin(\alpha+\beta)$   
 $= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ , sebagai berikut:

**Membuktikan Rumus, bahwa dalam  $\Delta ABC$  berlaku :**

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$



Dari  $\Delta ABC$  di samping ini, CD adalah garis tinggi

1. Lihat  $\Delta ACD$  :

$$\cos \alpha = \frac{\dots}{\dots} \rightarrow$$

$$AD = \dots$$

2. Lihat  $\triangle ABCD$  :

$$\cos \beta = \frac{\dots}{\dots} \rightarrow BD = \dots$$

3.  $AB = \dots + \dots \rightarrow c = \dots + \dots$

Catatan :

Pada langkah pengembangan ini guru memantau kegiatan siswa memberi bimbingan seperlunya, sehingga semua siswa sampai kesimpulan tiga langkah di terdahulu, yakni :

$$c = a \cos \beta + b \cos \alpha \text{ (i)}$$

4. Dengan aturan sinus bahwa  $a = 2R \sin \alpha$  ,  $b = 2R \sin \beta$  dan

$$c = 2R \sin \gamma = 2R \sin(\pi - (\alpha + \beta)) = 2R \sin(\dots) \text{ (ii)}$$

5...Dari (i) dan (ii) diperoleh :

$$2R \sin(\dots) = 2R \sin \dots + 2R \cos \dots$$

sehingga diperoleh kesimpulan :

$$\sin(\alpha + \beta) = \dots + \dots$$

Catatan:

Pada langkah terakhir ini guru perlu mengawasi dan memantau kegiatan siswa dan memberi bimbingan siswa apakah semua siswa sampai pada suatu kesimpulan :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

### Langkah 3 : Latihan Terkontrol

Pada latihan terkontrol ini guru memantau dan mengontrol siswa menyelesaikan soal, penerapan rumus yang baru saja ditemukan siswa di atas, dengan :

Tugas :

Dengan tanpa menggunakan kalkulator ataupun table, tentukan nilai dari :

$$\sin 75^\circ !$$

(Sambil mengontrol siswa, di mana perlu memberi bimbingan bahwa :

$$\sin 75^\circ = \sin(45 + 35)^\circ$$

#### Langkah 4 : *Seatwork*

Pada langkah keempat ini dengan *cooperative learning* berupa pengembangan langkah ke 2, mengambil teknik *jigsaw* misalnya siswa dapat membuktikan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih sudut yang lain, dengan menggunakan rumus yang telah diperoleh siswa di atas, yakni untuk

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots (\text{petunjuk } \sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)))$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots (\text{petunjuk } \cos(\alpha + \beta) = \sin(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)))$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots (\text{petunjuk } \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha + (-\beta)))$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots (\text{petunjuk } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)})$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots (\text{petunjuk } \tan(\alpha - \beta) = \tan(\alpha + (-\beta)))$$

Jika digunakan teknik pembelajaran kooperatif *jigsaw* maka guru memantau apakah diskusi di *expert group* benar-benar telah di hasilkan kesimpulan bahwa :

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

### Langkah 5 : PR

1. Tanpa menggunakan tabel atau kalkulator, maka tentukan nilai-nilai :
  - a.  $\sin 15^\circ$
  - b.  $\cos 75^\circ$
  - c.  $\cos 15^\circ$
  - d.  $\tan 75^\circ$
  - e.  $\tan 15^\circ$
  
2. Jika  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  dan  $\sin \beta = \frac{7}{25}$  di mana  $\alpha$  dan  $\beta$  dua sudut di kuadran pertama, maka tentukan nilai berikut ini !
  - a.  $\sin(\alpha + \beta)$
  - b.  $\sin(\alpha - \beta)$
  - c.  $\cos(\alpha + \beta)$
  - d.  $\cos(\alpha - \beta)$
  - e.  $\tan(\alpha + \beta)$
  - f.  $\tan(\alpha - \beta)$

### 4. Contoh Model Pembelajaran dengan Menggunakan *Cooperative Learning* dengan tipe *Jigsaw*:

#### A. Standar Kompetensi:

2. Memecahkan masalah yang nberkaitan dengan fungsi, persamaan dan fungsi kuadrat serta pertidaksamaan kuadrat

#### B. Kompetensi Dasar:

- 2.3 Menggunakan sifat dan aturan tentang persamaan san pertidak samaan kuadrat.

**C. Indikator:**

- Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan dan rumus abc

**D. Tujuan Pembelajaran:**

Siswa dapat

- Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan
- Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna
- Menentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus (abc)

**E. Pengetahuan Prasyarat :**

Sifat pada Bilangan Real : bahwa untuk setiap  $a, b \in R, a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$  atau  $b = 0$

**F. Langkah-langkah pembelajaran :**

**Langkah 1 :** Pendahuluan dari guru ( $\pm 10$  menit)

Guru menjelaskan kegiatan yang akan dilakukan, memberikan motivasi, mengingatkan kembali pengertian bahwa :

- Persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in R, a \neq 0$
- Pengertian penyelesaian persamaan kuadrat (yang selanjutnya disebut **akar akar** persamaan kuadrat), bahwa p dan q adalah akar-akar dari persamaan kuadrat  $a(x - p)(x - q) = 0$ .

Guru membagi materi pelajaran hari itu, menjadi 4 (empat ) bagian yakni :

1) Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan memfaktorkan – 1:

- a. Selesaikan persamaan kuadrat  $x^2 - 5x + 6 = 0$  dengan mengisi titik-titik :

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - \dots)(x - \dots) = 0$$

$$x - \dots = 0 \text{ atau } x - \dots = 0$$

$$x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{ \dots, \dots \}$

b) Selesaikan persamaan – persamaan kuadrat berikut :

(1)  $x^2 - 5x + 4 = 0$

(2)  $x^2 - x - 6 = 0$

(3)  $x^2 + 7x + 12 = 0$

(4)  $x^2 - 8x + 16 = 0$

2) Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan memfaktorkan – 2:

a. Selesaikan persamaan kuadrat  $2x^2 - 5x - 3 = 0$  dengan mengisi titik-titik :

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow (2x + \dots)(x - \dots) = 0$$

$$2x + \dots = 0 \text{ atau } x - \dots = 0$$

$$x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{ \dots, \dots \}$

b. Selesaikan persamaan – persamaan kuadrat berikut :

(1)  $2x^2 - 7x + 5 = 0$

(2)  $2x^2 + x - 3 = 0$

(3)  $4x^2 - 12x + 9 = 0$

(4)  $5x^2 + 9x - 2 = 0$

2) Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna

a). Selesaikanlah persamaan kuadrat  $x^2 - 6x + 8 = 0$  dengan melengkapkan kuadrat sempurna !

$$\text{Jawab : } x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + \dots = -8 + \dots$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots)^2 = \dots$$

$$\Leftrightarrow (x - \dots) = \pm\sqrt{\dots}$$

$$\Leftrightarrow x - \dots = \dots \text{ atau } x - \dots = \dots$$

$$\Leftrightarrow x = \dots \text{ atau } x = \dots$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $\{ \dots \}$

- b) Selesaikanlah persamaan – persamaan berikut dengan melengkapkan kuadrat sempurna :

(1)  $x^2 - 2x = 0$

(2)  $x^2 - 5x - 6 = 0$

(3)  $2x^2 - x - 1 = 0$

(4)  $-2x^2 + 8x - 9 = 0$

- 4) Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan rumus:

$$\text{Akar-akar dari } ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- a) Selesaikan persamaan  $3x^2 + 13x - 10 = 0$  dengan menggunakan rumus!

$$\text{Jawab : } x_{1,2} = \frac{-(...) \pm \sqrt{(...) ^2 - 4(...) (...)}}{4.(...)}$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = \dots$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \dots \quad \text{atau} \quad x_2 = \dots$$

Himpunan penyelesaian persamaan kuadratnya adalah  $\{ \dots, \dots \}$

- b). Selesaikanlah persamaan-persamaan berikut dengan rumus!

(1)  $x^2 + 10x = 0$

(2)  $x^2 - 12x + 20 = 0$

(3)  $2x^2 + 9x - 35 = 0$

(4)  $4x^2 - 4x - 5 = 0$

Guru menyusun siswa menjadi 4 kelompok ahli (*Expert Group* atau *Counterpart Group*) misalnya :

Kelompok A : yaitu kelompok dengan nomor presensi 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29

Kelompok B : yaitu kelompok dengan nomor presensi 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30

Kelompok C : yaitu kelompok dengan nomor presensi 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31

Kelompok D : yaitu kelompok dengan nomor presensi 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

**Langkah-2:** Diskusi kelompok *Counterpart Group (Expert Group)* dengan tugas:

Kelompok A mendiskusikan Penyelesaian PK dengan memfaktorkan-1

Kelompok B mendiskusikan Penyelesaian PK dengan memfaktorkan-2

Kelompok C mendiskusikan Penyelesaian PK dengan melengkapkan kuadrat sempurna

Kelompok D mendiskusikan Penyelesaian PK dengan rumus

Kegiatan ini diperkirakan berlangsung selama 30 menit

**Langkah-3:** Diskusi kelompok asal (*Jigsaw*), yaitu menjelaskan hasil diskusi *Counterpart Group* kepada teman-teman yang lain yang tidak ikut di diskusi kelompok CG. Dengan pengelompokan asalnya:

Kelompok I : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 1 - 4

Kelompok II : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 5 - 8

Kelompok III : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 9 – 12

Kelompok IV : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 13 – 16

Kelompok V : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 17 – 20

Kelompok V : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 21 – 24

Kelompok VII : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 25 – 28

Kelompok VII : beranggotakan siswa dengan nomor presensi 29 – 32

Kegiatan ini diperkirakan berlangsung dalam 30 menit

**Langkah-4:** Diskusi kelas, di mana guru mereview hasil diskusi, dan memberi pemantapan serta menutup pertemuan hari ini.

## 5. Matematika Realistik atau Pembelajaran Matematika Kontekstual

Sebenarnya secara detail pendekatan matematika realistik dengan pendekatan kontekstual tidak sama presis, namun pada prinsip pendekatannya adalah sama yakni dengan menggunakan konteks. Hal ini sejalan dengan Standar Isi yang diundangkan sebagai Permendiknas nomor 22 tahun 2006, yang pada Latar Belakang secara tegas dinyatakan bahwa dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika hendaknya dimulai dengan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*). Dan dengan mengajukan masalah kontekstual peserta didik secara bertahap di bimbing untuk menguasai konsep matematika (Depdiknas, 2006:416). Di dalam matematika realistik, PBM diarahkan untuk mempersempit jurang antara konsep matematika dan pengalaman real siswa. Jadi PBM harus memberikan kesempatan kepada siswa untuk merasakan makna dan kegunaan matematika yang memungkinkan mereka mengkonstruksi kembali ide dan konsep matematika berdasarkan pengalaman interaksi mereka dengan lingkungan. Konteks adalah situasi di mana soal atau permasalahan ditempatkan, dan dari sana siswa dapat melakukan aktifitas matematika, melatih dan menerapkan pengetahuan matematika mereka. Ciri dari pendidikan matematika realistik menurut de Lange dan Gravemeijer adalah sebagai berikut (Marpaung: 2006):

1. Penggunaan konteks dalam eksplorasi secara fenomenologis
2. Penggunaan model atau penghubung sebagai jembatan untuk mengkonstruksi konsep: matematisasi horizontal dan vertikal
3. Penggunaan kreasi dan kontribusi siswa
4. Sifat interaktif proses pembelajaran
5. Sifat saling berkait antara aspek-aspek atau unit-unit matematika (*interwinement*)

## **Contoh Model Pembelajaran Bentuk Pangkat dengan Pendekatan Matematika Realistik**

### **1. Standar Kompetensi :**

1. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan bentuk pangkat, akar dan logaritma.

### **2. Kompetensi Dasar :**

- 1.1. Menggunakan aturan pangkat, akar, dan logaritma

### **3. Indikator Kompetensi**

- Mengubah pangkat negatif ke pangkat positif dan sebaliknya
- Mengubah bentuk akar ke bentuk pangkat dan sebaliknya
- Mengubah bentuk pangkat ke bentuk logaritma dan sebaliknya
- Melakukan operasi aljabar pada bentuk pangkat , akar dan logaritma

### **4. Tujuan Pembelajaran**

Siswa mampu,

- mengubah bentuk pangkat negatif ke pangkat positif dan sebaliknya
- menyajikan bentuk pangkat dari suatu bentuk akar dan sebaliknya
- menyajikan bentuk pangkat ke logaritma dan sebaliknya
- melakukan operasi aljabar, pada bentuk pangkat, akar dan logaritma

### **5. Materi Pokok :**

Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma

## 6. Metode Pembelajaran

Dalam pembelajaran materi ini, digunakan Pendekatan Matematika Realistik

## 7. Skenario Pembelajaran

### a. Pendahuluan

- Diawali revisi berupa kegiatan membahas hal-hal yang banyak siswa yang tidak tuntas masalah itu.
- Dibahas pengetahuan prasyarat untuk bentuk pangkat, akar dan logaritma berupa operasi aljabar pada bilangan real.

### b. Pengembangan

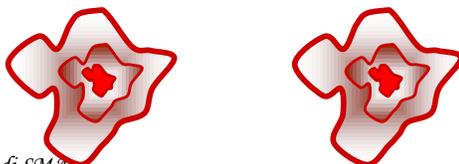
- 1) Untuk memfasilitasi siswa mengkonstruksikan konsep bilangan berpangkat siswa secara individu, maka digunakan konteks *perkembangan amoeba*. Jadi konteksnya adalah menggunakan pembelahan amoeba untuk memfasilitasi siswa melakukan pematematikaan horizontal.

Bahwa amoeba merupakan makhluk hidup yang cara berkembangnya adalah dengan membelah diri. Misalkan seekor amoeba, dalam waktu 1 hari amoeba itu membesar dan membelah diri menjadi dua ekor amoeba. Sehari berikutnya setiap ekor amoeba tadi membesar kemudian membelah dirinya masing-masing menjadi 2 ekor, sehingga seluruhnya menjadi 4 ekor. Demikian dan seterusnya

- a) Awalnya seekor amoeba

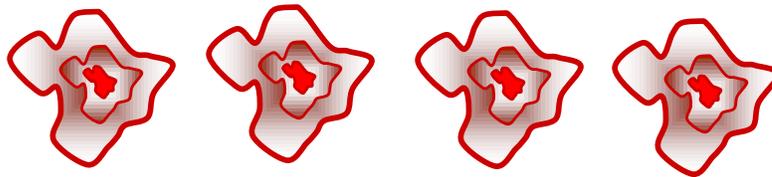


- b) Kemudian amoeba tersebut akan membelah dirinya menjadi 2



c) Pada periode ke 3, masing-masing amoeba di atas membelah menjadi

2



d) Begitu dan seterusnya pada periode ke 4, akan menjadi 8 ekor amoeba



Pembelahan ini akan terus berlangsung, sehingga dapat kita sajikan dengan daftar sebagai berikut :

Periode Pembelahan	Banyak Amoeba	Perhitungan	Notasi
Awal	1	1	
1	2	2 X 2	$2^1$
2	4	2 X 2 X 2	$2^2$
3	8	2 X 2 X 2 X 2	$2^3$
4	16	2 X 2 X 2 X 2 X 2	$2^4$
...	...	...	

2) Untuk selanjutnya dikonstruksi konsep, bilangan berpangkat :

a) Bahwa :  $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$  dilambangkan :  $2^n$



n faktor

b) Bahwa :  $3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3$  dilambangkan :  $3^n$



n faktor

c) Bahwa :  $8 \times 8 \times 8 \times \dots \times 8$  dilambangkan :  $8^n$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{ faktor}}$$

3) Selanjutnya kita definisikan :

**Definisi :**

1.  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$

2.  $a^1 = a$

4) Dengan metode pembelajaran kooperatif, disegarkan kembali bukti sifat-sifat bilangan dengan pangkat bilangan bulat positif :

Jika  $a$  dan  $b$  bilangan real serta  $n$ ,  $p$  dan  $q$  bilangan bulat positif, maka berlaku :

a)  $a^p \times a^q = a^{p+q}$

b)  $a^p : a^q = a^{p-q}$ , dengan  $p > q$

c)  $(a^p)^q = a^{p \times q}$

d)  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

e)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ , dengan  $b \neq 0$

c. *Penerapan :*

Pada sesi ini siswa di bawah pengawasan guru menyelesaikan soal-soal, yang sifatnya penerapan rumus-rumus di atas!

Sederhanakan bentuk-bentuk di bawah ini !

1)  $2^3 \times (2^4 \times 2^6)$

$$2) (a^2 \times a^3) \times a^5$$

$$3) (p^4)^2 : p^3$$

$$4) (p^2 q^3) : p^3 q^4$$

$$5) (p^3 : q^2)^5$$

d. *Penutup*

Penutup PBM ini dengan rangkuman (diharapkan siswa yang merumuskan) sifat-sifat bilangan dengan pangkat bulat positif, dan untuk selanjutnya ditutup dengan memberi tugas PR, yang dapat diambil dari buku pegangan siswa.

### C. **Bahan Diskusi**

Setelah menyimak contoh-contoh model-model pembelajaran matematika yang mengacu pada PAKEM, maka desainlah model-model pembelajaran yang akan Anda lakukan semester mendatang, dengan:

1. Berorientasi pada *problem solving*
2. Pendekatan penemuan terbimbing
3. *Missouri Mathematics Project (MMP)*
4. Pembelajaran kooperatif
5. Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik

**Bab IV**  
**BAHAN DISKUSI**



Diskusikan pada pertemuan MGMP/KKG untuk membahas masalah-masalah berikut:

1. Perubahan paradigma pembelajaran matematika, terjadi karena perkembangan yang terjadi pada berbagai bidang, diskusikan terjadinya perubahan-perubahan tersebut:
  - a. Perubahan pada filsafat pembelajaran yang mendukungnya.
  - b. Perubahan pada matematika sekolah, yaitu materi terpilih yang telah diseleksi berdasarkan pada maksud dan tujuan pembelajaran matematika terhadap materi matematika yang formal dan postulational tersebut.
  - c. Perubahan sistem penilaian.
  - d. Perubahan cara pandang terhadap pemindahan pengetahuan dari yang dimiliki guru kepada anak didik.
  - e. Perubahan pada cara belajar, bagaimanakah pendapat anda tentang pentingnya belajar menghafal dalam pembelajaran matematika.

2. Bandingkan rekomendasi pada *the Cocroft Report* dengan *Missouri Mathematics Program*, dan dampaknya pada perubahan paradigma pembelajaran matematika.
3. Bagaimana menurut pendapat anda tentang Belajar Aktif itu, apa sebenarnya makna aktif, mana yang lebih dominant aktif dalam arti fisik ataukah psikis?
4. Dalam pembelajaran kooperatif, sering terjadi anda sebagai guru sering tidak sabar karena terlalu lamban sampai pada kesimpulan yang diinginkannya. Sehingga kadang secepatnya Anda turun tangan memberi hasil yang benar kepada siswa. Bagaimana menurut anda langkah untuk menghemat waktu tersebut?
5. Agar pembelajaran matematika menyenangkan maka salah satu hal yang cukup dominant adalah pemberian motivasi dalam proses belajar mengajar. Bagaimana menurut anda kapan pemberian motivasi sebaiknya dilakukan?
6. Dengan menyimak contoh-contoh model-model pembelajaran matematika yang mengacu pada PAKEM, maka desainlah model-model pembelajaran yang akan anda lakukan semester mendatang, dengan:
  - a. Berorientasi pada *problem solving*
  - b. Pendekatan penemuan terbimbing
  - c. *Missouri Mathematics Project (MMP)*
  - d. Pembelajaran kooperatif
  - e. Pendekatan kontekstual

Selamat Berdiskusi!

## **Bab IV**

### **Penutup**

Meskipun dirasa masih banyak kekurangan dalam penulisan ini, namun dengan bangga disumbangkan tulisan ini yang diharapkan sedikit banyak dapat digunakan bahan referensi untuk mendesain struktur pembelajaran matematika SMA serta diskusi di MGMP-nya.

Penulisan struktur pembelajaran matematika SMA ini mengacu pada perubahan paradigma dalam pembelajaran matematika di samping itu dilihat juga trend dan issue tentang pembelajaran matematika di dunia saat ini. Dan sejauh ini memang disadari bahwa pembelajaran matematika yang mengacu pada *Pembelajaran Matematika yang Aktif, Kreatif, Efektif dan Menyenangkan (PAKEM)* sedikit banyak dapat menjawab tuntutan paradigma tersebut

Tulisan ini setidaknya-tidaknya dapat dijadikan salah satu acuan bagi guru-guru matematika di lapangan, dalam mendesain struktur pembelajaran dan mendesain model-model pembelajarannya, sehingga akan bermuara pada semakin meningkatnya prestasi belajar siswa, yang ujung-ujungnya terbentuk SDM yang berkualitas

### **Bahan Diskusi**

Setelah Anda cermati tentang latar belakang teori yang menjadi landasan pengembangan model-model pembelajaran matematika, dan setelah Anda matangkan dengan bersama-sama diskusi di MGMP, maka secara individual kembangkan suatu Rencana Pelaksanaan Pembelajaran yang berupa Model Pembelajaran Matematika yang materi pelajarannya dapat Anda ambil berdasar Standar Isi untuk semester yang akan datang.

### Daftar Pustaka

- Al. Krismanto. (2001). *Beberapa Model dan teknik Pembelajaran Aktif-Efektif Matematika*. Yogyakarta: PPPG Matematika
- Bitter, Gary G. , Mary M. Hatfield and Nancy Tanner Edwards. (1989). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School*. Boston : Allyn and Bacon
- Branca, Nicholas A. (1980). *Problem Solving as a Goal, Process and Basic Skill*. Reston Virginia : NCTM
- Cecep E. Rustana. (2001). *Belajar dan Mengajar Kontekstial*. Jakarta : Direktorat SLTP, Depdiknas.
- Charles, Randall and Frank Lester. (1982). *Theaching Problem Solving, What Why and How*. Palo Alto California : Dale Seymour Publication
- Fajar Shadiq. (2001). *Effective Mathematics Teaching Strategies Inspiring Progressive Students* (suatu makalah disajikan pada "Pemaparan Hasil Pelatihan RECSAM 2") tanggal 18 Juni 2001) . Yogyakarta : PPPG Matematika
- Gage,NL. And Berliner,David C. (1988). *Educational Psychology*. Boston : Houghton Mifflin Company
- Marpaung,Y. (2001).*Pembelajaran Realistik dan SANI dalam Pembelajaran Matematika. (suatu makalah disajikan dalam Seminar Nasional "Pendidikan Matematika Realistik Indonesia" tanggal 14-15 November 2001*.Yogyakarta : Universitas Sanata Dharma
- Posamentier, Alfred S. and Jay Stepelman . (1995). *Teaching Scondary Mathematics Techniques and Enrichment Units*. New Jersey : Prentice Hall,Inc.
- Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain. (1996). *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta : PT Rineka Cipta
- Paul Suparno. (1997). *Filsafat Konstruktivisme.dalam Pendidikan*. Yogyakarta : Penerbit Kanisius
- Paul Suparno.(2000). *Teori Perkembangan Kognitif Jean Peaget*. Yogyakarta : Penerbit Kanisius.

- Randall Charles and Frank Lester.(1982). *Teaching Problem Solving, What, Why & How*. Palo Alto Ca : Dale Seymour Publications
- Skemp,Jerrold E. (1985).*The Instructional Design Process*. New York : Harper & Row, Publisher Co.
- Skemp,Richard R.(1977). *The Psychology of Learning Mathematics*. Middlesex, England : Penguin Books Ltd.
- Slavin,Robert E.(1995).*Cooperative Learning, Theory,Research, and Practice*. Boston : Allyn Bacon
- Slice,James E.(1998), *Habits of Highly Effective Teachers*. Texas: National Effective Teaching Institute
- Sumardi,et.al (1994). *Matematika SMU*. Surakarta : PT. Tiga Serangkai
- Suryanto. (1999). *Matematika Humanistik sebagai Pembelajaran yang Aktif-Efektif*. Yogyakarta : PPPG Matematika
- Tim Instruktur PKG Matematika SMU.(1994). *Beberapa Metode dan Keterampilan dalam Pengajaran Matematika*. Yogyakarta : Direktorat Pendidikan Menengah Umum, Depdiknas.