



# DIKLAT GURU PENGEMBANG MATEMATIKA SMK JENJANG LANJUT TAHUN 2009

## TUJUAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMK



Oleh: **FADJAR SHADIQ, M.App.Sc.**



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK  
DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

2009



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas karunia-Nya, bahan ajar ini dapat diselesaikan dengan baik. Bahan ajar ini digunakan pada Diklat Guru Pengembang Matematika SMK Jenjang Lanjut Tahun 2009, pola 120 jam yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika Yogyakarta.

Bahan ajar ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan dalam usaha peningkatan mutu pengelolaan pembelajaran matematika di sekolah serta dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat di dalam maupun di luar kegiatan diklat.

Diharapkan dengan mempelajari bahan ajar ini, peserta diklat dapat menambah wawasan dan pengetahuan sehingga dapat mengadakan refleksi sejauh mana pemahaman terhadap mata diklat yang sedang/telah diikuti.

Kami mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah berpartisipasi dalam proses penyusunan bahan ajar ini. Kepada para pemerhati dan pelaku pendidikan, kami berharap bahan ajar ini dapat dimanfaatkan dengan baik guna peningkatan mutu pembelajaran matematika di negeri ini.

Demi perbaikan bahan ajar ini, kami mengharapkan adanya saran untuk penyempurnaan bahan ajar ini di masa yang akan datang. Saran dapat disampaikan kepada kami di PPPPTK Matematika dengan alamat: Jl. Kaliurang KM. 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, DIY, Kotak Pos 31 YK-BS Yogyakarta 55281. Telepon (0274) 881717, 885725, Fax. (0274) 885752. email: [p4tkmatematika@yahoo.com](mailto:p4tkmatematika@yahoo.com)

Kepala,

Kasman Sulyono  
NIP. 130352806

## Daftar Isi

Kata Pengantar	-----	i
Daftar Isi	-----	ii
Kompetensi/Sub Kompetensi dan Peta Bahan Ajar	-----	iii
Skenario Pembelajaran	-----	iv
Bab I	Pendahuluan -----	1
	A. Latar Belakang -----	1
	B. Tujuan Penulisan -----	1
	C. Ruang Lingkup -----	2
Bab II	Pengetahuan Matematika -----	3
	A. Pengertiannya -----	3
	B. Cara Pembelajarannya -----	4
Bab III	Penalaran Dalam Pembelajaran Matematika -----	6
	A. Pengertian Penalaran -----	6
	B. Penalaran Induktif -----	6
	C. Penalaran Deduktif -----	7
	D. Implikasinya Dalam Pembelajaran Matematika -----	8
Bab IV	Pemecahan Masalah Dalam Pembelajaran Matematika -----	10
	A. Pengertian Masalah -----	10
	B. Proses Pemecahan Masalah -----	10
	C. Beberapa Contoh Masalah untuk Guru dan Siswa -----	12
	D. Implikasinya pada Pembelajaran Matematika -----	13
Bab V	Komunikasi Dalam Pembelajaran Matematika -----	15
	A. Contoh Komunikasi dalam Matematika -----	15
	B. Meningkatkan Kemampuan Berkomunikasi Siswa -----	16
Bab VI	Sikap Menghargai Kegunaan Matematika -----	19
	A. Pengertian Sikap -----	19
	B. Pentingnya Menghargai Kegunaan Matematika -----	19
	C. Bagaimana Caranya agar Siswa Menghargai Matematika ----	20
Bab VII	Penutup -----	22
Daftar Pustaka	-----	23
Lampiran Kunci Tugas	-----	24

## **KOMPETENSI**

Memiliki kemampuan menjelaskan lima tujuan pembelajaran matematika SMK.

### **SUB KOMPETENSI**

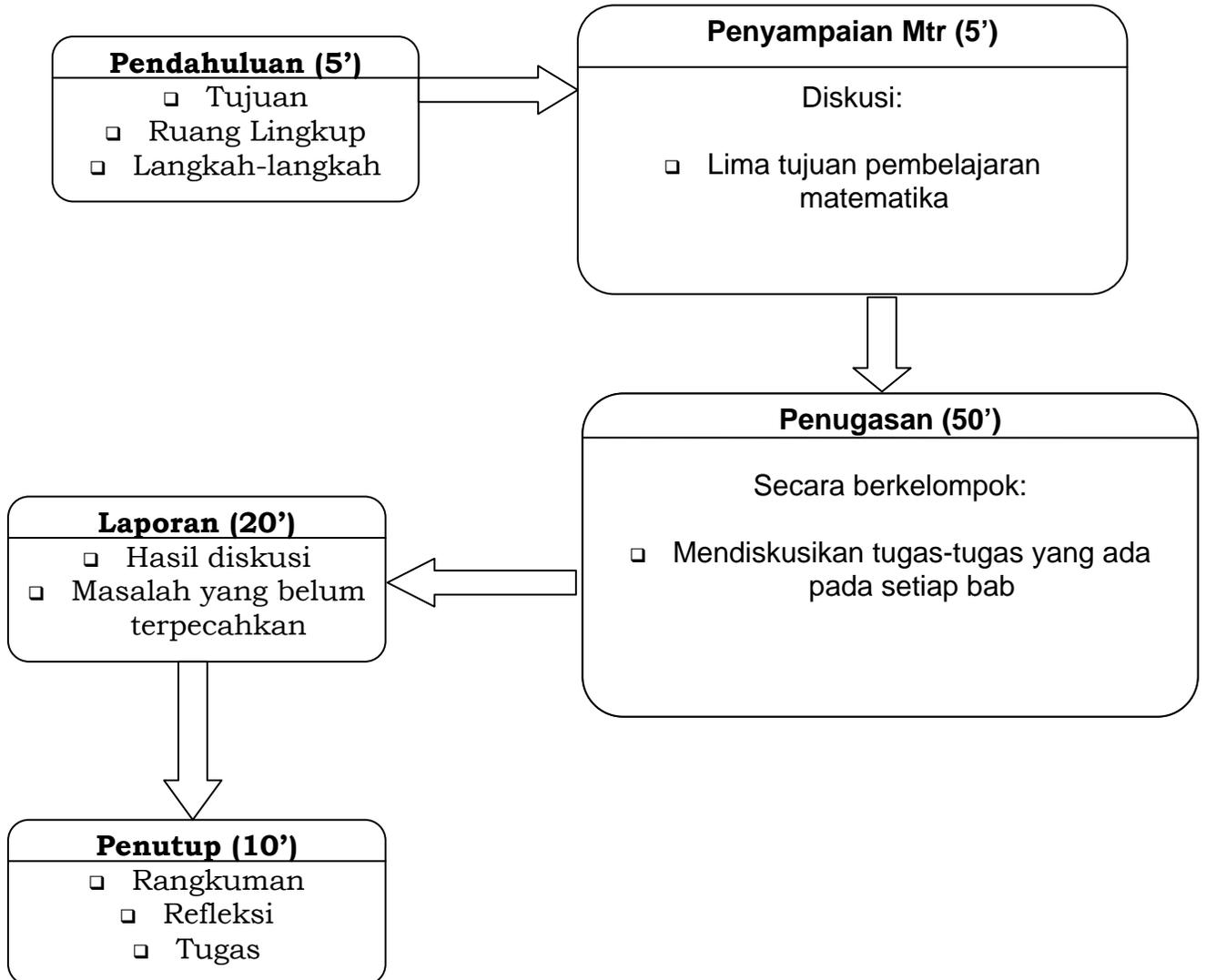
- ❑ Memiliki kemampuan menjelaskan tujuan pembelajaran matematika SMK yang terkait dengan pengetahuan matematika.
- ❑ Memiliki kemampuan menjelaskan tujuan pembelajaran matematika SMK yang terkait dengan penalaran matematika.
- ❑ Memiliki kemampuan menjelaskan tujuan pembelajaran matematika SMK yang terkait dengan pemecahan masalah matematika.
- ❑ Memiliki kemampuan menjelaskan tujuan pembelajaran matematika SMK yang terkait dengan komunikasi dalam matematika.
- ❑ Memiliki kemampuan menjelaskan tujuan pembelajaran matematika SMK yang terkait dengan sikap menghargai kegunaan matematika

### **PETA BAHAN AJAR**

Mata diklat untuk jenjang lanjut ini tidak membutuhkan pengetahuan prasyarat, sehingga dapat berdiri sendiri. Pada diklat jenjang dasar ini kepada para peserta diberikan pengetahuan yang berkaitan dengan lima tujuan pembelajaran matematika. Selanjutnya mereka dapat mengantisipasi pencapaiannya di kelas.

Pada diklat tahap menengah dan tinggi, kepada para peserta diharapkan sudah lebih mampu menyusun contoh-contoh pembelajaran yang lebih menekankan pada pencapaian tujuan pembelajaran matematika di SMK ini.

## SKENARIO PEMBELAJARAN



## **Bab I**

### **Pendahuluan**

#### **A. Latar Belakang**

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa pelajaran matematika SMK bertujuan agar para siswa SMK:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh
4. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Mengingat begitu pentingnya pencapaian tujuan pembelajaran Matematika ini, maka modul ini disusun untuk meningkatkan kompetensi guru matematika SMK dengan judul: '*Tujuan Pembelajaran Matematika SMK*'. Dengan bahan ini, diharapkan para guru matematika SMK yang mengikuti kegiatan diklat di PPPPTK Matematika akan terbantu dalam melaksanakan proses pembelajaran di kelasnya.

#### **B. Tujuan Penulisan Modul**

Secara umum, modul ini disusun dengan maksud agar peserta diklat akan memiliki kompetensi yang terkait dengan tujuan pembelajaran matematika SMK. Secara khusus, modul ini disusun dengan maksud agar:

1. Para peserta memahami pengertian dan memberi contoh beberapa istilah yang berkaitan dengan tujuan pembelajaran matematika SMK, seperti: konsep, penalaran, pemecahan masalah, komunikasi, dan sikap positif terhadap matematika.
2. Para peserta mampu memilih beberapa strategi pembelajaran yang potensial untuk membina kemampuan siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran matematika SMK yang berkaitan dengan lima aspek di atas.
3. Para peserta mampu mengembangkan contoh-contoh pembelajaran yang dapat membina kemampuan siswa dalam pencapaian tujuan

pembelajaran matematika SMK ini yang berkait dengan lima aspek di atas.

### **C. Ruang Lingkup**

Pembahasan pada modul ini menitik-beratkan contoh-contoh konkret pada pengertian serta implikasi konsep, penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah (*problem-solving*), komunikasi (*communication*), dan sikap positif terhadap matematika. Di samping itu, pada modul ini dikemukakan juga tentang hal-hal penting yang perlu mendapat perhatian para guru di saat mengaplikasikan atau menerapkan kelima konsep yang berkait dengan tujuan pembelajaran matematika SMK ini di kelasnya masing-masing. Karenanya, para pemakai modul ini disarankan untuk membaca lebih dahulu konsepnya sebelum mencoba untuk mengaplikasikan pelaksanaannya di kelas.

Pada akhirnya, jika para pemakai modul ini mengalami kesulitan, membutuhkan klarifikasi, maupun memiliki saran atau kritik yang membangun, sudilah kiranya menghubungi penulis (fadjar\_p3g@yahoo.com; [www.fadjarp3g.wordpress.com](http://www.fadjarp3g.wordpress.com); 0274-880762; atau 08156896973) atau melalui lembaga PPPPTK Matematika melalui surat ke: Kotak Pos 31 YKBS, Yogyakarta, melalui email: [p4tkmatematika@yahoo.com](mailto:p4tkmatematika@yahoo.com); website: [www.p4tkmatematika.com](http://www.p4tkmatematika.com) atau melalui faks: (0274)885752.

## Bab II Pengetahuan Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 1 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK: “Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah.” Formulasi di atas menunjukkan bahwa ada tiga istilah penting yang terkait dengan tujuan nomor 1 pelajaran matematika tentang pengetahuan matematika, yaitu: (1) konsep matematika; (2) keterkaitan antarkonsep; dan (3) algoritma. Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diklat diharapkan dapat:

1. memberi contoh objek matematika yang termasuk konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.
2. menjelaskan perbedaan pengertian antara konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.
3. menjelaskan perbedaan mendasar antara konsep matematika, keterkaitan antarkonsep dan algoritma.pada proses pembelajaran dan penekanan ketiga objek matematika tersebut di atas.

### A. Pengertiannya

Perhatikan tiga bagian atau objek materi matematika berikut:

1. Cara merasionalkan penyebut pecahan.
2. Rumus luas segitiga:  $L_{\Delta} = \frac{1}{2} a.b. \sin C$
3. Barisan Aritmetika, turunan (differensial), pencerminan.

Bapak dan Ibu Guru; manakah dari ketiga bagian materi matematika tersebut yang merupakan (1) konsep matematika; (2) keterkaitan antarkonsep; dan (3) algoritma? Tulislah pilihan Anda dengan cara mengisi tanda cek ‘√’ pada kolom yang bersesuaian, beserta alasannya.

No-mor	Bagian Materi Matematika	Konsep Matematika	Keterkaitan Antarkonsep	Algoritma	Alasan
1.	Cara merasionalkan penyebut pecahan				
2.	Rumus luas segitiga: $L_{\Delta} = \frac{1}{2} a.b. \sin C$				
3.	Barisan aritmetika				

Berhentilah membaca untuk beberapa saat, selesaikan dahulu tugas di atas, lalu bandingkan hasilnya dengan penjelasan berikut ini. Perhatikan sekali lagi bagian materi pada tabel di atas, yaitu:

1. Cara merasionalkan penyebut pecahan. Topik merasionalkan penyebut suatu pecahan terkait dengan cara atau langkah-langkah agar suatu pecahan yang penyebutnya belum berbentuk rasional menjadi berbentuk rasional.
2. Rumus luas segitiga:  $L_{\Delta} = \frac{1}{2} .a.b. \sin C$ . Pada rumus ini, ada beberapa konsep atau pengertian yang saling terkait atau memiliki hubungan. Contoh konsepnya adalah tentang lambag  $L_{\Delta}$  untuk 'Luas Segitiga'. Begitu juga lambang a, b, dan c; serta lambang sin C yang memiliki pengertian tertentu. Pada rumus ini terdapat hubungan antara luas suatu segitiga dengan panjang dua sisinya serta besar sudut apitnya.
3. Barisan aritmetika. Jika ada orang menyatakan 'barisan aritmetika', apa yang terlintas di pikiran Anda? Lalu apa bedanya dengan 'barisan geometri'?

Berikut ini adalah pengertian untuk konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.

1. *Konsep* adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasi suatu objek dan menerangkan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Seorang siswa disebut telah mempelajari konsep 'barisan aritmetika' jika ia telah dapat membedakan yang termasuk barisan aritmetika dari yang bukan barisan aritmetika. Untuk sampai ke tingkat tersebut, siswa harus dapat mengenali atribut atau sifat-sifat khusus dari suatu barisan aritmetika. Dengan demikian jelaslah bahwa contoh konsep pada tabel di atas adalah 'barisan aritmetika'.
2. *Keterkaitan antarkonsep*. Dikenal juga dengan istilah *prinsip*, yaitu suatu pernyataan yang memuat hubungan antara dua konsep atau lebih. Contohnya, rumus luas segitiga di atas. Pada rumus tadi, terdapat beberapa konsep yang digunakan, yaitu konsep luas ( $L_{\Delta}$ ), konsep sisi segitiga beserta panjangnya, dan konsep sinus suatu sudut.
3. *Algoritma* adalah suatu prosedur atau aturan untuk mendapatkan atau memperoleh suatu hasil tertentu. Contohnya adalah cara merasionalkan suatu pecahan, menentukan hasil dari  $\int (x^2 - 2x + 7)dx$ , menjabarkan bentuk  $(x - 3)(x + 7)$ ; serta memfaktorkan  $x^2 - 9x$ ;  $x^2 - 9$ ;  $x^2 - 2x - 3$ ; dan  $2x^2 - 9x + 4$ .

## **B. Cara Pembelajarannya.**

Berdasar penjelasan di atas, tugas guru matematika ketika mengajarkan 'konsep' akan berbeda dengan ketika mengajarkan 'keterkaitan antarkonsep' dan akan berbeda lagi penekanannya ketika mengajarkan algoritma. Pada saat mengajarkan konsep, tugas guru adalah membantu siswanya agar mereka mampu membedakan materi matematika yang termasuk contoh konsep dimaksud dan dapat menjelaskan mengapa materi matematika tersebut merupakan contoh. Begitu juga para guru harus membantu siswanya agar dapat menentukan materi matematika

yang bukan contoh dari konsep yang dibicarakan, serta dapat menjelaskan mengapa objek matematika tersebut tidak termasuk pada konsep yang dibicarakan.

Pada saat mengajarkan objek matematika yang termasuk keterkaitan antarkonsep atau prinsip maka acuan para guru adalah berupaya sedemikian rupa sehingga siswanya dapat menggunakan dengan tepat 'keterkaitan antarkonsep', 'rumus', atau 'prinsip' yang sedang dibahas. Para siswa dinyatakan telah memahami suatu keterkaitan antarkonsep atau prinsip jika mereka: (1) ingat rumus atau prinsip yang bersesuaian; (2) memahami beberapa konsep yang digunakan serta lambang atau notasinya; dan (3) dapat menggunakan rumus atau prinsip yang bersesuaian pada situasi yang tepat. Jadi jelaslah bahwa cara pembelajaran konsep akan berbeda dengan cara pembelajaran keterkaitan antarkonsep.

Pada pembelajaran merasionalkan bentuk akar yang merupakan contoh pembelajaran suatu 'algoritma'; seorang siswa dinyatakan belum menguasai suatu algoritma jika ia tidak menghasilkan suatu penyelesaian yang benar atau tidak dapat menggunakan dengan tepat suatu prosedur atau aturan yang ada. Jadi, pada pembelajaran 'algoritma'; penekanannya lebih pada langkah-langkah atau prosedurnya. Di samping itu, para siswa dituntut juga untuk dapat menjelaskan, mengapa langkah atau prosedur seperti itu dapat dijalankan.

## **Tugas Bab II.**

1. Pilih salah satu SK atau KD, lalu beri contoh objek matematika yang termasuk: konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma. Contoh tersebut harus berbeda dengan contoh yang ada di modul ini,
2. Berdasar contoh tersebut, jelaskan perbedaan pengertian antara: konsep, keterkaitan antarkonsep, dan algoritma.
3. Jelaskan perbedaan mendasar pada proses pembelajaran ketiga objek matematika tersebut di atas.

### Bab III

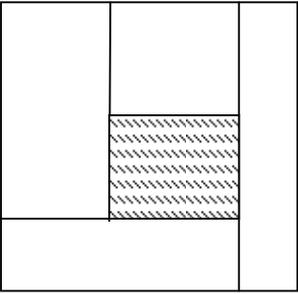
## Penalaran Dalam Pembelajaran Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi menyatakan bahwa tujuan nomor 2 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK dapat, mampu atau kompeten dalam: “Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.” Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diharapkan dapat:

1. menjelaskan perbedaan penalaran induktif dan deduktif.
2. menjelaskan kelebihan dan kekurangan penggunaan penalaran induktif dan deduktif pada proses pembelajaran matematika di kelas.
3. merancang satu contoh pembelajaran yang dimulai dengan penggunaan penalaran induktif dan dapat dilanjutkan dengan penggunaan penalaran deduktif.

#### A. Pengertian Penalaran

Perhatikan soal atau masalah berikut:

<p>Amir, salah seorang siswa SMK diberi persegi berukuran <math>10\text{cm} \times 10\text{cm}</math> seperti gambar di samping ini. Persegi tersebut telah terbagi menjadi lima persegi-panjang yang luasnya sama. Amir diminta menentukan ukuran persegipanjang yang diarsir tanpa menggunakan skala.</p>	
---	--

Berhentilah membaca, selesaikan dahulu soal tersebut. Pada proses pemecahan soal di atas telah terjadi proses penarikan kesimpulan dari beberapa fakta yang ada. Proses penarikan kesimpulan inilah yang dikenal dengan istilah penalaran (jalan pikiran atau *reasoning*), sesuai dengan yang dijelaskan Copi (1978: 5) berikut: “*Reasoning is a special kind of thinking in which inference takes place, in which conclusions are drawn from premises*”. Artinya, penalaran adalah suatu proses berpikir khusus dimana terjadi penarikan kesimpulan, di mana kesimpulan diambil berdasar pada premis yang ada. Dengan kata lain, penalaran adalah proses yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan atau pernyataan yang baru. Dikenal dua macam penalaran, yaitu penalaran induktif (induksi) dan penalaran deduktif (deduksi).

#### B. Penalaran Induktif

Contoh induksi atau penalaran induktif adalah:

Amri mati, Bani tewas, Caca meinggal, ... , Zaza wafat,  
Amri, Bani, Caca, ... , Zaza adalah manusia.

Jadi, semua manusia akan mati.

Pada contoh tersebut di atas, seperti Amri, Bani, atau Caca; beserta contoh-contoh lainnya dikenal dengan istilah kasus-kasus khusus. Berdasar kasus-kasus khusus tersebut kita berani untuk menarik kesimpulan dan menyatakan secara umum (*general*) bahwa setiap manusia akan meninggal. Kata 'setiap' atau 'semua' pada pernyataan terakhir inilah yang disebut generalisasi dari kasus-kasus khusus tadi. Proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus khusus menjadi bentuk umum inilah yang dikenal dengan penalaran induktif (*induksi*). Induksi merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (*general*) berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Selanjutnya, pertanyaan pamungkas yang berkaitan dengan induksi adalah:

1. Yakinkah Anda bahwa dengan empat, seribu, bahkan sejuta atau lebih contoh sudah cukup untuk menggeneralisasikan atau menyatakan bahwa hasilnya selalu berupa bilangan ganjil?
2. Bagaimana jika ada satu atau dua bilangan di luar bilangan yang Anda pilih tersebut yang tidak menghasilkan bilangan 1 pada langkah terakhirnya sehingga cukup untuk menyatakan bahwa hasilnya tidak mesti berupa bilangan 1? Dalam matematika sendiri, contoh seperti itu dikenal dengan sebutan contoh sangkalan (*counter examples*).

Kesimpulannya, penalaran induktif saja belum cukup. Matematika membutuhkan penalaran deduktif.

### C. Penalaran Deduktif

Contoh deduksi atau penalaran deduktif adalah:

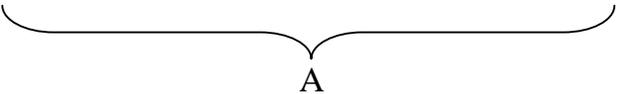
Semua manusia akan mati. Amri manusia,

Jadi, Amri pada suatu saat akan mati.

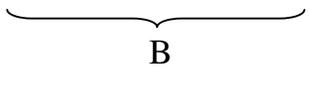
Deduksi atau penalaran deduktif, merupakan kebalikan dari penalaran induktif. Pada penalaran deduktif, terjadi proses penarikan kesimpulan dari hal-hal atau kasus-kasus yang bersifat umum (*general*) ke hal-hal yang bersifat khusus.

Contoh lain penalaran deduktif adalah pernyataan atau teorema yang bersifat umum: 'Setiap bilangan, jika jumlah angka-angka pada bilangan tersebut habis dibagi 3, maka bilangan itu habis dibagi 3 juga.' Rumus umum tersebut dibuktikan dengan menyatakan setiap bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk umum (*general*):

$$\begin{aligned}
 N &= a_n a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \dots a_4 a_3 a_2 a_1 = \\
 &10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + 10^{n-3} a_{n-2} + \dots + 10^3 a_4 + 10^2 a_3 + 10^1 a_2 + 10^0 a_1 = \\
 &(999\dots+1)a_n + (99\dots+1)a_{n-1} + (9\dots+1) a_{n-2} + \dots + (99+1)a_3 + (9+1)a_2 + a_1 = \\
 &[(999\dots)a_n + (99\dots)a_{n-1} + (9\dots)a_{n-2} + \dots + (99)a_3 + (9)a_2 + a_1] + [a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1]
 \end{aligned}$$



A



B

Dari bentuk terakhir ini nampaklah bahwa setiap bilangan N dapat dinyatakan sebagai hasil penjumlahan dari bentuk A dan B. Bentuk A jelas habis dibagi 3, sehingga dapat disimpulkan bahwa keterbagian 3 dari N sangat tergantung pada keterbagian B. Jika B habis dibagi 3, maka N juga akan habis dibagi 3. Karena B tidak lain adalah jumlah angka-angka pada N, maka dapatlah disimpulkan secara umum bahwa: “Jika jumlah angka-angka pada suatu bilangan habis dibagi 3 maka bilangan tersebut habis dibagi 3.” Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa 1.234.569 habis dibagi 3.

#### D. Implikasinya dalam Pembelajaran Matematika

Selama proses pembelajaran di kelas, pembuktian seperti  $a^p \times a^q = a^{p+q}$ ; dapat ditunjukkan secara induktif maupun deduktif. Penggunaan penalaran induktif dapat ditunjukkan dengan contoh seperti:

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{\text{Ada 2}} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{\text{Ada 3}} = \underbrace{(a \times a \times a \times a \times a)}_{\text{Ada 2 + 3}} = a^{2+3}$$

Sehingga dapat disimpulkan bentuk umumnya bahwa  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ . Sedangkan pembuktian secara deduktif dapat ditunjukkan dengan:

$$a^m \times a^n = \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada m}} \times \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada n}} = \underbrace{(a \times a \times a \times \dots \times a)}_{\text{Ada m + n}} = a^{m+n}$$

Perhatikan bahwa m dan n mewakili sembarang bilangan asli. Seperti dinyatakan di bagian depan, pembuktian secara induktif tidak menunjukkan bahwa rumus akan benar untuk semua nilai pada bilangan asli. Kata lainnya, rumus hanya akan benar untuk beberapa nilai yang ditunjukkan pada pembuktian itu saja sehingga hasilnya tidak dapat disimpulkan untuk beberapa nilai lain di luar yang ditunjukkan tadi. Sebaliknya, pembuktian secara deduktif akan benar untuk seluruh nilai yang diwakili m dan n; yaitu untuk seluruh bilangan asli m dan n. Namun dari contoh di atas nampak jelas juga akan benarnya pendapat bahwa pembuktian secara induktif jauh lebih mudah, lebih real, dan lebih nyata bagi para siswa jika dibandingkan dengan pembuktian secara deduktif. Contohnya, perkalian 2 buah konstanta a (yaitu:  $a^2 = a \times a$ ) jauh lebih real (nyata) dari perkalian m buah a (yaitu:  $a^m = a \times a \times a \times \dots \times a \times a$ ).

Dengan dua contoh pembuktian di atas, para siswa dapat difasilitasi untuk dapat memilih dan menggunakan berbagai tipe penalaran dan berbagai cara pembuktian. Tidak hanya itu, mereka harus dibimbing juga untuk mengetahui dan memahami kelebihan dan kekurangan penalaran induktif maupun penalaran deduktif. Mereka harus meyakini bahwa pembuktian secara deduktif merupakan cara terbaik yang harus digunakan untuk membuktikan. Namun sebelum melaksanakan pembuktian secara deduktif, kegiatan mencoba-coba dengan beberapa bilangan dapat digunakan dan harus didorong untuk digunakan para siswa pada tahap awal kegiatan. Alasannya,

bentuk seperti  $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$  jauh lebih mudah dan lebih nyata (*real*) bagi para siswa dari bentuk  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ .

Berkait dengan penalaran induktif dan deduktif ini, pernyataan George Polya (1973: VII) berikut sudah seharusnya mendapat perhatian para pembaca, para guru matematika. Polya menyatakan bahwa: “*Yes, mathematics has two faces; it is the rigorous science of Euclid but it is also something else. Mathematics presented in the Euclidean way appears as a systematic, deductive science; but mathematics in the making appears as an experimental, inductive science*”. Pendapat Polya ini telah menunjukkan pengakuan beliau tentang pentingnya penalaran induktif (*induksi*) dalam pengembangan matematika. Jika pada masa lalu, siswa memulai belajar matematika secara deduktif aksiomatis, hal ini sesungguhnya telah mengingkari proses bertumbuh dan berkembangnya matematika. Mengikuti apa yang telah dilakukan para matematikawan, matematika yang dipelajari para siswa di sekolah sudah seharusnya mengikuti proses didapatkannya matematika tersebut. Karena itu, pada masa kini, dengan munculnya teori-teori belajar seperti belajar bermakna dari Ausubel, teori belajar dari Piaget serta Vigotsky (konstruktivisme sosial), para siswa dituntun ataupun difasilitasi untuk belajar sehingga dapat menemukan kembali (*reinvent*) atau mengkonstruksi kembali (*reconstruct*) pengetahuannya yang dikenal dengan kontekstual learning, matematika humanistik, ataupun matematika realistik.

### **Tugas Bab III**

1. Jelaskan perbedaan penalaran induktif dan deduktif.
2. Jelaskan kelebihan dan kekurangan penggunaan penalaran induktif dan deduktif pada proses pembelajaran matematika di kelas.
3. Rancanglah contoh-contoh pembelajaran yang diawali dengan penggunaan penalaran induktif yang dapat dilanjutkan dengan penggunaan penalaran deduktif.

## Bab IV

### Pemecahan Masalah Dalam Pembelajaran Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 3 pelajaran matematika SMK adalah agar para siswa SMK dapat: “Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.” Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diharapkan dapat:

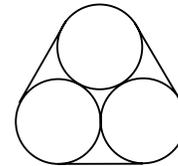
1. menjelaskan perbedaan antara soal ‘biasa/rutin’ dengan ‘masalah’.
2. menjelaskan empat langkah penting (standar) pada proses pemecahan masalah.
3. memecahkan masalah matematika.
4. menjelaskan implikasi pentingnya pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika di kelas.

#### A. Pengertian Masalah

Perhatikan dua soal berikut ini. Dari dua soal ini, manakah soal yang dapat disebut soal biasa dan manakah yang dapat dikategorikan sebagai ‘masalah’?

*1. Seorang pedagang membeli barang dengan harga toko Rp 320.000,00. Ia mendapat potongan harga khusus sebesar 12,5%. Si pedagang akan menjual lagi barang tersebut dengan mencantumkan potongan harga 20%. Si pedagang mengharapkan keuntungan sebesar 25% dari harga pembelian barang tersebut setelah dikenai potongan harga khusus sebesar 12,5% tadi. Amir, lulusan SMK sedang kebingungan karena ia yang diminta menentukan harga yang harus dicantumkan pada label barang tersebut. Dapatkah Anda membantu Amir?*

*2. Tiga plat berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7 m dikelilingi tali baja seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Tentukan panjang tali baja tersebut.*



Sebagian besar ahli Pendidikan Matematika menyatakan bahwa masalah merupakan suatu pertanyaan yang menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui si pelaku, seperti yang dinyatakan Cooney, et al. (1975: 242) berikut: “... *for a question to be a problem, it must present a challenge that cannot be resolved by some routine procedure known to the student.*”

#### B. Proses Pemecahan Masalah

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi menyatakan bahwa tujuan nomor 3 pelajaran matematika SMK agar para siswa SMK dapat: “Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah,

merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.” Secara umum, dari formulasi di atas, paling tidak ada empat langkah pada proses pemecahan masalah yang harus dikuasai para siswa, sehingga harus dilatihkan kepada mereka, yaitu: (1) memahami masalah; (2) merancang model matematika; (3) menyelesaikan model; dan (4) menafsirkan solusi yang diperoleh. Berikut ini adalah alternatif langkah-langkah pemecahan masalah nomor 2 di atas.

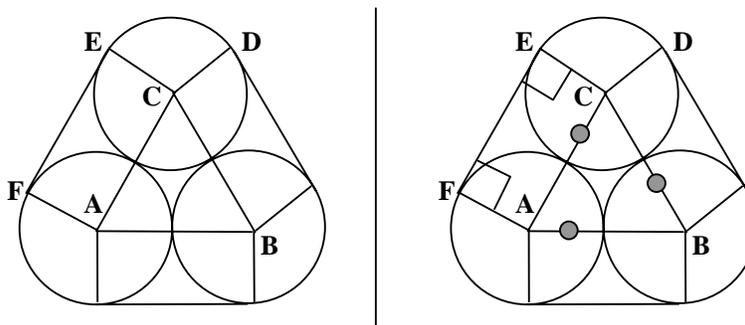
### 1. Memahami Masalah

Pada langkah ini, para pemecah masalah (siswa atau guru) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dengan membaca secara teliti. Di samping mengetahui apa yang diketahui, setiap pemecah masalah dituntut untuk mengetahui yang ditanyakan, yang akan menjadi arah pemecahan masalahnya. Bukanlah hal yang bijak jika dalam proses pemecahan masalah, arah yang akan dituju tidak atau belum teridentifikasi secara jelas. Untuk soal pertama di atas akan didapat:

*Diketahui: tiga plat berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7 m dikelilingi tali baja.  
Ditanyakan: panjang tali baja tersebut.*

### 2. Merancang Model Matematika

Kemampuan otak manusia sangatlah terbatas, sehingga hal-hal penting hendaknya dicatat, dibuat tabelnya, ataupun dibuat sket atau grafiknya. Tabel serta gambar ini dimaksudkan untuk mempermudah memahami masalahnya dan mempermudah mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Dengan membuat gambar, diagram, atau tabel; hal-hal yang diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke atas kertas. Untuk memecahkan masalah di atas, apa yang harus dilakukan? Salah satunya adalah dengan merancang model matematikanya dengan membuat tiga lingkaran, diikuti dengan memberi lambang, huruf atau angka pada tempat yang sesuai, seperti ditunjukkan. Akan lebih membantu jika gambarnya ditambah sehingga menjadi seperti diagram di sebelah kiri bawah ini.



Dengan model gambar di atas, didapatkan beberapa simpulan berikut:

- ACEF merupakan persegi panjang, sehingga  $FE = AC$
- $\triangle ABC$  merupakan segitiga samasisi (Mengapa?)
- $\angle ECD$  bisa dicari, sehingga panjang busur  $ED$  dapat dicari.

Dengan rancangan di atas, langkah selanjutnya dapat dilaksanakan.

### 3. Menyelesaikan Model

Berdasar rencana di atas, penyelesaian model matematikanya dapat dilaksanakan, yaitu:

- $FE = AC = 2r = 14$ .
- Karena  $AB = BC = CA = 2r$ ; maka dapat disimpulkan bahwa  $\triangle ABC$  merupakan segitiga samasisi. Akibatnya,  $\angle ACB = 60^\circ$ .
- Akibat selanjutnya, besar sudut refleks  $ECD = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ .

Karena besar sudut refleks  $ECD = 120^\circ$  maka panjang busur kecil  $ED = \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = \frac{44}{3}$ .

### 4. Menafsirkan Solusi yang Diperoleh.

Dengan mengetahui panjang ruas garis  $EF$  dan panjang busur kecil  $ED$ , sedangkan panjang tali baja tersebut terdiri dari  $3 \times EF$  dan  $3 \times$  panjang busur kecil  $ED$ ; maka didapat panjang tali baja tersebut  $= 3 \times 14 + 3 \times \frac{44}{3} = 86$  meter.

Contoh di atas telah menunjukkan tentang keefektifan penggunaan empat langkah proses penyelesaian masalah. Dari contoh di atas, jelaslah pentingnya membuat diagram sebagai bagian dari proses merancang model matematikanya. Ketika menggunakan diagram, ada kalanya para pemecah masalah dituntut untuk membuat garis pertolongan. Tanpa garis pertolongan, sangatlah sulit memecahkan atau menyelesaikan suatu masalah yang ada. Selain diagram, model matematika lainnya yang sering digunakan adalah dalam bentuk persamaan maupun sistem persamaan. Contohnya adalah penyelesaian soal nomor 1 diatas. Diketahui bahwa di pedagang mendapat potongan harga khusus sebesar 12,5% dari harga toko Rp 320.000,00. Dengan demikian, barang tersebut dibeli dengan harga 87,5% dari Rp320.000,00 yaitu Rp280.000,00. Karena si pedagang mengharapkan keuntungan sebesar 25% dari harga pembelian barang tersebut maka harga sesungguhnya dari barang tersebut adalah 125% dari Rp280.000,00 yaitu Rp350.000,00. Selanjutnya, dimisalkan harga yang harus dicantumkan pada label barang tersebut adalah  $x$  rupiah. Diketahui juga potongan harga barang tersebut adalah  $20\% = \frac{1}{5}$ .

Dengan demikian, didapat persamaan:

$$x - \frac{1}{5}x = 350.000 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 350.000 \Leftrightarrow x = 437.500$$

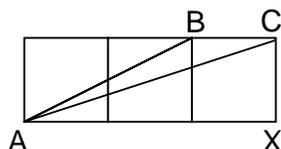
Jadi, harga yang harus dicantumkan Amir adalah Rp437.500,00. Yakinkah Anda dengan hasil di atas? Bagaimana mengecek kebenaran hasil tersebut? Cobalah cek.

### C. Beberapa Contoh Masalah untuk Guru dan Siswa

Seberbakat bagaimanapun seseorang untuk bermain bola, maka ia tidak akan pernah menjadi pemain yang tangguh jika ia tidak mau untuk belajar dan berlatih bermain bola. Hal yang sama akan terjadi, bahwa seberbakat bagaimanapun seorang siswa maupun guru matematika, maka mereka tidak

akan pernah menjadi pemecah masalah yang tangguh tanpa belajar dan berlatih memecahkan masalah. Agar dapat membantu para siswanya dan agar kemampuan memecahkan masalah para guru dapat meningkat, maka pada bagian ini akan ditampilkan beberapa soal atau masalah. Berikut ini adalah soal atau masalahnya.

1. Perhatikan gambar susunan tiga persegi di samping kiri ini. Buktikan bahwa  $\angle BAX + \angle CAX = 45^\circ$ .



2. Tentukan luas terbesar dari segitiga dengan panjang sisi 6 dan 8 satuan. Tentukan juga panjang sisi ketiganya.
3. Seorang peternak memelihara beberapa ekor ayam. Setelah satu tahun, jumlah ayamnya bertambah dengan 250 ekor. Ia merasakan kerepotan dengan ayam sebanyak itu sehingga 28 % dari seluruh ayamnya yang ada ia jual. Ternyata, sisa ayamnya sekarang adalah 68 ekor lebih banyak dari jumlah ayamnya semula. Tentukan banyaknya ayam yang dimiliki sang peternak tadi pada awalnya.
4. Tentukan banyaknya bilangan asli yang terdiri atas dua angka yang bernilai sama dengan jumlah kedua angkanya ditambah dengan hasil kali kedua angkanya.
5. Carilah dua bilangan dimana perbandingan antara selisih, jumlah, dan hasil kali kedua bilangan itu berturut-turut adalah 1 : 11 : 60.

#### D. Implikasinya pada Pembelajaran Matematika

Engel (1997:3) menyatakan: *“In fact, problem-solving can be learned only by solving problems. But it must be supported by strategies provided by the trainer.”* Jadi, pemecahan masalah, menurut Engel, hanya dapat dipelajari para siswa dengan cara berlatih memecahkan masalah. Karenanya mereka harus dibantu dengan beberapa strategi yang sudah disiapkan pelatih atau gurunya. Namun penting juga disampaikan bahwa soal yang akan diberikan kepada para siswa adalah soal yang benar-benar terkategori ‘*masalah*’ bagi mereka; sehingga untuk memecahkan masalah tersebut, para siswa tidak hanya membutuhkan dan menggunakan ingatan yang baik saja, namun mereka akan belajar dan berlatih menggunakan kemampuan bernalar dan berpikirnya.

Inti dari belajar memecahkan masalah adalah para siswa hendaknya terbiasa mengerjakan soal-soal yang tidak hanya memerlukan ingatan yang baik saja. Terutama di era global dan era perdagangan bebas, kemampuan berpikir kritis, kreatif, logis, dan rasionallah yang semakin dibutuhkan. Karenanya, disamping diberi masalah-masalah yang menantang, selama di kelas, seorang guru matematika dapat saja *memulai proses pembelajarannya* dengan mengajukan ‘*masalah kontekstual*’ atau ‘*masalah realistik*’ yang cukup menantang dan menarik bagi para siswa. Siswa dan guru lalu bersama-sama memecahkan masalahnya tadi sambil membahas teori-teori, definisi maupun

rumus-rumus matematikanya. Contoh ‘masalah kontekstual’ atau ‘masalah realistik’ adalah:

*Pada kegiatan obral murah buku bekas di kampus UGM, Amir dan Budi masing-masing mendapat 10 buku, sedangkan Chandra hanya mendapat 7 buku. Ternyata buku-buku tersebut tidak ada yang sama. Bagaimana cara membagi buku tersebut agar setiap orang mendapat buku sama banyak. Gunakan sebanyak mungkin cara.*

Harapan beberapa alternatif jawabannya adalah:

1. Mangumpulkan semua buku diikuti dengan membagi sama buku-buku tersebut. Jawaban ini mengarah pada rumus:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
2. Mengandaikan, semua orang sudah mendapat 7 buku, lalu membagi sama kelebihan buku setiap orang. Ternyata buku kelebihan Amir dan Budi masing-masingnya adalah  $(10 - 7 = 3$  buku); sedangkan buku kelebihan Chandra adalah  $(7 - 7 = 0$  buku). Selanjutnya kelebihan  $(3 + 3 = 6$  buku) dibagi sama, sehingga setiap orang mendapat buku sebanyak  $\left(7 + \frac{3+3+0}{3}\right) = 9$  buku. Cara ini mengarah pada rumus mencari rata-rata dengan rata-rata sementara dengan rumus:  $\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum (x_i - x_s)}{n}$

Dengan cara seperti ini siswa dilatih dan dibiasakan untuk belajar memecahkan masalah dan menemukan sendiri pengetahuan matematikanya sehingga pemahaman suatu konsep atau pengetahuan haruslah dibangun (dikonstruksi) sendiri oleh siswa.

#### **Tugas Bab IV**

1. Jelaskan perbedaan antara soal ‘biasa/rutin’ dengan soal yang terkategori sebagai ‘masalah’. Kalau perlu, berikan contohnya.
2. Jelaskan empat langkah penting (standar) pada proses pemecahan masalah yang sesuai dengan Permendiknas No 22 tahun 2006.
3. Selesaikan soal atau masalah ini. “Ada berapa banyak bilangan 4 angka yang semua angkanya genap dan bukan merupakan kelipatan 2003?” Jelaskan proses pemecahan masalah tersebut berdasar empat langkah proses pemecahan
4. Jelaskan implikasi pentingnya pemecahan masalah terhadap pembelajaran matematika di kelas.

## Bab V

### Komunikasi Dalam Pembelajaran Matematika

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 4 pelajaran matematika SMK yang berkaitan dengan komunikasi dalam pembelajaran matematika, adalah agar para siswa SMK dapat: “Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.” Karena itu, setelah mempelajari paket ini, para peserta diklat diharapkan dapat:

1. memberikan contoh komunikasi seperti dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006
2. menjelaskan cara-cara yang dapat dilakukan guru untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa.

#### A. Contoh Komunikasi dalam Matematika

Perhatikan lalu selesaikan soal atau masalah berikut. Komunikasikan gagasan penyelesaiannya dengan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau penyelesaian masalah tersebut sebagaimana dituntut Permendiknas No 22.

*Luas suatu belah ketupat adalah separuh luas suatu persegi. Keliling belah ketupat dan persegi adalah sama. Amir, lulusan SMK, sedang kebingungan karena ia diminta menentukan perbandingan panjang diagonal belah ketupat tersebut. Dapatkah Anda membantu Amir? (Modifikasi soal nomor 16 pada Australian Mathematics Competition 1982 Senior Division).*

Berhentilah membaca untuk beberapa saat. Cobalah untuk menuliskan secara lengkap, runtut, dan jelas langkah-langkah penyelesaian soal di atas.

Kembali sekarang ke tujuan pembelajaran matematika nomor 4 yaitu membantu siswa agar dapat: “Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.” Pengkomunikasian penyelesaian soal di atas di antaranya telah menggunakan:

1. Simbol geometri. Mungkin Anda telah menggunakan simbol (lambang) matematika seperti: “ $\perp$ ” untuk menyatakan sudut siku-siku. Tanda atau lambang persegi panjang hitam untuk menyatakan sisi atau ruas garis yang panjangnya sama. Di samping simbol geometri, digunakan juga simbol aljabar. Contoh simbol aljabar dan aritmetika yang digunakan di antaranya adalah: “+”, “-”, “ $\times$ ”, “ $\sqrt{\quad}$ ”, dan “ $\geq$ ”. Selanjutnya, bentuk aljabar seperti  $(k^2 - 4k + 1)$  mungkin digunakan juga pada proses penyelesaiannya.
2. Diagram dalam bentuk gambar persegi dan belah ketupat beserta simbol-simbolnya telah digunakan pada penyelesaian soal di atas.

Dari contoh di atas, jelaslah bahwa dalam proses mengomunikasikan gagasannya, Anda telah berusaha untuk:

1. mengorganisasi dan melaporkan secara runtut kepada para pembaca pemikiran dan proses pemecahan masalah di atas.

2. menggunakan simbol (lambang), diagram, bahasa matematika untuk menyatakan ide-idenya agar lebih cepat dan tepat.
3. mengomunikasikan pemikirannya secara logis dan jelas kepada para pembacanya.

Sebaliknya, para pembaca naskah ini, akan berusaha untuk menangkap ide, proses, pemikiran, dan gagasan penulisnya; dengan jalan mencermati, menganalisis, dan mengevaluasi secara kritis pikiran, ide, dan gagasan penulis. Jadi, kemampuan mengomunikasikan gagasan terdiri atas:

1. kemampuan menyampaikan gagasan baik dalam bentuk tertulis maupun lisan; dengan maksud untuk meyakinkan dan memfasilitasi ide dan pikiran seseorang agar ide dan gagasannya tersebut dapat diterima para pembaca dengan mudah.
2. memahami dan menerima gagasan serta ide orang lain, namun jika diperlukan, secara kritis, ia akan menolak keseluruhan ataupun sebagian ide maupun gagasan orang lain yang menurutnya salah ataupun tidak valid..

## **B. Meningkatkan Kemampuan Berkomunikasi Siswa**

Berkait dengan peningkatan kemampuan menyampaikan pendapat (ide) serta kemampuan memahami pendapat dan gagasan orang lain, maka kemampuan tersebut dapat ditingkatkan dengan memberi berbagai kesempatan bagi siswa maupun kelompok siswa untuk: (1) mendengarkan; (2) berbicara (menyampaikan ide dan gagasannya); (3) menulis; (4) membaca; dan (4) mempresentasikan.

Kerja kelompok (*cooperative learning*) ditengarai dapat mendorong terjadinya diskusi, pengajuan pertanyaan, mendengarkan secara aktif, dan melaporkan. Kegiatan penulisan jurnal memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan merangkum ide-ide pokok atau ide-ide penting. Di samping itu, kegiatan mempresentasikan hasil diskusi memberi kesempatan kepada para siswa untuk berlatih meningkatkan kemampuan menjelaskan ide serta gagasan mereka. Karenanya, tidak cukup bagi siswa untuk hanya menjelaskan langkah-langkahnya saja. Mereka membutuhkan kesempatan untuk menjelaskan bagaimana mereka mendapatkan ide atau menemukan pemecahan masalah ataupun penyelesaian topik yang sedang didiskusikan. Tidak hanya itu, selama melakukan kegiatan komunikasi matematika ini, para siswa dituntut untuk menunjukkan atau membuktikan kebenaran hasil yang mereka dapat, halangan atau rintangan apa saja yang mereka hadapi ketika menyelesaikan tugas, bagaimana mengatasi masalah tersebut? Selanjutnya, sejak awal, mereka harus menyiapkan jawaban terhadap kemungkinan adanya pertanyaan 'aneh' namun masuk akal dari teman atau kelompok lain.

Berikut ini adalah tiga contoh kegiatan yang teridentifikasi terkait dengan peningkatan kompetensi berkomunikasi di kelas.

1. Catatan Harian (Jurnal) Pembelajaran Matematika

Contohnya adalah catatan harian siswa berikut (McIntosh & Draper 2001: 554) dimana siswa diminta untuk melaporkan tentang hubungan antara topik lama dan topik baru sebagai aktifitas catatan harian siswa.:

*Topik-topik matematika yang sedang dipelajari saat ini merupakan kelanjutan dari topik-topik yang dipelajari sebelumnya. Penjelarasannya adalah sebagai berikut:*

....  
....

Contoh lainnya adalah tugas untuk catatan harian siswa (McIntosh & Draper 2001: 556) di mana siswa diminta untuk melaporkan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian materi matematika, seperti di bawah ini.

$$6x + 2y = 16$$

$$4y + 8x + 13 = -8 + 2x$$

*Pada bagian bawah kotak ini, jelaskan secara terinci langkah-langkah untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan dengan dua variabel di samping kiri ini.*

---

## 2. Laporan Pemecahan Masalah ataupun Investigasi

Bar Index	Height	Pattern
1	1	Solid Grey
2	3	Solid Grey
3	4	Brick
4	6	Solid White
5	5	Solid Grey
6	2	Solid Grey
7	1	Brick

Perhatikan histogram di atas. Pada bagian bawah kotak ini, jelaskan secara terinci langkah-langkah Anda untuk membuat garis vertikal yang dapat membagi banyaknya data di atas menjadi dua bagian yang sama

Sebelum para siswa mempelajari rumus median, siswa diminta untuk menyelesaikan tugas di atas. Dari tugas inilah, konsep matematika tentang rumus median dapat diturunkan dan ditemukan sendiri para siswa.

### 3. Laporan Kesalahan

Kesalahan yang dilakukan seorang siswa dapat digunakan sebagai bagian dari proses menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan yang telah dilakukan para siswa. Untuk itu, siswa diminta untuk melakukan ulang tugas-tugas yang salah tersebut. Tugas ulang ini bukan dimaksudkan untuk menghukum para siswa yang salah, namun dimaksudkan sebagai bagian untuk menyadarkan mereka akan kelemahan-kelemahan mereka dalam mempelajari atau melaksanakan tugas. Karenanya, alternatif format laporan kesalahan atau tugas ulang yang disarankan Perlin (2002: 134) adalah sebagai berikut:

Nama: ..... Tanggal: ..... <b>TUGAS ULANG</b> Nomor Soal/Masalah: .....
1. Jelaskan secara rinci penyebab kesalahan mengerjakan soal/masalah di atas. --- ---
2. Jelaskan secara rinci penyelesaian soal/masalah di atas. <i>Yakinkan diri untuk menyertakan alasan serta langkah-langkahnya.</i> --- ---
3. Tulis penyelesaian yang benar --- ---

#### **Tugas.**

1. Berikan contoh komunikasi seperti dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006 dalam pemecahan masalah ini.

<p><i>Pada suatu rumah makan, ANDI sedang duduk mengelilingi meja berbentuk persegi dengan tiga orang temannya. Ketiga teman Andi tersebut bekerja sebagai KELASI, PILOT, dan MARKONIS.</i></p> <p><i>Tentukan pekerjaan Budi jika:</i></p> <ol style="list-style-type: none"><li><i>a. ANDI seorang sopir</i></li><li><i>b. Andi duduk di sebelah kiri CHANDRA,</i></li><li><i>c. BUDI duduk di sebelah kanan kelasi, dan</i></li><li><i>d. DANI yang duduk berhadapan dengan Chandra bukanlah seorang pilot.</i></li></ol>
--

2. Jelaskan cara-cara yang dapat Anda lakukan untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi para siswa Anda.

## **Bab VI**

### **Sikap Menghargai Kegunaan Matematika**

Permendiknas No 22 (Depdiknas, 2006) tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika menyatakan bahwa tujuan nomor 5 pelajaran matematika di SMK adalah agar para siswa SMK dapat: “Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.” Untuk mencapai tujuan sebagaimana diformulasikan pada kalimat di atas maka setelah selesai mengikuti kegiatan ini diharapkan para peserta dapat:

1. menjelaskan pengertian sikap.
2. menjelaskan pentingnya para siswa memiliki sikap menghargai kegunaan matematika untuk meningkatkan motivasi mereka dalam proses pembelajaran matematika.
3. menjelaskan usaha-usaha yang dapat dilakukan guru dalam meningkatkan sikap menghargai kegunaan matematika.

#### **A. Pengertian Sikap**

Kamus Besar Bahasa Indonesia (Depdiknas, 2001:1063) menjelaskan pengertian ‘sikap’ sebagai: “Perbuatan dan sebagainya yang didasarkan pada pendirian, keyakinan.” Contoh kalimatnya: “Rakyat akan selalu mengutuk sikap pemimpin-pemimpinnya yang kurang adil.” Di samping itu, Rajecki sebagaimana dikutip Norjoharuddeen (2001) menyatakan: “*Attitudes refers to the predisposition to respond in a favourable or unfavourable way with respect to a given object (i.e., person, activity, idea, etc.)*” Artinya, sikap (*attitudes*) mengacu kepada kecenderungan seseorang dengan respon yang berkait dengan ‘kesukaan’ ataupun ‘ketidaksukaan’ terhadap suatu objek yang diberikan (seperti orang, kegiatan, ataupun gagasan. Sikap positif maupun sikap negatif dapat ditunjukkan seorang siswa yang berkait dengan mata pelajaran matematika.

Sikap seorang siswa SMK terhadap matematika terbentuk dalam waktu yang relatif lama sebagai hasil interaksinya dalam proses pembelajaran matematika. Contoh beberapa sikap negatif adalah: sebagian siswa tidak menyukai matematika. Penyebabnya di antaranya adalah:

1. persepsi umum tentang sulitnya matematika berdasar pendapat orang lain.
2. pengalaman belajar di kelas yang diakibatkan proses pembelajaran yang kurang menarik hati siswa.
3. pengalaman di kelas sebagai hasil perlakuan guru (contohnya mencemooh).
4. persepsi yang terbentuk oleh ketidak berhasilan mempelajari matematika.

#### **B. Pentingnya Menghargai Kegunaan Matematika**

Diakui atau tidak, matematika sudah merambah ke segala segi kehidupan. NRC (1989:1) menyatakan bahwa matematika adalah dasar dari sains dan teknologi. Matematika akan memainkan peran yang sangat besar dan menentukan terhadap kejayaan suatu bangsa. Namun pada sisi yang lain, banyak siswa yang menganggap matematika adalah mata pelajaran yang

sangat sulit, menjemukan, hanya berkait dengan bilangan, hanya berkait dengan kegiatan menghafal, dan lain sebagainya. Masalahnya, jika ada siswa SMK yang menganggap bahwa matematika sulit atau malah ada yang berpendapat atau sampai memiliki keyakinan bahwa ia tidak pernah berhasil mempelajari matematika atau tidak berbakat mempelajari matematika, maka si siswa tersebut akan mengalami kesulitan di bangku kuliah maupun di tempat kerjanya.

Sekali lagi, NRC (1989:1), telah menyatakan bahwa dunia kerja lebih membutuhkan pekerja cerdas daripada pekerja keras. Artinya, kemampuan atau kompetensi matematika akan semakin dibutuhkan di masa depan mereka. Suka atau tidak suka, mereka harus mengembangkan sikap belajar matematika seumur hidup. Sikap seperti ini tidak akan pernah muncul jika selama di sekolah (SMK) mereka mengalami hal-hal yang negatif ketika mempelajari matematika. Itulash sebabnya, menurut Permendiknas nomor 22, para siswa seharusnya memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Namun seperti dinyatakan di atas, para siswa SMK tidak akan pernah memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat yang baik dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri selama proses pemecahan masalah jika mereka mengalami hal-hal negatif selama proses pembelajaran matematika di kelasnya.

### **C. Bagaimana Caranya agar Siswa Menghargai Matematika**

Beberapa saran yang dapat dilakukan guru matematika agar sikap negatif terhadap matematika pada diri siswanya dapat berubah menjadi sikap positif di antaranya adalah:

1. Proses pembelajaran dimulai dengan suasana yang nyaman, tidak menakutkan, dan tanpa kecemasan. Guru berusaha membawa dunia siswa yang ramai dan sedikit hura-hura ke dunia sekolah untuk menghilangkan sekat-sekat yang ada di antara guru dan siswa. Tujuan dilakukannya hal itu adalah agar guru tersebut dapat dan mampu memimpin dan membantu para siswanya sehingga si guru dapat membawa para siswanya ke tujuan yang didambakan siswanya, seperti diterima di perusahaan ataupun industri maju.
2. Dengan ketulusan dan keihlasan hatinya, selalu berusaha membantu siswanya agar mereka bisa mengerjakan tugas matematikanya dengan baik. Ia akan membantu siswanya yang cepat dengan tambahan soal yang lebih sulit atau dengan memberikan penghargaan kepada siswa yang cepat tadi dengan mempercayainya untuk membantu temannya. Tidak hanya itu, ia akan menjadi pendengar yang baik bagi para siswanya, dan ia akan selalu menghargai pendapat siswanya yang salah tanpa menyakiti hatinya, dan secara perlahan namun pasti, ia dapat meyakinkan siswanya bahwa ia salah; dan dapat mengubah pendapat yang salah tersebut ke arah yang benar. Dengan cara seperti ini, para siswa yang merasa tidak memiliki bakat matematika, sedikit demi sedikit akan merasa bahwa ia bisa

- matematika asal belajar dengan sungguh-sungguh. Ia juga tidak segan-segan untuk memuji setiap siswanya yang sudah berusaha.
3. Tidak pernah menyatakan atau menunjukkan dengan perbuatan bahwa matematika itu sulit di depan para siswa. Poses pembelajaran yang dilakukannya selalu dimulai dari hal-hal yang mudah, ke sedang, dan diakhiri dengan hal-hal yang sulit. Dengan cara seperti ini, para siswa yang merasa matematika sangat sulit, sedikit demi sedikit akan merasa bahwa matematika itu sejatinya tidak terlalu sulit dan tidak menjemukan.
  4. Memperlakukan siswanya sebagai manusia yang sederajat dengannya yang memiliki perasaan, sikap, pendapat, keinginan, dan emosi yang kadangkala sama dan kadangkala juga berbeda. Tidak pernah memcemoooh dan merendahkan siswanya; serta dapat membangun perasaan saling percaya, saling memiliki, dan saling menghargai dengan siswanya. Tidak segan untuk menyemangati misalnya dengan mengatakan: "Ayo kamu pasti bisa."
  5. Mengaitkan materi matematika yang diajarkan dengan situasi nyata atau yang berkaitan dengan program keahlian para siswa. Contohnya, materi matematika tentang bunga mejemuk dapat dikaitkan dengan harga tanah yang selalu naik  $k\%$  setiap empat bulan.

### **Tugas Bab VI**

1. Jelaskan pengertian sikap lalu berikan contoh sikap positif dan sikap negatif para siswa terhadap matematika.
2. Jelaskan mengapa para siswa harus memiliki sikap positif terhadap matematika.
3. Jelaskan usaha-usaha yang dapat dilakukan guru dalam meningkatkan sikap menghargai kegunaan matematika.

## **Bab VII**

### **Penutup**

Tujuan pelajaran matematika di SMK sebagaimana dinyatakan pada Permendiknas No 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika dimaksudkan untuk mengantisipasi kebutuhan SDM Indonesia agar mampu bersaing menghadapi tantangan global yang akan semakin keras dan tajam. SDM yang diidam-idamkan adalah SDM yang mampu bekerja lebih cerdas daripada hanya bekerja keras. Paket ini telah menjelaskan pengertian istilah-istilah yang ada pada tujuan pelajaran matematika di SMK. Tidak hanya itu, paket ini membahas juga contoh konkretnya beserta saran-saran pelaksanaannya di kelas selama proses pembelajaran. Harapannya, setelah membaca paket ini, para guru matematika SMK dapat mencobakan atau memparaktekkan materi yang telah dipelajarinya pada paket ini selama proses pembelajaran di kelas. Selanjutnya para peserta diharapkan akan dapat mengembangkan sendiri contoh-contoh lainnya untuk digunakan di kelasnya masing-masing. Akan lebih bermanfaat jika hasil karya para peserta diklat tersebut dicobakan juga di kelas peserta lainnya. Dari hasil praktek tersebut, perencanaan yang sudah disusun dapat diperbaiki dan disempurnakan jika memang dianggap perlu. Pada akhirnya, tujuan pelajaran matematika di SMK sebagaimana dituntut Permendiknas No 22 Tahun 2006 akan dapat terlaksana dengan baik. Bagi Bapak maupun Ibu Guru yang memiliki pertanyaan, saran atau kritik dapat menghubungi penulis paket ini.

### **Tes**

1. Jelaskan perbedaan penekanan pada pembelajaran konsep, hubungan antar konsep, dan algoritma.
2. Jelaskan pembelajaran yang menekankan penalaran induktif dan deduktif.
3. Bagaimana cara guru meningkatkan kemampuan memecahkan masalah siswa?
4. Bagaimana cara guru meningkatkan sikap menghargai matematika para siswa?

Para pengguna dapat dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tesnya telah mencapai minimal 75%.

## Daftar Pustaka

- Cockroft, W.H. (1986). *Mathematics Counts*. London: HMSO.
- Cooney, T.J., Davis, E.J., Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston : Houghton Mifflin Company.
- Copi, I.M. (1978). *Introduction to Logic*. New York: Macmillan.
- Depdiknas – Pusat Kurikulum – Balitbang (2002). *Kurikulum Berbasis Kompetensi Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta.
- Depdiknas (2006). *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- Mcintosh, M.E. & Draper, R.J. (2001). Using learning logs in mathematics. *Mathematics Teacher* Vol 94(7) : 554-557
- Norjoharuddeen b. Mohd Nor (2001) *Belief, Attitudes and Emotions in Mathematics Learning*. Makalah disajikan pada diklat PM-0917. Penang: Seameo-Recsam.
- NRC (1989). *Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*. Washington DC: National Academy Press
- Perlin, M.H. (2001). Rewrite to improve. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Vol 8 (3): 134-1377
- Polya, G. (1973). *How To Solve It* (2<sup>nd</sup> Ed). Princeton: Princeton University Press.
- Suriasumantri, J.S. (1988). *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Sinar Harapan.

## Lampiran

### Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab II

1. Tergantung pada contoh SK atau KD yang dipilih peserta. Namun yang penting, konsep harus berkait dengan pengertian dalam matematika; keterkaitan antarkonsep merupakan rumus, teorema, atau dalil matematika; dan algoritma harus berupa urutan langkah pengerjaan.
2. Lihat di atas.
3. Berdasar jawaban soal 1 dan 2, perbedaan mendasarnya adalah:
  - a. Pada proses pembelajaran konsep siswa harus dapat membedakan objek yang termasuk konsep dan objek yang tidak termasuk konsep. Siswa juga harus tahu alasannya berdasar sifat (atribut) khusus setiap konsep.
  - b. Pada proses pembelajaran keterkaitan antarkonsep, penekanannya adalah pada bagaimana keterkaitan antarkonsep tersebut didapat, ingat, paham konsep yang ada, dan dapat menggunakannya.
  - c. Pada proses pembelajaran algoritma, penekanannya adalah pada urutan langkahnya. Siswa juga harus tahu mengapa langkah-langkah seperti itu harus dan dapat digunakan.

### Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab III

1. Pada penalaran induktif, proses penarikan kesimpulannya adalah dari kasus-kasus khusus ke bentuk umum (*general*). Sedangkan penalaran deduktif, proses penarikan kesimpulannya adalah dari bentuk umum ke kasus-kasus khusus. Karenanya, pada penalaran induktif; hasilnya lebih luas dari kasus-kasus khususnya. Akibatnya, hasil (simpulan) pada penalaran induktif masih ada kemungkinan bernilai salah. Di dalam matematika hasil tersebut masih disebut dugaan (*conjectures*) sebelum dapat dibuktikan menggunakan penalaran deduktif. Pada penalaran deduktif; hasilnya lebih sempit dari bentuk umum yang dijadikan premis (dasar penarikan kesimpulan). Akibatnya, hasil (simpulan) pada penalaran deduktif yang valid tidak akan pernah bernilai salah jika premisnya bernilai benar.
2. Pada pembelajaran di kelas, penalaran induktif pada umumnya lebih mudah diterima siswa; sehingga dapat digunakan pada awal kegiatan pembelajaran. Itulah sebabnya, pada akhir-akhir ini marak istilah seperti investigasi, eksplorasi, maupun penemuan. Namun hasil ini masih harus dibuktikan secara deduktif untuk meyakinkan siswa.
3. Tergantung topik yang dipilih.

### Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab IV

1. 'Soal biasa' atau 'soal rutin' serta 'masalah' adalah sama-sama terkategori sebagai soal atau pertanyaan yang harus dijawab. Suatu soal disebut 'soal biasa' atau 'soal rutin' bagi seseorang jika orang tersebut sudah pernah menyelesaikan soal tersebut atau sudah tahu jawabannya, sehingga untuk menyelesaikan soal tersebut, ia hanya membutuhkan ingatan yang baik saja. Namun suatu soal disebut 'masalah' bagi seseorang jika orang tersebut tertantang untuk menyelesaikannya namun ia belum mengetahui

langkah-langkah pemecahannya; sehingga untuk menyelesaikannya ia membutuhkan kemampuan berpikir yang melebihi kemampuan mengingat yang baik saja.

2. Empat langkah standar pada proses pemecahan masalah yang sesuai dengan Permendiknas No 22 tahun 2006 adalah: (1) memahami masalah; (2) merancang model matematika; (3) menyelesaikan model; dan (4) menafsirkan solusi yang diperoleh.
3. Kunci:  $4 \times 5 \times 5 \times 5 - 1 = 500 - 1 = 499$ .
4. Implikasinya pada pembelajaran matematika di kelas.
  - a. Memberi kesempatan para siswa berlatih memecahkan masalah yang benar-benar dikategorikan sebagai ‘masalah’ dalam arti soal non rutin.
  - b. Memberi kesempatan para siswa berlatih menggunakan empat langkah proses pemecahan masalah yang ada.
  - c. Memberi kesempatan para siswa untuk belajar memecahkan masalah sejak awal proses pembelajaran dengan mengajukan masalah realistik atau masalah kontekstual bagi siswanya.
  - d. Memberi bantuan kepada para siswa sesuai kebutuhan mereka, dalam arti tidak terlalu banyak namun juga tidak terlalu sedikit.

### **Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab V**

1. Usahakan untuk menggunakan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas pemecahan masalah ini. Namun kalau memang tidak mungkin jangan dipaksakan untuk menggunakannya. Pekerjaan Budi adalah pilot.
2. Cara-cara untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi di antaranya adalah:
  - a. Memberi kesempatan bagi siswa maupun kelompok siswa untuk: mendengarkan; berbicara (menyampaikan ide dan gagasannya); menulis; membaca; dan mempresentasikan.
  - b. Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi adalah pembelajaran kooperatif.
  - c. Tugas-tugas yang dapat digunakan di antaranya:
    - 1) Catatan Harian (Jurnal) Pembelajaran Matematika
    - 2) Laporan Pemecahan Masalah ataupun Investigasi
    - 3) Laporan Kesalahan.

### **Alternatif Kunci Jawaban Tugas Bab VI**

1. Sikap (*attitudes*) mengacu kepada kecenderungan seseorang untuk merespon dengan ‘suka’ ataupun ‘tidak suka’ terhadap suatu objek yang diberikan (seperti orang, kegiatan, ataupun gagasan. Contoh sikap positif terhadap matematika adalah: “Saya suka/senang/menggemari matematika.” Contoh sikap negatif terhadap matematika adalah: “Matematika sulit/tidak ada gunanya/membosankan.”

2. Sikap positif maupun sikap negatif yang terbangun secara perlahan-lahan dapat membantu atau malah menghambat proses pembelajaran seorang siswa. Sebagai contoh, seorang siswa yang memiliki sikap negatif adalah ketika ia berkeyakinan bahwa dirinya tidak akan berhasil mempelajari matematika. Sikap negatif seperti itu dapat menyebabkan ia menjadi 'masa bodoh' dan tidak mau lagi belajar matematika. Itulah sebanya, tugas guru adalah untuk mengubah sikap negatif tersebut sedikit demi sedikit sehingga menjadi sifat positif yang akan membrikan dorongan kuat baginya untuk lebih giat mempelajari matematika.
3. Cara yang dapat dilakukan di antaranya: membuat pembelajaran menyenangkan bagi siswa namun masih tetap dalam kontrol guru, mengusahakan setiap siswa berhasil belajar sesuai kemampuannya, selalu menghargai siswanya, mengusahakan agar siswanya tidak menerima bahwa matematika itu sulit.

### **Alternatif Kunci Jawaban Tes**

Para pengguna paket, Anda dinyatakan berhasil mempelajari paket ini jika kebenaran jawaban tes Anda telah mencapai minimal 75%. Berikut ini alternatif jawaban tes.

1. Pada pembelajaran konsep, penekanannya adalah pada kemampuan siswa untuk dapat menentukan sifat atau atribut khusus dari konsep tersebut. Pada pembelajaran hubungan antar konsep penekanannya adalah pada hubungan dan pada konsep-konsep yang ada, sehingga pada rumus yang ada, siswa dapat menentukan arti dan pengertian setiap lambang. Pada pembelajaran algoritma penekanannya adalah pada urutan langkah-langkahnya.
2. Pada pembelajaran yang menekankan pada penalaran induktif dan deduktif; pembelajaran biasanya dimulai secara induktif dan diikuti secara deduktif. Pada pembelajaran menentukan suku ke-n suatu barisan aritmetika misalnya, proses pembelajarannya dapat dimulai dengan contoh-contoh menentukan suku ke-k dari suatu barisan dan diikuti dengan pembelajaran secara deduktif dan formal matematis dalam bentuk umum.
3. Beberapa cara guru meningkatkan kemampuan memecahkan masalah siswa adalah dengan memberi kesempatan siswa untuk belajar memecahkan masalah yang terdiri atas empat langkah. Kegiatan seperti itu dapat dimulai di awal kegiatan dengan memberi masalah kontekstual atau masalah realistik dan selama atau setelah kegiatan dengan soal penerapan penegetahuan pada soal non rutin.
4. Cara guru meningkatkan sikap menghargai matematika para siswa di antaranya adalah dengan: (1) melaksanakan proses pembelajaran dalam suasana yang nyaman, tidak menakutkan, dan tanpa kecemasan bagi siswa, (2) secara tulus dan ihlas akan selalu berusaha membantu siswanya, baik siswa yang cepat apalagi untuk siswa yang lambat, (3) selalu menunjukkan dengan perbuatan bahwa matematika itu tidak sulit, (4) selalu memperlakukan siswanya sebagai manusia yang sederajat dengannya, dan (5) selalu mengaitkan materi matematika yang diajarkan dengan situasi nyata atau yang berkaitan dengan program keahlian para siswa.