



PEMBAHASAN SOAL UN MATEMATIKA SMK

Kelompok Pariwisata, Seni, dan Kerajinan,

Teknologi Kerumahtanggaan, Pekerjaan Sosial, dan Administrasi Perkantoran

TAHUN PELAJARAN 2009/2010

PEMBAHAS:

1. Markaban, M.Pd
2. Sumardiyono, M.Pd
3. Sapon Suryopurnomo, M.Si
4. Agus Dwi Wibawa, M.Si
5. Hanan Windro Sasongko, S.Si

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN
PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA
KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL

2010

**PEMBAHASAN SOAL UN
MATEMATIKA SMK**

**Kelompok Pariwisata, Seni, dan Kerajinan, Teknologi
Kerumahtanggaan, Pekerjaan Sosial, dan Administrasi
Perkantoran**

TAHUN PELAJARAN 2009/2010

MATEMATIKA

PEMBAHAS:

UJIAN NASIONAL TAHUN 2009/2010
MATEMATIKA (E-4.2) SMK Kelompok Pariwisata, Seni, dan
Kerajinan, Teknologi Kerumahtangaan, Pekerjaan Sosial,
dan Administrasi Perkantoran
(P15 UTAMA)

1. Konveksi milik Bu Nina mengerjakan pesanan seragam sekolah dengan menggunakan 4 mesin jahit selama 12 hari kerja. Bila sekolah menginginkan pesanan tersebut selesai dalam waktu 8 hari kerja. maka banyaknya mesin jahit yang harus ditambah oleh Bu Nina adalah

- A. 2 mesin
- B. 3 mesin
- C. 6 mesin
- D. 9 mesin
- E. 10 mesin

Jawab:

Menggunakan 4 mesin selama 12 hari, apabila menggunakan x mesin selesai dalam waktu 8 hari, maka x dapat dicari sebagai berikut:

4 mesin \longrightarrow 12 hari

x mesin \longrightarrow 8 hari

Perbandingannya berbalik nilai, sehingga :

$$\frac{4}{x} = \frac{8}{12} \Leftrightarrow 8x = 4 \times 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{48}{8} = 6$$

Jadi mesin jahit yang harus ditambahkan sebanyak 2 mesin (Jawaban A)

2. Sebuah lapangan bola voli digambar dengan skala 1 : 300. Jika panjang pada gambar 7 cm dan lebar 3 cm, luas lapangan bola voli sebenarnya adalah

- A. 21 m²
- B. 63 m²
- C. 147 m²
- D. 189 m²

E. 18.900 m^2

Jawab:

Panjang sebenarnya = $300 \times 7 \text{ cm} = 2100 \text{ cm} = 21 \text{ m}$

Lebar sebenarnya = $300 \times 3 \text{ cm} = 900 \text{ cm} = 9 \text{ m}$

Jad luas sebenarnya = panjang \times lebar = $21 \times 9 \text{ m}^2 = 189 \text{ m}^2$ (Jawaban D)

3. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{a^{-4}.b^2.c}{a.b^{-6}.c^3}\right)^2$ adalah

A. $\frac{b^8}{a^5 c^2}$

B. $\frac{c^8}{a^6 b^8}$

C. $\frac{a^{16}}{b^{10} c^4}$

D. $\frac{b^{16}}{a^{10} c^4}$

E. $\frac{a^{10} b^{16}}{c^4}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^{-4}.b^2.c}{a.b^{-6}.c^3}\right)^2 &= (a^{-4-1}.b^{2-(-6)}.c^{1-3})^2 \\ &= (a^{-5}b^8c^{-2})^2 \\ &= a^{-10}b^{16}c^{-4} \\ &= \frac{b^{16}}{a^{10}.c^4} \text{ (Jawaban D)} \end{aligned}$$

4. Jika $\log 2 = a$ dan $\log 3 = b$, nilai $\log 120 = \dots$

A. $1 + a + 2b$

B. $1 + 2a + b$

C. $1 + a + b^2$

D. $a + 2b$

E. $a + b^2$

Jawab:

$$\begin{aligned}\log 120 &= \log 10 \times 2^2 \times 3 \\ &= \log 10 + 2 \log 2 + \log 3 \\ &= 1 + 2a + b \text{ (Jawaban B)}\end{aligned}$$

5. Nilai dari ${}^5\log 4 + {}^5\log 150 - {}^5\log 24$ adalah

- A. 1
- B. 2.
- C. 4
- D. 5
- E. 25

Jawab:

$$\begin{aligned}{}^5\log 4 + {}^5\log 150 - {}^5\log 24 &= {}^5\log \frac{4 \times 150}{24} \\ &= {}^5\log \frac{600}{24} \\ &= {}^5\log 25 \\ &= 2 \text{ (Jawaban B)}\end{aligned}$$

6. Bentuk sederhana dari $6\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 2\sqrt{75}$ adalah

- A. $8\sqrt{3}$
- B. $6\sqrt{3}$
- C. $5\sqrt{3}$
- D. $4\sqrt{3}$
- E. $3\sqrt{3}$

Jawab:

$$\begin{aligned}6\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 2\sqrt{75} &= 6\sqrt{3} + 2\sqrt{4 \times 3} - 4\sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{25 \times 3} \\ &= 6\sqrt{3} + 2\sqrt{4}\sqrt{3} - 4\sqrt{9}\sqrt{3} + 2\sqrt{25}\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} + 2.2\sqrt{3} - 4.3\sqrt{3} + 2.5\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$= (6 + 4 - 12 + 10)\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ (Jawaban A)}$$

7. Bentuk sederhana dari $\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{15}}{2\sqrt{5} - \sqrt{15}} = \dots$

- A. $3 - \sqrt{15}$
- B. $3 - \sqrt{3}$
- C. $9 + \sqrt{15}$
- D. $9 + 5\sqrt{3}$
- E. $9 + 25\sqrt{3}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{15}}{2\sqrt{5} - \sqrt{15}} &= \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{15}}{2\sqrt{5} - \sqrt{15}} \times \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{15}}{2\sqrt{5} + \sqrt{15}} \\ &= \frac{(3\sqrt{5} + \sqrt{15})(2\sqrt{5} + \sqrt{15})}{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{15})^2} \\ &= \frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \times \sqrt{15} + \sqrt{15} \times 2\sqrt{5} + \sqrt{15} \times \sqrt{15}}{4 \times 5 - 15} \\ &= \frac{6 \times 5 + 3\sqrt{75} + 2\sqrt{75} + 15}{20 - 15} \\ &= \frac{30 + 5\sqrt{75} + 15}{5} \\ &= \frac{45 + 5\sqrt{25 \times 3}}{5} \\ &= \frac{45 + 25\sqrt{3}}{5} = 9 + 5\sqrt{3} \text{ (Jawaban D)} \end{aligned}$$

8. Nilai x yang memenuhi persamaan $6x - 12 = \frac{7x+4}{2} + \frac{2x-7}{5}$ adalah

- A. $-\frac{22}{3}$
- B. $\frac{22}{3}$
- C. 6
- D. 105
- E. 126

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
6x - 12 &= \frac{7x+4}{2} + \frac{2x-7}{5} && \Leftrightarrow (6x - 12) \times 10 = \left(\frac{7x+4}{2} + \frac{2x-7}{5}\right) \times 10 \\
&&& \Leftrightarrow 60x - 120 = (35x + 20) + (4x - 14) \\
&&& \Leftrightarrow 60x - 120 = 39x + 6 \\
&&& \Leftrightarrow 60x - 39x = 6 + 120 \\
&&& \Leftrightarrow 21x = 126 \\
&&& \Leftrightarrow x = \frac{126}{21} \\
&&& \Leftrightarrow x = 6
\end{aligned}$$

(pilihan C)

9. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\frac{2x+6}{4} + \frac{3-x}{3} \leq \frac{4x-3}{6}$ adalah

- A. $x \leq -6$ B. $x \geq -6$ C. $x \leq 6$ D. $x \geq 6$ E. $x \geq 12$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\frac{2x+6}{4} + \frac{3-x}{3} &\leq \frac{4x-3}{6} && \Leftrightarrow \frac{x+3}{2} + \frac{3-x}{3} \leq \frac{4x-3}{6} \\
&&& \Leftrightarrow \frac{3x+9}{6} + \frac{6-2x}{6} \leq \frac{4x-3}{6} \\
&&& \Leftrightarrow 3x + 9 + 6 - 2x \leq 4x - 3 \\
&&& \Leftrightarrow x + 15 \leq 4x - 3 \\
&&& \Leftrightarrow 15 + 3 \leq 4x - x \\
&&& \Leftrightarrow 18 \leq 3x \\
&&& \Leftrightarrow 6 \leq x \\
&&& \Leftrightarrow x \geq 6
\end{aligned}$$

(pilihan D)

10. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $2x^2 - 6x - 8 = 0$, nilai dari $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ adalah

- A. -1 B. 1 C. 10 D. 17 E. 22

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= 0 && \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \\
\text{maka } a &= 2, b = -6, \text{ dan } c = -8
\end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{2} = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\begin{aligned}
 \text{sehingga} \\
 (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 &= 3^2 - 2 \cdot (-4) \\
 &= 9 + 8 \\
 &= 17
 \end{aligned}$$

(pilihan D)

11. Diketahui α dan β merupakan akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 4 = 0$.
 Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah

- A. $x^3 - 6x + 7 = 0$
- B. $x^3 + 7x - 6 = 0$
- C. $x^3 - 7x + 6 = 0$
- D. $x^3 - x + 2 = 0$
- E. $x^3 + x - 2 = 0$

Penyelesaian:

Dengan pemfaktoran.

$$\begin{aligned}
 x^2 - 3x - 4 &= 0 \\
 (x - 4)(x + 1) &= 0 \\
 \text{Jadi, } \alpha &= 4 \text{ dan } \beta = -1
 \end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \alpha + 2 = 4 + 2 = 6 \\
 x_2 &= \beta + 2 = -1 + 2 = 1
 \end{aligned}$$

maka, persamaan kuadrat yang diminta adalah

$$\begin{aligned}
 (x - 6)(x - 1) &= 0 \\
 \text{atau} \\
 x^2 - 7x + 6 &= 0
 \end{aligned}$$

(Pilihan C)

12. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat $x^2 - 2x - 15 \geq 0$, untuk $x \in \mathbb{R}$ adalah

- A. $\{x \mid -3 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$
- B. $\{x \mid 3 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$
- C. $\{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 5, x \in \mathbb{R}\}$
- D. $\{x \mid x \geq -3 \text{ atau } x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$
- E. $\{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$

Penyelesaian:

$x^2 - 2x - 15 \geq 0$ untuk x bilangan real
 Ini artinya kita mencari daerah nilai x untuk mana $x^2 - 2x - 15$ tidak negatif.

Nilai pembuat nol.

$$x^2 - 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 5) = 0$$

maka $x = -3$ atau $x = 5$

Cek persyaratan tanda untuk pertidaksamaan yang ditanyakan.

Misal $x = -4 < -3 \rightarrow (x + 3)(x - 5) = (-4 + 3)(-4 - 5) = 9 > 0$

Misal $x = 0$ di anatar -3 dan $5 \rightarrow (x + 3)(x - 5) = (0 + 3)(0 - 5) = -15 < 0$

Misal $x = 10 > 5 \rightarrow (x + 3)(x - 5) = (10 + 3)(10 - 5) = 65 > 0$

Jadi,

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & + & 0 & - & - & - & - & 0 & + & + & + & + \\ \hline & & & & -3 & & & & & 5 & & & & \end{array}$$

Jadi, daerah yang memenuhi syarat: $x \leq -3$ atau $x \geq 5$.

Ditulis $\{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 5, x \in \mathbb{R}\}$

(pilihan C)

13. Amir, Budi, dan Doni bersama-sama berbelanja di sebuah toko pakaian mereka membeli kemeja dan celana dari jenis yang sama. Amir membeli 3 kemeja dan 2 celana seharga Rp240.000,00, sedangkan Budi membeli 2 kemeja dan 2 celana seharga Rp200.000,00. Jika Doni membeli 1 kemeja dan 2 celana maka uang yang harus dibayar Doni adalah

- A. Rp100.000,00
- B. Rp140.000,00
- C. Rp160.000,00
- D. Rp180.000,00
- E. Rp220.000,00

Penyelesaian:

Misal

harga satu kemeja adalah k

harga satu celana adalah c

maka diperoleh

$$3k + 2c = 240 \quad \dots(i) \quad (\text{dalam ribuan rupiah})$$

$$2k + 2c = 200 \quad \dots(ii) \quad (\text{dalam ribuan rupiah})$$

Diselesaikan sebagai berikut

Persamaan (i) dikurangi persamaan (ii):

$$3k + 2c = 240$$

$$\begin{array}{r} 2k + 2c = 200 \\ \hline k = 40 \end{array}$$

Lalu, dari $2k + 2c = 200$ diperoleh

$$\begin{aligned} 2k + 2c = 200 &\Leftrightarrow 2(40) + 2c = 200 \\ &\Leftrightarrow 80 + 2c = 200 \\ &\Leftrightarrow 2c = 200 - 80 \\ &\Leftrightarrow 2c = 120 \\ &\Leftrightarrow c = 60 \end{aligned}$$

sehingga

$$k + 2c = 40 + 60 = 100$$

Jadi, uang yang harus dibayar Doni adalah 100 ribu rupiah atau Rp 100.000,00

(Pilihan A)

14. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ dan $A + B = C$. Nilai

determinan dari matriks C adalah

- A. -96 B. -92 C. 92 D. 96 E. 100

Penyelesaian:

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Determinan C} &= 4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 7 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 7 & 7 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{ekspansi kolom pertama}) \\ &= 4(4 \cdot 7 - 0 \cdot 7) \\ &= 4 \cdot 28 \\ &= 112 \end{aligned}$$

(TIDAK ADA PILIHAN JAWABAN YANG BENAR)

15. Invers dari matriks $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ adalah

- A. $\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
 B. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} -\frac{7}{13} & \frac{3}{13} \\ \frac{2}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} \frac{7}{13} & -\frac{3}{13} \\ \frac{2}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$

Penyelesaian:

Kita misalkan $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ dinamai matriks A sehingga $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$.

Invers dari matrik A, yaitu A^{-1} , kita misalkan $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dengan $a, b, c, d \in \mathfrak{R}$

dan memenuhi operasi perkalian matriks $A.A^{-1} = I$, dengan I adalah Matriks Identitas

berordo dua, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$A.A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1.a + (-2).c & 1.b + (-2).d \\ 3.a + (-7).c & 3.b + (-7).d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - 2c & b - 2d \\ 3a - 7c & 3b - 7d \end{pmatrix}$$

Matriks di atas jika diuraikan akan mendapat 4 persamaan dua variabel, yaitu:

$$a - 2c = 1 \quad \dots \text{persamaan (1)}$$

$$3a - 7c = 0 \quad \dots \text{persamaan (2)}$$

$$b - 2d = 0 \quad \dots \text{persamaan (3)}$$

$$3b - 7d = 1 \quad \dots \text{persamaan (4)}$$

Dengan metode eliminasi antara persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$a - 2c = 1 \quad (\times 3) \quad 3a - 6c = 3$$

$$3a - 7c = 0 \quad (\times 1) \quad \underline{3a - 7c = 0} \quad -$$

$$c = 3$$

Substitusi $c = 3$ ke persamaan (1) diperoleh

$$a - 2.3 = 1$$

$$a - 6 = 1$$

$$a = 1 + 6$$

$$a = 7$$

Selanjutnya dengan metode eliminasi antara persamaan (3) dan (4) diperoleh

$$\begin{array}{r} b - 2d = 0 \quad (\times 3) \quad 3b - 6d = 0 \\ 3b - 7d = 1 \quad (\times 1) \quad \underline{3b - 7d = 1} \quad - \\ \hline d = -1 \end{array}$$

Substitusi $d = -1$ ke persamaan (3) diperoleh

$$\begin{array}{r} b - 2(-1) = 0 \\ b + 2 = 0 \\ b = -2 \end{array}$$

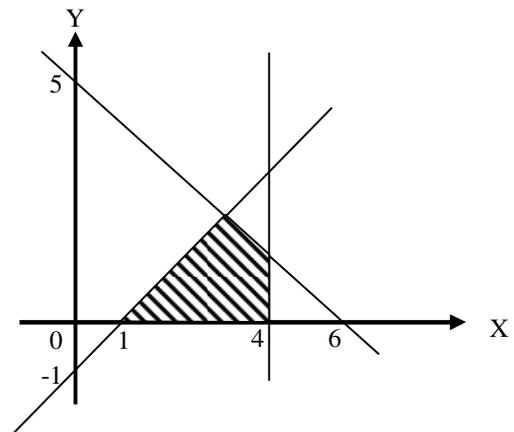
Dengan demikian, $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

JAWABAN: C

16. Perhatikan grafik di samping!

Sistem pertidaksamaan linear yang memenuhi untuk daerah penyelesaian (daerah yang diarsir) pada sketsa grafik di samping adalah

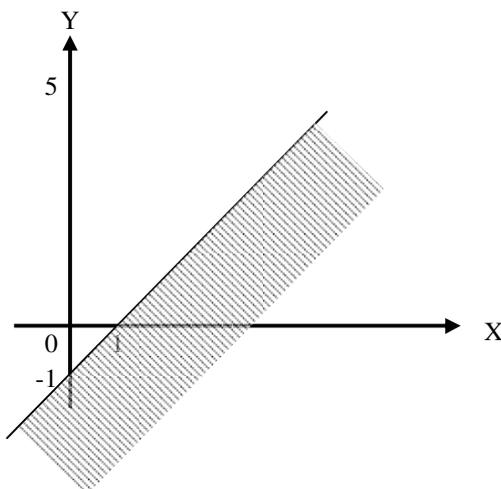
- A. $5x + 6y \geq 30 ; x - y \geq 1 ; x \leq 4 ; y \geq 0$
- B. $5x + 6y \leq 30 ; x - y \geq 1 ; x \leq 4 ; y \geq 0$
- C. $5x - 6y \geq 30 ; x + y \geq 1 ; x \leq 4 ; y \leq 0$
- D. $5x - 6y \leq 30 ; x + y \geq 1 ; x \geq 4 ; y \leq 0$
- E. $5x - 6y \geq 30 ; x + y \leq 1 ; x \geq 4 ; y \leq 0$



Penyelesaian:

Gambar di atas merupakan irisan dari 3 daerah yang dibatasi oleh 3 garis pertidaksamaan yaitu:

a. Daerah I



Secara umum persamaan garis yang melalui 2 titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) yaitu

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Karena garis di disamping melalui titik $(1, 0)$ dan $(0, -1)$ maka $(x_1, y_1) = (1, 0)$ dan $(x_2, y_2) = (0, -1)$ sehingga

$$y - 0 = \frac{-1 - 0}{0 - 1} (x - 1)$$

$$y = \frac{-1}{-1} (x - 1)$$

$$= x - 1$$

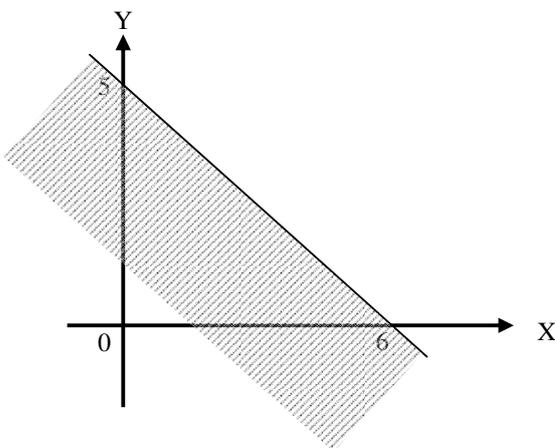
$$y - x = -1$$

Ambil sebarang satu titik di daerah yang diarsir, misalkan titik (2,0), dan masukkan ke persamaan di atas

$$0 - 2 = -2 \leq -1$$

Jadi daerah penyelesaiannya (yaitu daerah yang diarsir) adalah $y - x \leq -1$ atau $x - y \geq 1$.

b. Daerah II



Karena garis di disamping melalui titik (0, 5) dan (6, 0) maka $(x_1, y_1) = (0, 5)$ dan $(x_2, y_2) = (6, 0)$ sehingga

$$y - 5 = \frac{0 - 5}{6 - 0}(x - 0)$$

$$y - 5 = \frac{-5}{6}x$$

atau jika kedua ruas dikalikan 6 menjadi

$$6y - 30 = -5x$$

atau

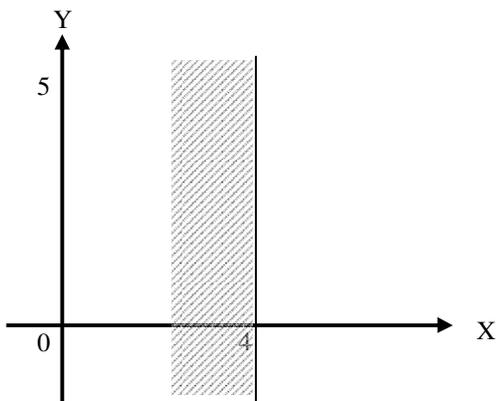
$$5x + 6y = 30$$

Ambil sebarang satu titik di daerah yang diarsir, misalkan titik (0, 0), dan masukkan ke persamaan di atas

$$5 \cdot 0 + 6 \cdot 0 = 0 \leq 30$$

Jadi daerah penyelesaiannya (yaitu daerah yang diarsir) adalah $5x + 6y \leq 30$.

c. Daerah III



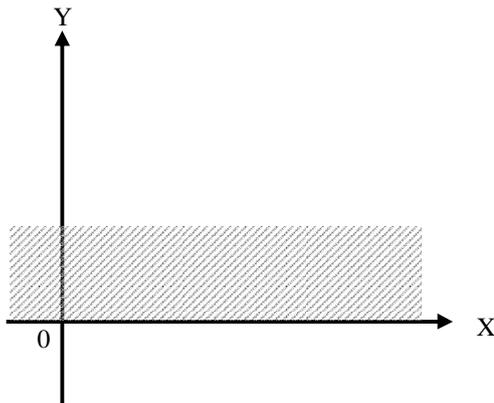
Karena garis di disamping memotong sumbu X di $x = 4$ dan tidak memotong sumbu Y di titik manapun maka persamaan garisnya yaitu $x = 4$

Ambil sebarang satu titik di daerah yang diarsir, misalkan titik $(0, 0)$, dan masukkan ke persamaan di atas

$$0 \leq 4$$

Jadi daerah penyelesaiannya (yaitu daerah yang diarsir) adalah $x \leq 4$.

d. Daerah IV



Karena daerah yang diarsir berada di atas sumbu X maka daerah penyelesaian (yaitu daerah yang diarsir) adalah $y \geq 0$.

Dari a, b, c, dan d dapat disimpulkan bahwa sistem pertidaksamaan linear yang memenuhi untuk daerah penyelesaian pada gambar awal adalah $5x + 6y \leq 30$; $x - y \geq 1$; $x \leq 4$; $y \geq 0$.

JAWABAN: B

17. Sebuah pesawat terbang komersil memiliki tempat duduk tak lebih dari 30 orang untuk kelas utama dan kelas ekonomi. Di kelas utama, setiap penumpang hanya dapat membawa bagasi 90 kg, sedangkan di kelas ekonomi 45 kg dan kapasitas pesawat untuk bagasi adalah 1800 kg. Harga tiket kelas utama dan kelas ekonomi pesawat tersebut berturut-turut Rp800.000,00 dan Rp600.000,00. Pendapatan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan penerbangan tersebut dari penjualan tiket adalah
- A. Rp16.000.000,00
 - B. Rp18.000.000,00
 - C. Rp20.000.000,00
 - D. Rp24.000.000,00
 - E. Rp32.000.000,00

Penyelesaian:

Kita misalkan a = tempat duduk kelas utama, dan

b = tempat duduk kelas ekonomi.

Karena tempat duduk tidak lebih dari 30, maka

$$a + b \leq 30 \quad \dots \text{pertidaksamaan (1)}$$

Di kelas utama setiap penumpang dapat membawa maksimum 90 kg, dan di kelas ekonomi 45 kg dengan kapasitas bagasi maksimum pesawat 1800 kg, sehingga pertidaksamaannya

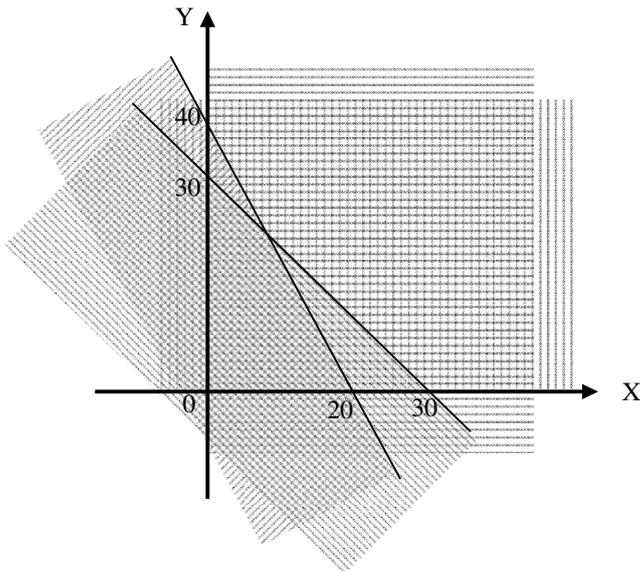
$$90a + 45b \leq 1800 \quad \dots \text{pertidaksamaan (2)}$$

Pendapatan maksimum dari penjualan tiket jika tiket kelas utama Rp800.000,00 dan kelas ekonomi Rp600.000,00 jika ditulis dalam pertidaksamaan yaitu

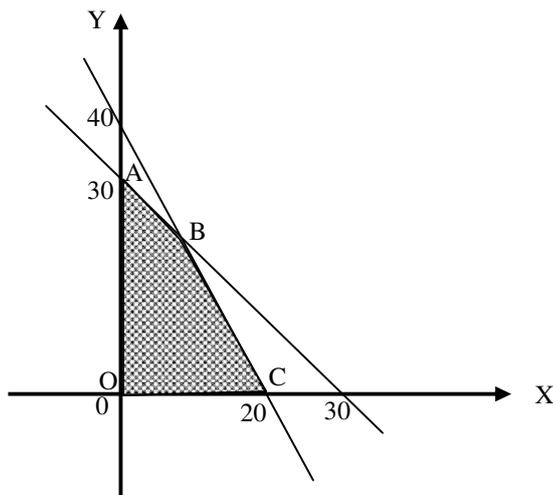
$$f_{\text{maks}} = 800000a + 600000b \quad \dots \text{pertidaksamaan (3)}$$

Karena a dan b tidak mungkin bernilai negatif, maka $a \geq 0$ dan $b \geq 0$ pertidaksamaan (3).

Jika soal di atas digambarkan dalam grafik pada bidang koordinat cartesius maka diperoleh



Daerah penyelesaian dari keempat pertidaksamaan adalah daerah yang paling banyak arsirannya yang jika hanya daerah penyelesaiannya saja yang digambar terlihat seperti gambar di bawah ini.



Titik $O(0,0)$, $A(0,30)$, B , dan $C(20,0)$ merupakan titik pojok dari daerah penyelesaian.

Titik B merupakan perpotongan $a + b = 30$ dan $90a + 45b = 1800$ sehingga dengan metode eliminasi diperoleh

$$\begin{array}{r}
 a + b = 30 \quad (\times 90) \quad 90a + 90b = 2700 \\
 90a + 45b = 1800 \quad (\times 1) \quad 90a + 45b = 1800 \quad - \\
 \hline
 45b = 900 \\
 b = 20
 \end{array}$$

Substitusi $b = 20$ ke persamaan $a + b = 3$ diperoleh

$$a + 20 = 30$$

$$a = 10$$

Jadi titik B(10, 20).

Nilai f_{maks} akan didapat dengan menguji nilai f_{maks} di titik-titik pojok daerah penyelesaian.

Uji f_{maks} di titik O(0,0) diperoleh $f_{\text{maks}} = 800000.0 + 600000.0 = 0 + 0 = 0$.

Uji f_{maks} di titik A(0,30) diperoleh $f_{\text{maks}} = 800000.0 + 600000.30 = 0 + 18000000 = 18000000$.

Uji f_{maks} di titik B(10,20) diperoleh $f_{\text{maks}} = 800000.10 + 600000.20 = 8000000 + 12000000 = 20000000$.

Uji f_{maks} di titik C(20,0) diperoleh $f_{\text{maks}} = 800000.20 + 600000.0 = 16000000 + 0 = 16000000$.

Terlihat bahwa f_{maks} mempunyai nilai maksimum di titik B(10,20) dengan $f_{\text{maks}} = 20000000$.

Jadi keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan dari penjualan tiket yaitu Rp20.000.000,00.

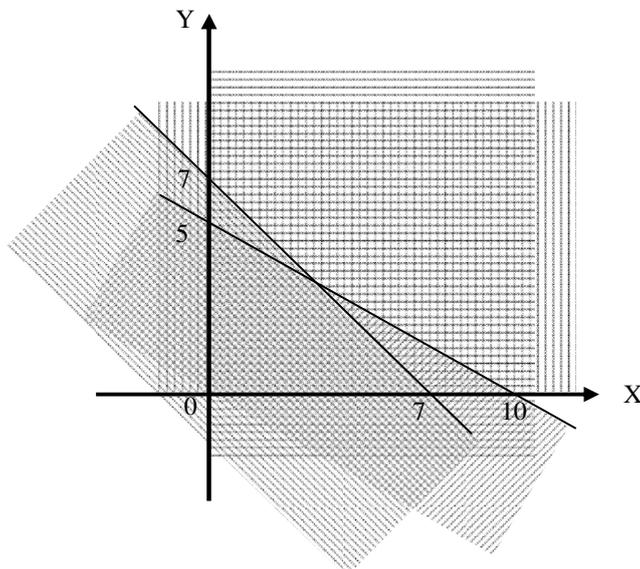
JAWABAN: C

18. Nilai maksimum dari fungsi obyektif $f(x) = 2x + 3y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan: $x + 2y \leq 10$; $x + y \leq 7$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ dan $x, y \in$ bilangan real adalah

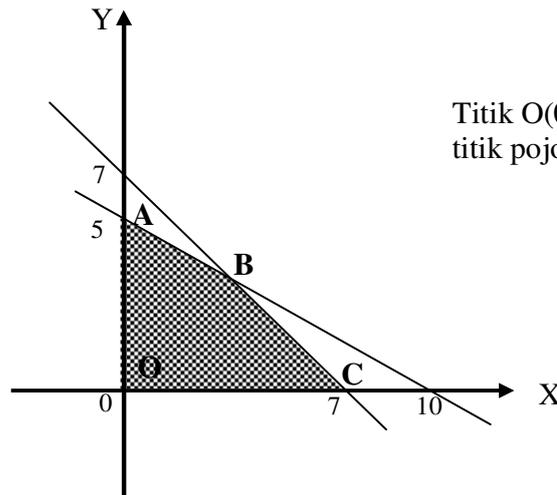
-
 A. 14
 B. 15
 C. 16
 D. 17
 E. 18

Penyelesaian:

Pertama-tama kita gambarkan pertidaksamaan di atas dalam grafik pada bidang koordinat cartesian.



Daerah penyelesaian dari keempat pertidaksamaan adalah daerah yang paling banyak arsirannya yang jika hanya daerah penyelesaiannya saja yang digambar terlihat seperti gambar di bawah ini.



Titik $O(0,0)$, $A(0,5)$, B , dan $C(7,0)$ merupakan titik pojok dari daerah penyelesaian.

Titik B merupakan perpotongan $x + y = 7$ dan $x + 2y = 10$ sehingga dengan metode eliminasi diperoleh

$$x + y = 7$$

$$x + 2y = 10 \quad -$$

$$-y = -3 \Leftrightarrow y = 3$$

Substitusi $y = 3$ ke persamaan $x + y = 7$ diperoleh

$$x + 3 = 7$$

$$x = 4$$

Jadi titik $B(4, 3)$.

Nilai $f(x)$ akan didapat dengan menguji nilai $f(x)$ di titik-titik pojok daerah penyelesaian.

Uji $f(x)$ di titik $O(0,0)$ diperoleh $f(x) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$.

Uji $f(x)$ di titik $A(0,5)$ diperoleh $f(x) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 5 = 0 + 15 = 15$.

Uji $f(x)$ di titik $B(4,3)$ diperoleh $f(x) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 8 + 9 = 17$.

Uji $f(x)$ di titik $C(7,0)$ diperoleh $f(x) = 2 \cdot 7 + 0 \cdot 0 = 14 + 0 = 14$.

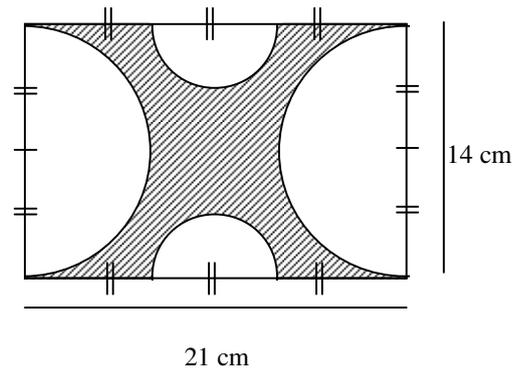
Terlihat bahwa $f(x)$ mempunyai nilai maksimum di titik $B(4,3)$ dengan $f(x) = 17$.

Jadi nilai maksimum dari fungsi obyektif $f(x) = 2x + 3y$ yang memenuhi sistem pertidaksamaan di atas yaitu 17.

JAWABAN: D.

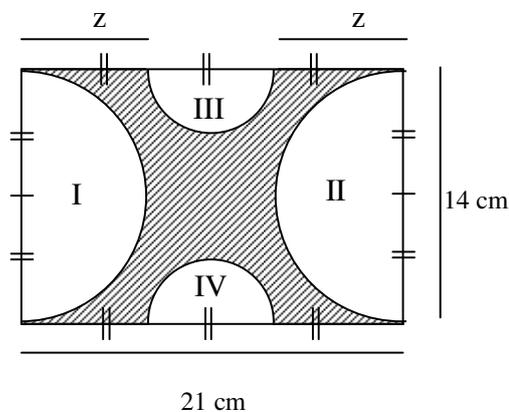
19. Keliling daerah yang diarsir pada gambar di samping adalah

- A. 94 cm
- B. 96 cm
- C. 106 cm
- D. 192,5 cm
- E. 220,5 cm



Penyelesaian:

Misalkan daerah setengah lingkaran besar dinamakan daerah I dan II, daerah setengah lingkaran kecil dinamakan daerah III dan IV, seperti terlihat pada gambar berikut.



Karena diameter daerah II, $d_2 = 14$ cm, maka jari-jari daerah II, $r_2 = 7$ cm = r_1 .

Dan karena jari-jari daerah IV, $r_4 = \frac{1}{2} r_2$, maka $r_4 = \frac{1}{2} 7$ cm = 3,5 cm = r_3 .

Oleh sebab itu $2z =$ panjang persegi panjang – diameter setengah lingkaran kecil
 $= 21$ cm – $2(r_3)$
 $= 21$ cm – $2(3,5$ cm)
 $= 21$ cm – 7 cm
 $= 14$ cm

Misalkan kita memakai pendekatan $\pi = \frac{22}{7}$.

$$\text{Keliling daerah I} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_1 = \pi r_1 = \frac{22}{7} \cdot 7 \text{ cm} = 22 \text{ cm.}$$

$$\text{Keliling daerah II} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_2 = \pi r_2 = \frac{22}{7} \cdot 7 \text{ cm} = 22 \text{ cm.}$$

$$\text{Keliling daerah III} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_3 = \pi r_3 = \frac{22}{7} \cdot (3,5 \text{ cm}) = 11 \text{ cm.}$$

$$\text{Keliling daerah IV} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_4 = \pi r_4 = \frac{22}{7} \cdot (3,5 \text{ cm}) = 11 \text{ cm.}$$

Keliling daerah yang diarsir = keliling daerah I + keliling daerah II + keliling daerah III + keliling daerah IV + $2(2z)$

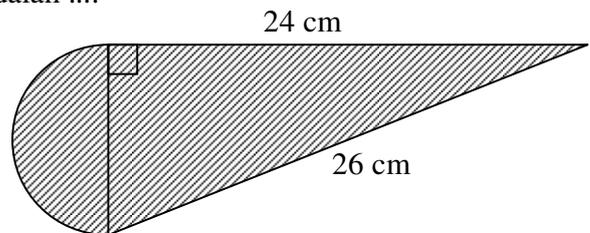
$$\begin{aligned}
&= 22 \text{ cm} + 22 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 2(14 \text{ cm}) \\
&= 66 \text{ cm} + 28 \text{ cm} \\
&= 94 \text{ cm}.
\end{aligned}$$

Jadi keliling daerah yang diarsir pada gambar di atas yaitu 94 cm.

JAWABAN: A.

20. Luas bangun datar pada gambar di samping adalah

- A. 129,25 cm²
- B. 139,25 cm²
- C. 149,25 cm²
- D. 159,25 cm²
- E. 169,25 cm²



Penyelesaian:

Kita misalkan daerah setengah lingkaran dinamakan daerah I dan daerah segitiga siku-siku dinamakan daerah II.

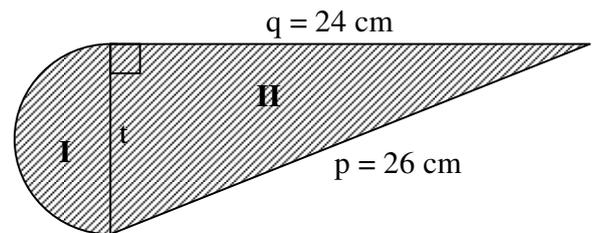
t = sisi tegak daerah segitiga = diameter daerah setengah lingkaran

p = sisi miring daerah segitiga = 26 cm

q = sisi datar daerah segitiga = 24 cm

Dengan menggunakan aturan pythagoras maka

$$\begin{aligned}
t &= \sqrt{p^2 - q^2} \text{ cm} \\
&= \sqrt{26^2 - 24^2} \text{ cm} \\
&= \sqrt{676 - 576} \text{ cm} \\
&= \sqrt{100} \text{ cm} \\
&= 10 \text{ cm}
\end{aligned}$$



$$\text{Jari-jari daerah setengah lingkaran} = r = \frac{d}{2} \text{ cm} = \frac{t}{2} \text{ cm} = \frac{10}{2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}.$$

Luas bangun datar keseluruhan = Luas daerah I + Luas daerah II

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 + \frac{1}{2} qt$$

Misalkan kita menggunakan pendekatan $\pi = 3,14$, maka

$$\begin{aligned}
\text{Luas bangun datar keseluruhan} &= \frac{1}{2} \cdot 3,14 (5 \text{ cm})^2 + \frac{1}{2} (24 \text{ cm})(10 \text{ cm}) \\
&= \frac{1}{2} \cdot 78,50 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} 240 \text{ cm}^2 \\
&= 39,25 \text{ cm}^2 + 120 \text{ cm}^2 \\
&= 159,25 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

Jadi luas bangun datar pada gambar di atas yaitu 159,25 cm².

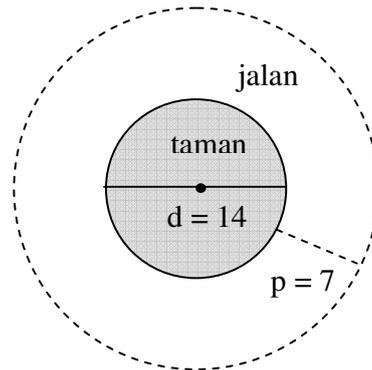
JAWABAN: D.

21. Sebuah taman berbentuk lingkaran dengan diameter 14 m. Taman tersebut di bagian tepi luarnya dibuat jalan mengelilingi taman dengan lebar 7 m. Luas jalan tersebut adalah

- A. 88 m^2
- B. 154 m^2
- C. 462 m^2
- D. 616 m^2
- E. 1.078 m^2

Penyelesaian:

Jika soal di atas digambarkan akan terlihat seperti gambar di bawah ini.



Karena diameter taman (d) = 14 m maka jari-jari taman (r_1) = 7 m.
 Karena taman berbentuk lingkaran, maka jalan yang mengelilinginya juga berbentuk lingkaran yang dibatasi oleh daerah taman. Tepi jalan bagian luar kita namakan dengan lingkaran luar dengan jari-jari (r_2) = $r_1 + p = 7 \text{ m} + 7 \text{ m} = 14 \text{ m}$.

Dengan menggunakan rumus luas lingkaran maka

$$\begin{aligned} \text{Luas jalan} &= \text{Luas lingkaran luar} - \text{Luas taman} \\ &= \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \\ &= \pi(14 \text{ m})^2 - \pi(7 \text{ m})^2 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan pendekatan $\pi = \frac{22}{7}$ maka

$$\begin{aligned} \text{Luas jalan} &= \frac{22}{7}(14 \text{ m})^2 - \frac{22}{7}(7 \text{ m})^2 \\ &= 616 \text{ m}^2 - 154 \text{ m}^2 \\ &= 462 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Jadi luas jalan yaitu 462 m^2 .

JAWABAN: C.

22. Suku ke- n suatu barisan aritmetika dirumuskan dengan $U_n = 7 - 3n$. Besar suku ke-9 barisan tersebut adalah

- A. **-20**
- B. -5
- C. 19
- D. 20
- E. 34

Penyelesaian:

Diketahui: $U_n = 7 - 3n$

Ditanyakan: $U_9 = ?$

Jawab: $U_n = 7 - 3n$

$$U_9 = 7 - 3 \times 9$$

$$U_9 = 7 - 27$$

$$U_9 = -20$$

JAWABAN: D

23. Diketahui suatu deret aritmetika dengan $U_3 = 11$ dan $U_7 = 23$. Maka jumlah suku pertama deret tersebut adalah ...

A. 75

B. 90

C. 100

D. 150

E. 175

Penyelesaian:

Diketahui: $U_3 = 11$, $U_7 = 23$

Ditanyakan: $S_6 = ?$

Jawab: Bentuk umum (rumus) suku ke- n barisan aritmetika adalah $U_n = a + (n - 1)b$

$$U_3 \equiv a + (3 - 1)b = 11$$

$$a + (2)b = 11$$

$$a + 2b = 11 \dots\dots\dots \text{persamaan 1)}$$

$$U_7 \equiv a + (7 - 1)b = 23$$

$$a + (6)b = 23$$

$$a + 6b = 23 \dots\dots\dots \text{persamaan 2)}$$

persamaan 2) dikurangi persamaan 1) $a + (6)b = 23$

$$a + (2)b = 11$$

$$\begin{array}{r} \\ \underline{a + (6)b = 23} \\ 4b = 12 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow b = 3$$

substitusikan $b = 3$ ke persamaan 1)

$$a + 2 \times 3 = 11$$

$$a + 6 = 11$$

$$a = 5$$

bentuk umum jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)b\}$

$$S_6 = \frac{6}{2} \{2 \times 5 + (6 - 1)3\}$$

$$= 3 \{10 + (5)3\}$$

$$= 3 \{25\}$$

$$= 75 \quad \text{JAWABAN: A}$$

24. Suatu barisan geometri diketahui suku ke-2 = 12 dan suku ke-4 = 108. Suku ke-5 barisan tersebut adalah

- A. 16
- B. 204
- C. 324**
- D. 484
- E. 972

Penyelesaian:

Diketahui: $U_2 = 12, U_4 = 108$

Ditanyakan: $U_5 = ?$

Jawab: Bentuk umum (rumus) barisan geometri adalah $U_n = a r^{(n-1)}$

$$U_2 \equiv a r^{(2-1)} = 12$$

$$a r = 12 \dots\dots\dots \text{persamaan 1)}$$

$$U_4 \equiv a r^{(4-1)} = 108$$

$$a r^3 = 108 \dots\dots\dots \text{persamaan 2)}$$

dengan membagi persamaan 2) dengan persamaan 1) didapat $\frac{ar^3}{ar} = \frac{108}{12}$

$$r^2 = 9$$

$$r = 3$$

Dengan mensubstitusikan $r = 3$ ke persamaan 1) didapat $3a = 12$

$$a = 4$$

$$U_5 = a r^{(5-1)}$$

$$U_5 = 4 \times 3^4$$

$$U_5 = 4 \times 81$$

$$U_5 = 324$$

JAWABAN: C

25. Diketahui suku pertama deret geometri tak hingga = -56. Jika deret tersebut berjumlah -40 maka rasionya adalah

- A. $\frac{2}{7}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{5}{7}$
- D. $-\frac{2}{5}$**
- E. $-\frac{2}{7}$

Penyelesaian:

Diketahui: $a = -56, S_\infty = -40$

Ditanyakan: $r = ?$

Jawab: Bentuk umum (rumus) deret geometri tak hingga adalah $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

Dengan mensubstitusikan $a = -56$ dan $S_\infty = -40$ ke persamaan di atas didapat:

$$-40 = \frac{-56}{1-r}$$

$$-40 + 40r = -56$$

$$40r = -16$$

$$r = \frac{-16}{40}$$

$$r = \frac{-2}{5} \quad \text{JAWABAN: D}$$

26. Suatu deret geometri diketahui suku pertama 5 dan suku keempat 40, maka jumlah 6 suku pertama adalah
- A. 135
 - B. 153
 - C. 235
 - D. 315
 - E. 513

Penyelesaian:

Diketahui: $a = 5$, $U_4 = 40$

Ditanyakan $S_6 = ?$

Jawab: Bentuk umum (rumus) barisan geometri adalah $U_n = a r^{(n-1)}$

$$U_1 \equiv a = 5 \dots\dots\dots \text{persamaan 1)}$$

$$U_4 \equiv a r^{(4-1)} = 40$$

$$a r^3 = 40 \dots\dots\dots \text{persamaan 2)}$$

persamaan 2) dibagi persamaan 1) didapat

$$\frac{ar^3}{a} = \frac{40}{5}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

Bentuk umum (rumus) jumlah n suku pertama deret geometri $s_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, jika $r > 1$

$$s_6 = \frac{5(2^6 - 1)}{2 - 1}$$

$$s_6 = \frac{5(64 - 1)}{1}$$

$$s_6 = 315$$

JAWABAN: D

27. Dari 60 buah data diketahui data tertinggi 62 dan terendah 27. Jika data tersebut disusun dalam distribusi frekuensi dengan bantuan Aturan Sturges, maka interval (panjang kelas) adalah ($\log 60 = 1,778$)
- A. 4
 - B. 5**
 - C. 7
 - D. 9
 - E. 10

Penyelesaian:

Diketahui: $n = 60$, data tertinggi = 62, data terendah = 27, $\log 60 = 1,778$

Ditanyakan: interval (panjang kelas) ?

Jawab: aturan **Sturges** $k = 1 + 3,3 \log n$

$$\begin{aligned}
 k &= 1+3,3 \log 60 \\
 k &= 1+3,3 \times 1,778 \\
 k &= 1+5,8674 \\
 k &= 6,8674 \\
 k &\approx 7
 \end{aligned}$$

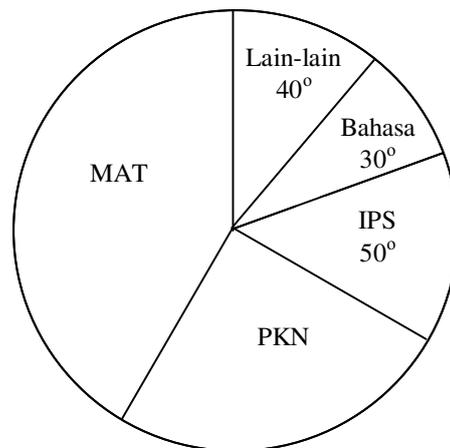
$$\text{Interval} = \frac{62 - 27}{7}$$

$$\text{Interval} = \frac{35}{7}$$

$$\text{Interval} = 5 \quad \text{JAWABAN: B}$$

28. Diagram di samping menunjukkan data dari 72 orang anak yang gemar pada suatu mata pelajaran. Banyak anak yang gemar mata pelajaran matematika adalah ...

- A. 6 anak
- B. 8 anak
- C. 10 anak
- D. 18 anak
- E. **30 anak**



Penyelesaian:

Diketahui: lain-lain = 40°, bahasa = 30°, IPS = 50°, PKN = 90°

Ditanyakan: Banyak anak yang gemar mata pelajaran matematika?

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \text{Banyak anak yang gemar mata pelajaran matematika} &= \frac{360 - 40 - 30 - 50 - 90}{360} \times 72 \\
 &= \frac{150}{360} \times 72 \\
 &= 30 \quad \text{JAWABAN: E}
 \end{aligned}$$

29. Perhatikan tabel data nilai ujian matematika berikut ini!

Nilai	4	5	6	7	8	9
Banyaknya siswa	6	7	5	8	6	3

Nilai rata-rata hitungnya adalah

- A. 1,11
- B. 4,89
- C. 6,20
- D. 6,29
- E. 6,50

Jawab: D

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{6 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 8 \cdot 7 + 6 \cdot 8 + 3 \cdot 9}{6 + 7 + 5 + 8 + 6 + 3} = \frac{220}{35} = 6,29$$

30. Rata-rata harmonis dari data: 3,4,8 adalah

- A. $4\frac{12}{17}$ B. $4\frac{9}{17}$ C. $4\frac{6}{17}$ D. $4\frac{4}{17}$ E. $4\frac{2}{17}$

Jawab: D

$$RH = \frac{n}{\sum \left(\frac{1}{X} \right)} = \frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 3 \times \frac{24}{17} = 4\frac{4}{17}$$

31. Tabel di samping menunjukkan ukuran lebar dari 20 lembar papan kayu jati. Rata-rata hitung lebar kayu jati adalah

- A. 31,25 cm
B. 32,25 cm
C. 33,00 cm
D. 33,25 cm
E. 38,00 cm

Lebar (cm)	Frekuensi
21 - 25	3
26 - 30	5
31 - 35	6
36 - 40	4
41 - 45	2

Jawab: B

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{\sum f} = \frac{3 \cdot 23 + 5 \cdot 28 + 6 \cdot 33 + 4 \cdot 38 + 2 \cdot 43}{3 + 5 + 6 + 4 + 2} = \frac{645}{20} = 32,25$$

32. Perhatikan data pada tabel di Mediannya adalah

- A. 59,5
B. 60,5
C. 61,0
D. 62,5
E. 63,0

Data	Frekuensi
50 - 54	5
55 - 59	8
60 - 64	10
65 - 69	5
70 - 74	2
Jumlah	30

samping !

Jawab: B

$$Med = L_{med} + \left(\frac{\frac{1}{2}n - (\sum f)_{med}}{f^{med}} \right) p = 59,5 + \frac{\frac{30}{2} - (5+8)}{10} \times 5 = 60,5$$

33. Tabel distribusi frekuensi di bawah ini menunjukkan nilai ulangan Bahasa Indonesia 80 orang siswa di suatu sekolah.

Modus dari nilai ulangan Bahasa Indonesia adalah

- A. 45
B. 45,5
C. 55
D. 55,5
E. 56

Nilai	Frekuensi
30 – 39	12
40 – 49	17
50 – 59	20
60 – 69	18
70 – 79	13

Jawab: D

$$Mod = L_0 + c \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right) = 49,5 + 10 \left(\frac{3}{3 + 2} \right) = 55,5$$

34. Perhatikan tabel data berikut

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	2	5	5	4	3

ini!

Simpangan kuartil dari nilai tersebut adalah

- A. 1 B. 2 C. 5 D. 6 E. 8

Jawab: D

$$Q_1 = \text{nilai ke} - \frac{(n+1)}{4} = \text{nilai ke} - \frac{(19+1)}{4} = \text{nilai ke} - 5 = 6$$

35. Nilai ulangan remedial matematika dari 10 siswa di suatu sekolah ditunjukkan pada tabel berikut:

Nilai	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	2	2	2	2	1

Diketahui rata-rata dari data di atas = 6,5. Simpangan rata-rata dari nilai remedial matematika tersebut adalah

- A. 0,8 B. 1,2 C. 1,3 D. 1,6 E. 1,8

Jawab: C

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i |X_i - \bar{X}| = \frac{1}{10} \times 2 [1|4 - 6,5| + 2|5 - 6,5| + 2|6 - 6,5|] = \frac{1}{10} \times 2 [6,5] = 1,3$$